

DEVENDRA Kumar

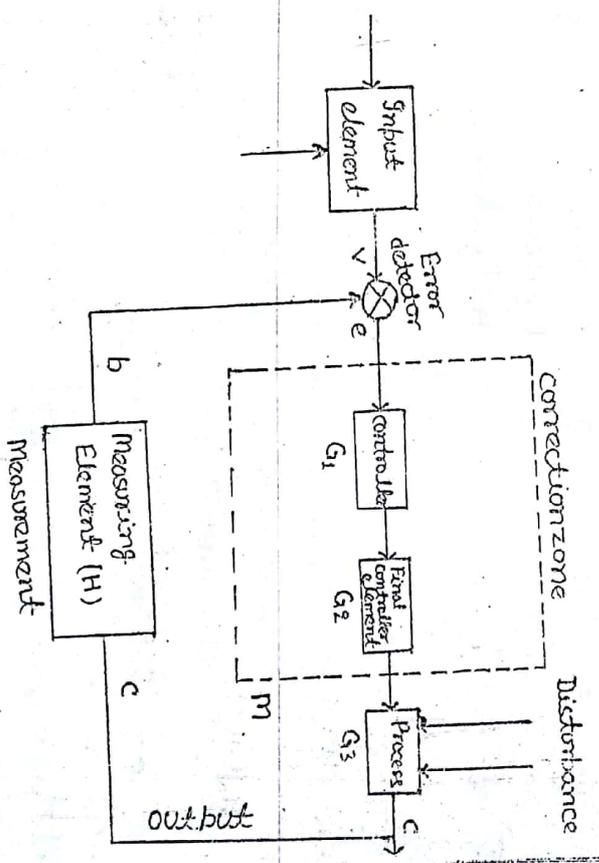
A. P. C.

CHAPTER-1

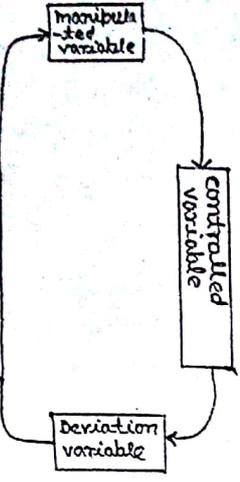
Introduction

2019

Automatic Control :- किसी magnitude or condition को - desired value को maintenance करवा तथा existing value को measure करके करीब comparison, desired value से प्राप्त करके error (difference) को इट करके के process को ही "Automatic Control" कहते हैं।



माना किसी कमरे का temp. 72°F पर maintain है। इस temperature को desire value or set point कहते हैं। इस system में एक Thermometer कमरे की बिना के एक side में लगा है। जो कि कमरे का temp. मापता है। या measured करता है। इस temp. को co-variable कहते हैं। कोई व्यक्ति thermometer की सहायता से कमरे का temp. 69°F note करता है। इस प्रकार हम देखते हैं कि इस value का मान desire value से कम है। इसी value के difference को actuating signal कहते हैं। इसलिए यहाँ पर actuating signal का मान $(72-69)3^{\circ}\text{F}$ है। इस difference को maintain करने के लिए Hot process को furnace में सेटा जाता है। Hot process को manipulated variable कहते हैं। इस प्रकार control variable, deviation variable तथा manipulated में एक close loop बन जाता है। इस प्रकार room का temp. automatic controller द्वारा control हो जाता है।



Advantage of Automatic Control :- इसके फायदा लाभ हैं।

1. Product की quality में सुद्धि करता।
2. Product की quantity में सुद्धि करता।
3. Product की एक लपटा में सुधार करता।
4. Processing raw material की saving.
5. आवश्यक energy की saving.
6. Plant equipment की लागत में कमी।
7. Manual Power की जगह कम।
8. Increased (Power) production optimum cost.
9. प्रयोग-किये जाने वाले apparatus को damage से बचाता है।
10. Processing time को कम करता है।
11. दुर्घटना में कामी आती है।

Industrial Applications :- Automatic Control

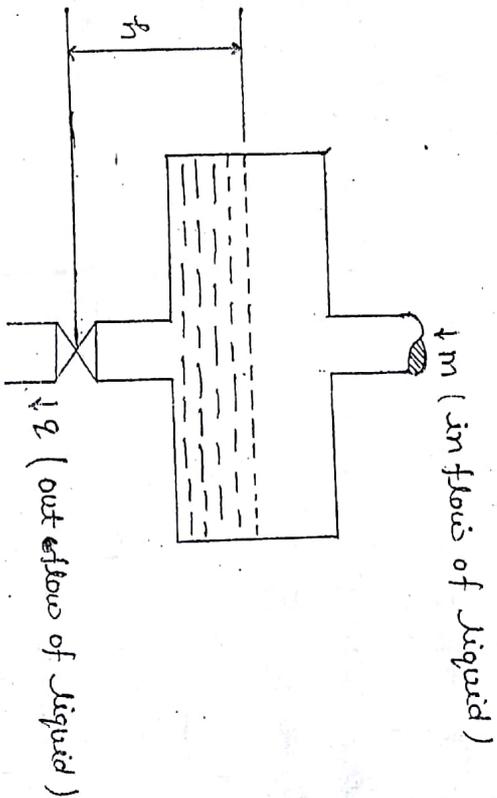
device को use industrial operation के कारण उसी phase में होता है, जो निम्नलिखित है -

1. Petroleum, chemical, food, steel, etc की processing industries में temp, flow rate, pressure आदि को (variables) control करने में।
2. Goods manufacture industries में। जैसे- automobile parts, refrigerators etc की industries में assembly operations, work flow, heat treating जैसे अनेक operations को control करने के लिए।
3. Railway, Aeroplanes, fire missile and ships जैसे Transportation system में।
4. Machine tools, compressors & pumps जैसे Power machine और power supply unit में position, speed and power को control करने में।

Physical Diagram :-

ऐसा diagram जिसमें use

Engg में system के main part को show करने में काम आता है।



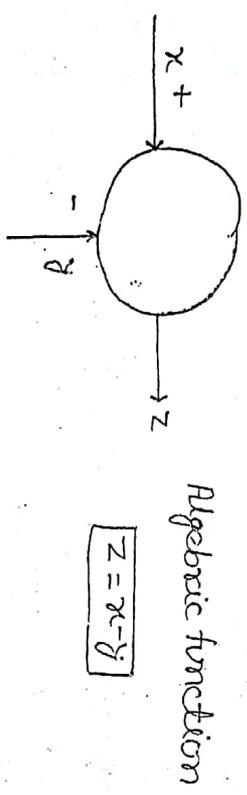
Thermodynamics में इस प्रकार के diagram, तथा mechanics में इस प्रकार के diagram को "free body diagram" तथा Automatic process control में इसे "Physical diagram" कहा जाता है।

इस diagram का मुख्य उद्देश्य material and energy का flow दिखाना होता है।

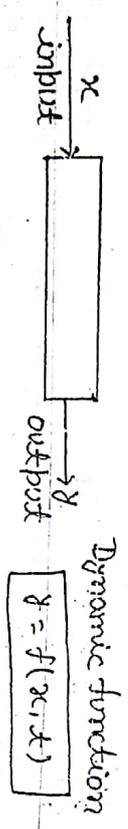
Fig. में Physical diagram के उदाहरण है कि in flow तथा out flow fluid है तथा fluid उस vessel में store किया जा रहा है।

Block Diagram:- Process के विभिन्न अवयवों में क्रियात्मक सम्बन्ध प्रदर्शित करने के लिए "Block Diagram" का use किया जाता है। इसमें अवयवों को circle तथा rectangular box द्वारा निरूपित किया जाता है।

1. Circle box, element के Algebraic function को represent करता है।



2. Rectangular box, element के dynamic function को show करता है।



यहाँ पर variable x को input and variable y को output दिखाया गया है। इनो भी समय के function है।

⇒ Block diagram से mass and energy का flow नहीं दिखाया जा सकता है।

Difference Between Physical and Block Diagram

Physical Diagram	Block Diagram
1. यह system के main part को show करता है।	1. यह system के विभिन्न अवयवों से क्रियात्मक सम्बन्ध प्रदर्शित करता है।
2. यह system से energy and material के flow को दर्शाता है।	2. यह system के behaviour को denote करता है।
3. यह system के variable के मध्य relation नहीं बताता है।	3. यह relation बताता है।
4. यह line diagram के द्वारा दिखाया जाता है तथा diagram read होता है।	4. Rectangular & circle को तिरि द्वारा जोड़कर प्रदर्शित करते हैं।
5. इनको पुनः प्रदर्शित नहीं कर सकते हैं।	5. इनको वास्तविक कर सकते हैं।
6. यह manual and automatic दोनों के लिए होता है।	6. यह केवल automatic control system के लिए होता है।

goals
Difference Between Automatic and Manual Control

Automatic Control	Manual Control
1. M.P.C. के लिए कहीं- operator की जरूरत नहीं पड़ती है।	1. यह totally operator पर ही depend करता है।
2. Error को Machine से ग्राह कर ले है।	2. Error को mind द्वारा ज्ञात कर ले है।
3. यह economic होता- है।	3. यह economic नहीं होता है तथा time अधिक लैगा है।
4. इससे मनुष्य के द्वारा दुष्टियों (error) की संभावना कम होती है।	4. इससे वही होती है।
5. Product की quality अच्छी होती है।	5. यह कम-अच्छी- होती है।
6. इससे आतिथिक operations जैसे- Thermometer डिजना, switch operate करना etc मशीन से होता है।	6. सभी operations manually होते- है।

Types of Automatic Control
(Negative)

1. Closed loop or Feed back Control System:-

इस प्रकार के system में control variable को measure करके इसका comparison, reference input से करती है। तथा इसका difference ही input signal होता है।
अर्थात यह loop जिसमें process variable का use process/ input को control करने में किया जाता है। Closed loop control system कहलाता है।

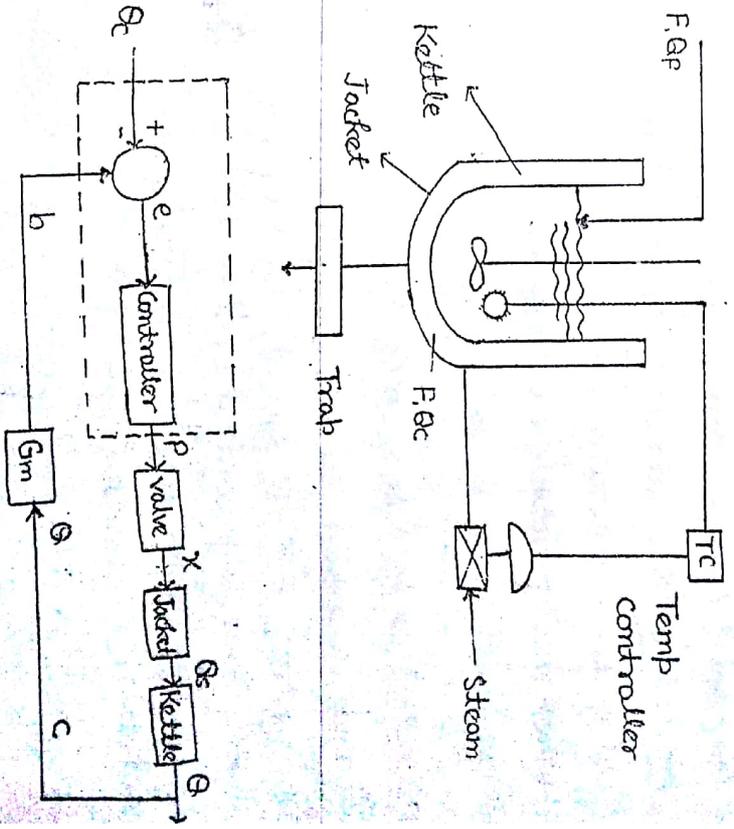


Fig. चि सपण्ड है कि main variable पर use automatically steam input को regulate करते से करते है। अर्थात् main variable (temp) के द्वारा steam को control करते है। अतः यह closed loop control system है।

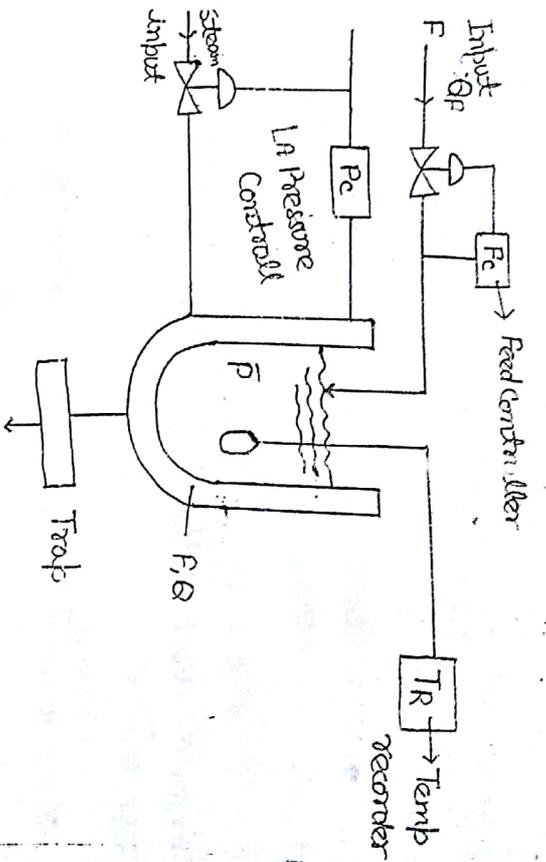
Advantage :- ग्री input से परिचय के लिए केवल एक controller का use किया जाता है।

Characteristics :- 1. Minimum derivation following a disturbance.

2. Feed back Control cannot give close control when there is a large time delay in measuring process output as when main variable is a chemical composition, a molecular weight.

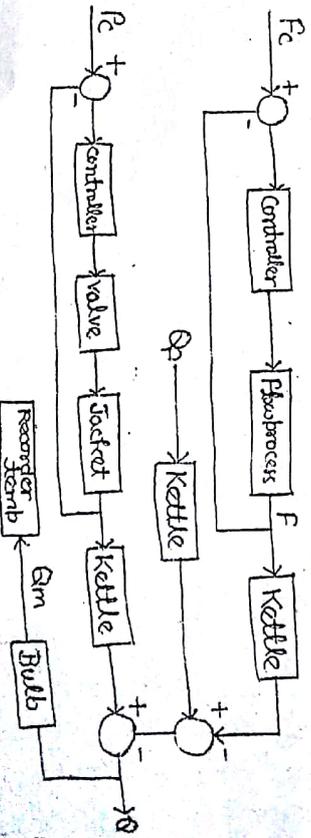
2. Open loop or Feed forward Control system :-

यदि main variable का use फिरी भी input को control करने के लिए नहीं किया जाता है तो इसे open loop control system कहते है।
 “ इसमें प्रत्येक input को separator (अलग-2) controller से control करते है। ”



सपण्ड है कि Tank के अन्दर pressure को pressure controller के द्वारा control किया जाता है पर flow controller द्वारा flow को control किया जाता है।

Fig. चि सपण्ड है कि Kettle का Temp. जो कि main variable है पर use न ही pressure control करने से अर्त् न ही liquid flow control करने से किया जाता है अर्त् न ही Temp control करने से किया जाता है।



Advantage and Limitation :-

1. Simple construction & easy to maintenance.
2. No stability problems.

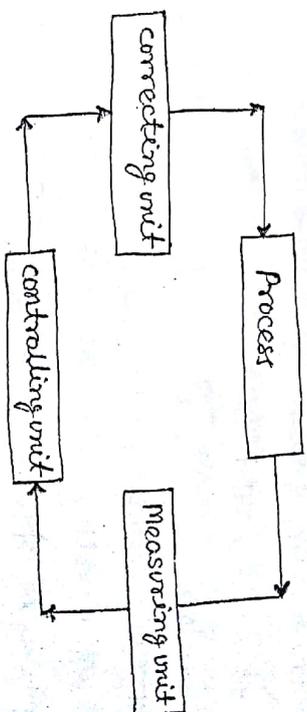
Feed forward Control system cannot maintain the C at set point. So method is not accurate.

Automatic Control :- किसी system में मापों को किसी desired value से तुलना करने पर जो difference होता है उसे-इस करने के लिए जो Action प्राप्त किया जाता है, Automatic Control कहलाता है।

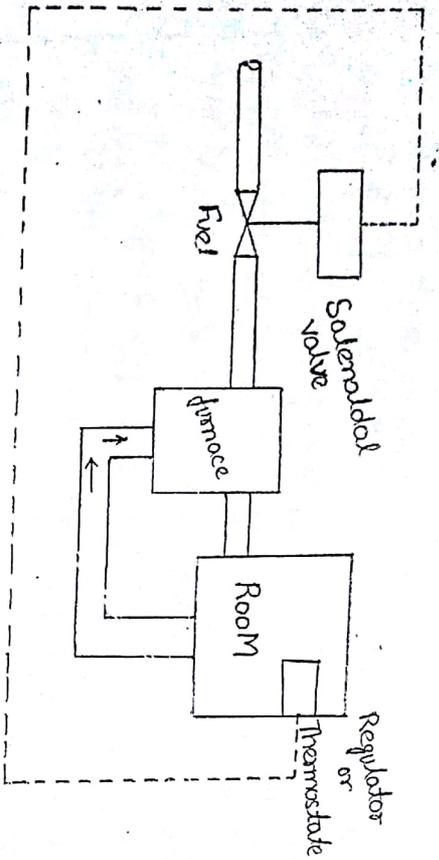
स्रोत: Process में energy तथा material का पूर्ण निष्पत्त Process controller द्वारा किया जाता है। Automatic control में process का control automatically selected variables को मापकर करते है। इसे continuous या Batch type माप सकते है। इस प्रकार Process में energy एवं material प्राप्त को परिवर्तित कर variable को एक निश्चित स्तर पर से रखते है। Automatic control machine का use नीचे और अधिक-अधिक समय तक use होने वाली process को अधिक विद्यमान से करते है।

Automatic control का mainly sociological and economical advantage यह है कि यह main power को दोगुने-दोगुने से बचाने के लिए है एवं technical advantage यह है कि यह कार्य को शीघ्रता तथा कुशलतापूर्वक कर सकती है। जिसे मानव द्वारा करना मुश्किल हो जाता है।

Automatic Control में निम्न units होते है।



Automatic Control is the maintenance of a desired value of a quantity or condition by measuring the existing value comparing it to the desired value and employing the difference to initiate action for reducing this difference.



Example:- Closed loop action की study के

लिए non-floating system का नियंत्रण diagram पर maintain करना है। माना कि कमरे का temp 72°F इच्छित मान (desired value) or set point कहलायेगा। कमरे की existing value ज्ञात करने के लिए Thermocouple द्वारा पर जाते हैं। मर्दान पर temperature control करना है। Thermocouple देखा- है कि कमरे का temp (existing value) 69°F है। अतः Exist value desired value से कम है।

इसलिए actuating signal 3°F हुआ। इस difference को कम करने के लिए आवश्यक है कि कमरे की गर्मी बढ़ा ली जाए। इसलिए ईंधन बंद, परिवर्तित value से होकर कमरे में पहुँचती है। इसलिए कमरे का तापमान बढ़ने लगता है। क्योंकि hot air, tube द्वारा कमरे में पहुँचती है। इस tube का सम्बन्ध सट्टी तथा कमरे से होता है।

Thermostat (Controller) कमरे में लगाया जाता है जैसे ही कमरे का temp desired value से (72°F) से अधिक होता है controller तथा solenoidal valve का सम्बन्ध हट जायेगा। अतः solenoidal valve बंद हो जायेगा। परन्तु जैसे ही तापमान 72°F से कम होता है controller तथा valve का सम्बन्ध पुनः शुरू जायेगा और valve खुल जायेगा। जिससे सट्टी में fuel gas जायेगी और सम्बन्ध: पुनर्गर्मी हो जायेगा।

मर्दान-क्रिया लगाना- चकती- है- ठेकी- और- कमरे- का- ताप- अपने- आप- ही- control- होता- होगा।

Manual And Automatic Control:- Automatic

Control चहाँ use होता है। जहाँ किसी variables value का मान बहुत तेजी से बदलता है। Difference variables जैसे temp, pressure, etc को manual control करना बहुत कठिन है। इसको control करने पर high accuracy नहीं मिलती है। क्योंकि हमारी आँख इतनी sensitive नहीं होती जोकि difference variable को control

करके high accuracy प्राप्त कर सके। इसलिए परापर automatic control का use करना पड़ता है। अब प्रकाश Automatic control द्वारा इसे High accuracy प्राप्त होती है।

Note:- Automatic control में किसी-किसी-किसी-की- operation- को- प्रारंभ- करने- के- लिए- operator- की- आवश्यकता- नहीं- पड़ती- है। जबकि- manual- control- में-

किसी operation को शुरू करने के लिए operator की आवश्यकता होती है।

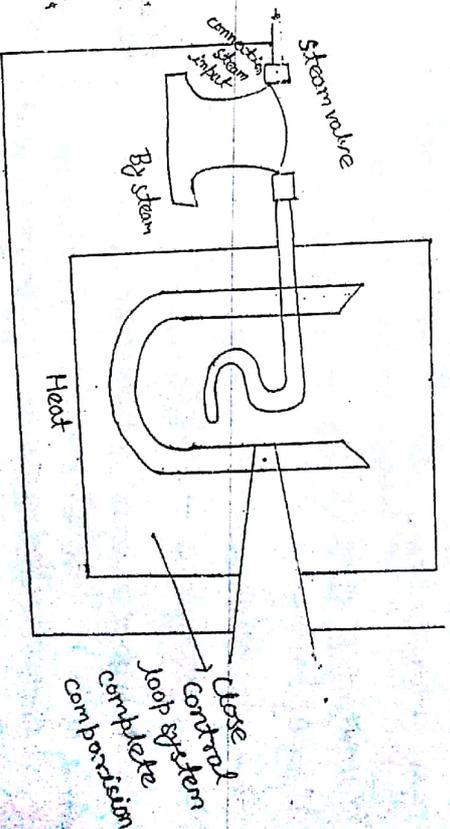
Desired Value or Set point:- नियंत्रित इशारा वह मान लिए वह Automatic Control machine adjust की जाती है, desired value फलजतार है।

Time lag:- किसी भी process को प्राप्त करने के लिए किसी डिसे जैसे input & process के शुरु होने के बीच Time lag फलजतार है।

Manual Control :- जब किसी परिमाण (quantity) या इशारा (condition) की desired value से पुरस्कार की maintenance (existing value) का मापन desired value से तुलना तथा final control element की operation आदि क्रियाएँ मानव द्वारा की जाती हैं। वे इस तरह के control को "manual control" कहते हैं।

इसमें operator का कार्य output water के ताप का अनुभव करना तथा steam valve को control operate करना है ताकि जल का temp desired value पर रहे सके। यदि कबजान की अपेक्षिते manually controlled system पर प्रभाव का अनुमान complete होता है। process के time lag के कारण operator के right hand side यानी पहुँचने से time लानता है। जब operator इस ताप का अनुभव करता है तो, वह desired temp से इसकी तुलना करता है। तथा यह

अनुमान लानता है कि steam valve की किस दिशा से स्थापित क्रिया आदि ताकि ताप की desired value प्राप्त हो सके तथा इस प्रकार valve operating संशोधन (maintenance) पर खतरा फलजतार है। तथा इस प्रकार हम देखते हैं कि steam measurement, comparison, completion पर correcting action operator से होकर तथा process से होकर closed chain के रूप में वह एक गुलजतार है जब तक water पर operator के द्वारा balance होता-है। इस प्रकार के control को "Manual feed back control" कहते हैं।



{ Manual Control of Diagram } —

Elements of Control System

Automatic Controller:-

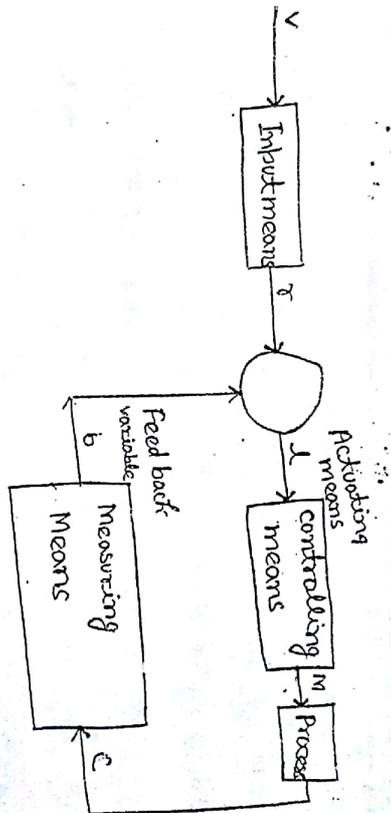
1. Measuring means के द्वारा controlled variable के मान ज्ञात करता है।
2. actual value की तुलना desired value से करता है।
3. Small positive deviation (सिद्ध) को maintain करने के लिए आवश्यक counter action produce करता है।
4. अंत में इन सभी function की Help से एक equation derive करते हैं।

“ यह सिद्धि जिसके द्वारा automatic controller से counter action उत्पन्न होता है। उसे mode of control action कहते हैं।”
 एक automatic controller में निम्न element होते हैं।

- ① Measuring means $\rightarrow (c-b)$
- ② Input means $\rightarrow (V-r)$
- ③ Actuating means $\rightarrow (r-b)$
- ④ Controlling means $\rightarrow (u-m)$
- ⑤ Final Control element $\rightarrow (m-c)$

where

C = controlled variable r = Reference input
 b = feed back variable u = Actuating signal
 v = set point m = manipulated variable



1. Measuring Means :- यह controlled variable (temp, pressure, etc) को indicated variables [displacement pressure या electrical signal] में परिणत करता है।

Ex:- Thermometers, Pressure gauge, flow meter.

Ever, Measuring means = Controlled variables - Feedback variable

2. Input means :- यह set point के समान ऊर्जा को reference input में परिणत करता है। यह निम्न निम्न का अनुपात करता है।

Input means = $V-r$
 = set point - Reference point

3. Actuating Means :- प्रेरणक device है। जो फिर फिर follow करती है।

$$J = r - b$$

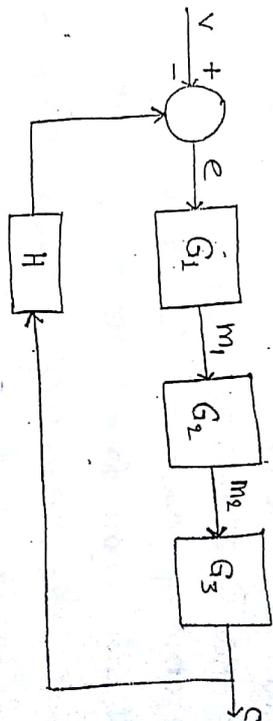
Actuating = Reference - feedback
means point variable

Actuating = Reference point - feedback variable

4. Controlling Means :- प्रेरणक signal को amplification differentiating, integrating आदि के द्वारा परिवर्तित करती है। जिससे controller को output प्राप्त होता है जो कि manipulated variable के परिवर्तन के लिए final controlled element को operate करता है।
Controlling means = $J - m$

5. Final Control Element :- Final control element वह mechanism है जो automatic device से उत्पन्न manipulated variable के परिमाण को परिवर्तित उत्पन्न करती है।
"The final control element is the mechanism which alters the value of the manipulated variable in response to the out

put signal from the automatic control device."



G_1 = controlling element

G_2 = Final control element

G_3 = Process

H = measuring element

इसके दो भाग होते हैं -

(A). Actuator का उपयोग :- इसका प्रयोग automatic control से output signal का परिवर्तन उत्पन्न करने के लिए किया जाता है।
इसके दो भाग होते हैं -

(B). Manipulated Variable :- Manipulated variable के मान को नियंत्रित करने के लिए automatic device को प्रयुक्त किया जाता है।
अनुप्रेषण तत्वों (elements) को इस एक remote set pressure regulator द्वारा प्रेरणक का प्रेषण है।
जो कि डिफरेंस प्राप्त करता है कि diaphragm of chamber measuring means की तब कार्य करता है।

Down stream pressure का upward force ही feed back variable है। Diaphragm और ऊपर वाला chamber input means की वजह से कार्य करता है जो डाइरिक्टर मान (desired value) को (set point - v) downward force से बदल देता है। यह down ward force ही reference 'J' तथा input 'r' है। इसका diaphragm ही actuating means है। जिसके परिणामस्वरूप actuating signal प्राप्त होता है। steam और Plug, controller की तरह कार्य करता है जो regulator से बिक्रिक्ट actuating signal को तब के प्रवाह के variation से परिवर्तित करते हैं। Flow rate ही manipulated variable है। यह क्रिया " Remote set point pressure regulator की है। "

Signal :- signal का information है जो system के एक भाग से दूसरे भाग तक भौतिकी जाती है। signal, mechanical, electrical, hydraulic mean, etc से उत्पन्न होता है।

Transient Response :- Transient Response होता है जो जैसे तबत पर प्राप्त होता है। जब input व output relation तबत के साथ change होता है।

Setpoint :- Controlled variable की selected reference value होती है। जिससे maintenance किया जाता है, "set point" कहलाती है।

Offset (E_0) :- Load variable की value में change होने पर प्राप्त steady state deviation को "offset (E_0)" कहते हैं।

Process Characteristics

Variables:- Variable किसी property का एक ऐसा मौलिक या तात्पर्यिक परिमाण होता है जो instrumentation तथा control system के मापने के उपकरण के जव से प्रयोग किया जाता है।

Process Variables :- Process variables which is used to change the state or direction of magnitude is called process variables.

“ ये variables जिसके मान से change करने पर total manufacturing process की performance प्रभावित होती है, Process Variables कहलाते हैं।”

Process variables का मापन तथा

निर्धार निम्न कारणों के लिए किया जाता है।

1. Product की quality में सुधार।
2. Product की quality में सुदृढ।
3. Raw material की खतर।
4. Product का परिष्कार करने के लिए।
5. Cost calculation में।

Ex:- Temp, pressure, flow rate, Physical chemical and electrical property of substances

Types of Process Variables

There are 3 types of process variable.

1. Control variable.
2. Manipulated variable
3. Load variable

1. Control Variable :- The controlled variables of the process should be that variable which must directly, indicates the desired form or state of the product.

“ ये variable जो product की desired value or desired form को directly indicate करता है, Control Variable कहलाते हैं।”

As:- Water heater के लिए controlled variable heater के outlet पर गर्म का Temp : °C होता है।

2. Manipulated Variable :- The manipulated variables of the process is that variable which is selected for adjustment by the automatic controller so as to maintain the controlled variable at the desired variable.

" n variables निर्धार help to ~~desired~~ the controlled variable को desired value पर maintain किया जाता है।
 कोई भी process variable के response को प्रभावित कर सके तथा प्रणाली को maintain भी हो सके।

3. Load Variable :- The load variable of the process are all other independent variables except the controlled variables and the manipulated variable.

" किसी process का manipulated and control variable के अलावा अन्य variable है, load variable कहलाते हैं।

Process Degree of freedom :- Process degree of freedom वह प्रणाली परिभाषित किया जा सकता है।

$$n = n_v - n_e$$

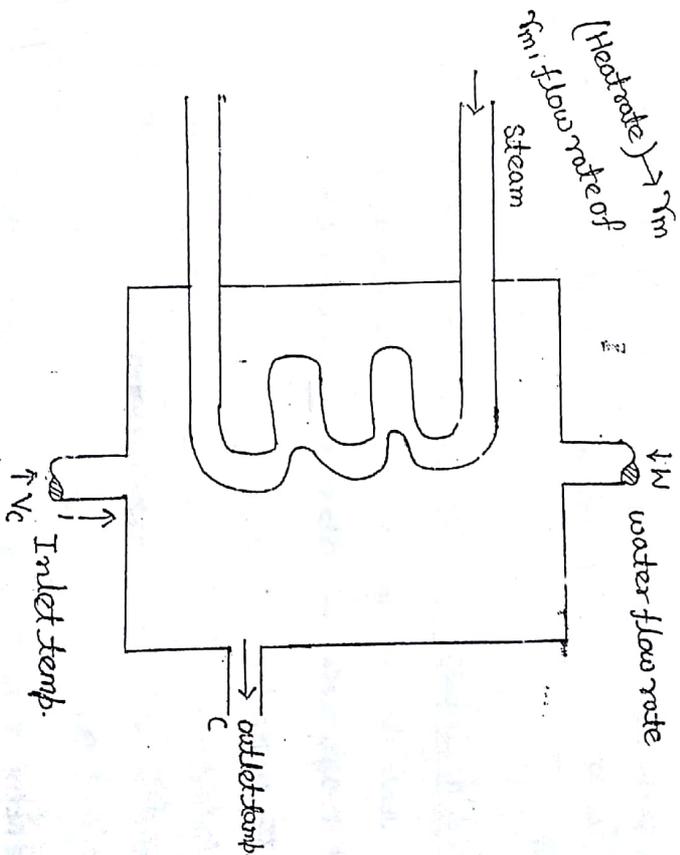
where, n = No. of degree of freedom

n_v = No. of variable of system.

n_e = No. of defining equation of system.

प्रत्येक process में degree of freedom की संख्या निर्धारित होती है।

एक Heat exchanger में निर्धारित variables हैं।
 so process variable is four.
 The number of independently acting automatic controllers on a system or process may not exceed the number of "degree of freedom."



where, C = outlet temp.

V_c = Input temp.

W = water flow rate

m = steam flow rate

है प्रणाली $n_v = 4$, $n_e = 1$

है प्रणाली | Degree of freedom = $n_v - n_e$

$$= 4 - 1 = 3$$

किसी system के लिए स्वतंत्र रूप से कार्य करने वाले Automatic Controllers की संख्या degree of freedom की संख्या से अधिक नहीं हो सकती है। माना कि उष्णता system में तीन controller स्थापित किये गये हैं। Input temp V , water flow rate W तथा heat rate M को नियंत्रित कर लिया जाये तो outlet temp. स्वतः ही नियंत्रित ही जायेगा।

Chemical Process के लिए उष्णता इसे से कुछ परिवर्तन करने पड़ते हैं। जो संश्लेषण भी करने पड़ते हैं जो ऐसे process के लिए Gibbs Phase Rule से

$$n = n_c - n_p + 2$$

$$\begin{cases} P + F = C + 2 \\ F = C - P + 2 \end{cases}$$

where: n_c = No. of component

n_p = No. of Phase

n = No. of Chemical degree of freedom

इस प्रकार तीनों degree of freedom को specify करने पर outlet temp स्वतः ही constant controller स्थापित की नहीं किया जा सकता है। Isothermal Process से

$$n = n_c - n_p \quad \text{for const. pressure process}$$

For Instance/Ex :- एक steam boiler पर नियंत्रित करने हैं जो saturated

steam produce करता है। इसमें केवल एक component & two phase, gas and liquid होते हैं। अतः Chemical degree of freedom

$$n = n_c - n_p + 2$$

$$n = 1 - 2 + 2$$

$$n = 1$$

90121-
Forcing Function :- Different equation में

input signal को right hand side में लिखते हैं। क्योंकि इन input signal से system में change होता है। अतः इसे forcing function कहते हैं। किसी भी dynamic system जैसे (time varying system) में input signal continuous रूप से change होते हैं। लेकिन real operation में यह परिवर्तन Random होता है।

आम तौर पर system को प्रभावित करने वाले प्रकार के forcing function निम्न हैं।
कुछ forcing function निम्न हैं।

1. Step function
2. Ramp function
3. Sinusoidal function
4. Impulse function

1. Step function :- यदि input value से परिवर्तन time के छोड़कर Negligible हो तो उसे "step function" कहते हैं।

Mathematically 'A' magnitude के step function को निम्न प्रकार परिभाषित करते हैं। निरंतर input constant हो तो

$$f(t) = A u(t)$$

where, A = Magnitude (Graphical Representation)

$$u(t) = \text{unit step function}$$

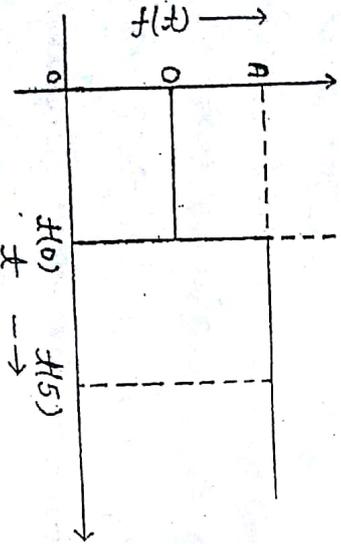
Graph of step function is shown below.

(Ex - Step change का means है ~~अचानक~~ अचानक वाला का चक्र जानना।)

$$f(t) = \begin{cases} A & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Laplace transformation

$$\boxed{F(s) = \frac{A}{s}}$$



The transformation of this function is $F(s) = \frac{A}{s}$

Ex:- A step change in flow rate can be obtained by the sudden opening of valve.

$$F(s) = L\{f(t)\}$$

$$= \int_0^{\infty} A \cdot e^{-st} dt$$

$$= A \cdot \int_0^{\infty} e^{-st} dt$$

$$= A \left[\frac{e^{-st}}{-s} \right]_0^{\infty}$$

$$= -\frac{A}{s} (0 - 1)$$

$$= \frac{A}{s}$$

2. Ramp Function (Linear function) :- यदि input

में change time के छोड़कर linear हो तो उसे "Ramp function" कहते हैं। Mathematically

Ramp function को निम्न प्रकार show करते हैं।

for magnitude "A" response in ramp function input

$$f(t) = A f_u(t)$$

$f_u(t)$ is unit ramp function.

$$f(t) = \begin{cases} at, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$$

$$= \int_0^{\infty} 0t \cdot e^{-st} dt$$

$$= A \int_0^{\infty} t \cdot e^{-st} dt$$

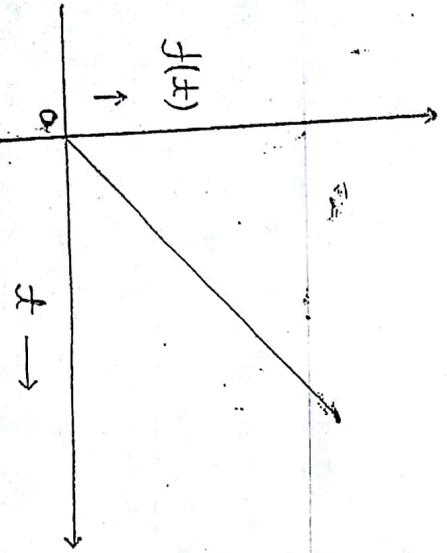
$$= A \left[t \cdot \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} \frac{e^{-st}}{-s} dt \right]$$

$$= \left[-\frac{At}{s} \cdot \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_0^{\infty} + \left[\frac{A}{s} \cdot \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_0^{\infty} \right] \right]$$

$$= (-0+0) + \frac{A}{s} \left[-\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} \right]$$

$$= -\frac{A}{s^2} (0-1)$$

$$\boxed{F(s) = \frac{A}{s^2}}$$



3. Sinusoidal Function :- We input change

जिसे cyclic properties होती है, "sinusoidal function" कहलाता है। इसे mathematically निम्न प्रकार represent करते हैं।

$$f(t) = \begin{cases} A \sin \omega t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

where, \$A\$ = Amplitude

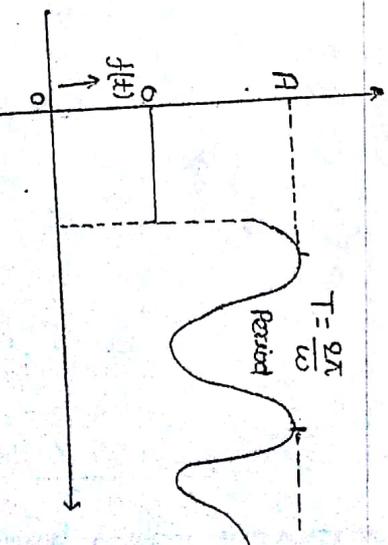
\$\omega\$ = radian frequency = \$2\pi f\$

\$f\$ = frequency cycle per unit time

Sinusoidal function का ग्राफ निम्न है।

$$f(t) = \begin{cases} A \sin \omega t & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\boxed{F(s) = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2}}$$



Proof :-

$$f(t) = \sin \omega t \quad t \geq 0$$

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$$

$$= \int_0^{\infty} \sin \omega t \cdot e^{-st} dt$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}}{2i} \cdot e^{-st} dt$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2i} [e^{i\omega t} \cdot e^{-st} - e^{-i\omega t} \cdot e^{-st}] dt$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{2i} [e^{-(s-i\omega)t} - e^{-(s+i\omega)t}] dt$$

$$= \frac{1}{2i} \left[\frac{e^{-(s-i\omega)t}}{-(s-i\omega)} + \frac{e^{-(s+i\omega)t}}{s+i\omega} \right]_0^{\infty}$$

$$= \frac{1}{2i} \left[\frac{1}{s-i\omega} - \frac{1}{s+i\omega} \right]$$

$$= \frac{1}{2i} \left[\frac{s+i\omega - s+i\omega}{s^2 - i^2\omega^2} \right]$$

$$= \frac{1}{2i} \left[\frac{2i\omega}{s^2 - (-1)\omega^2} \right]$$

$$= \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

4. Impulse Function :- Mathematically

or its magnitude is Impulse function
or its area is define as 1

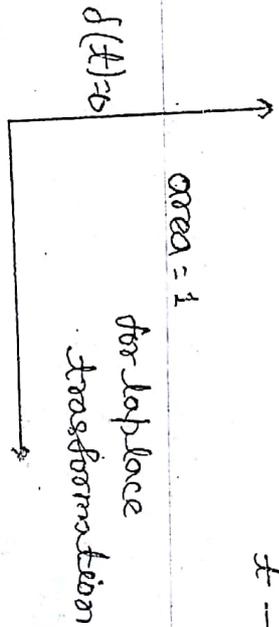
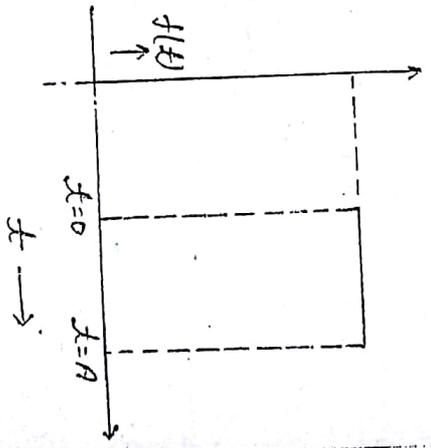
$$f(t) = A \delta(t)$$

where $\delta(t)$ is unit impulse function

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ A/b & 0 \leq t \leq b \\ 0 & t > b \end{cases}$$

$$\lim_{b \rightarrow 0} f(t) = A \delta(t)$$

$$\mathcal{L}\{A \delta(t)\} = A$$



Forcing Function :- Input variable vary with respect to time in some manner is shown forcing.

A general forcing function is given below :-

$$f(t) = a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x$$

where. a_1, a_2, a_{n-1}, a_n are constant.

The value of $x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}, \dots$

are specified at initial condition say $t=0$ we have to determine

$$f(t) \text{ for } t \geq 0$$

Laplace Transformation :- Laplace

transformation एक गणितीय विधि है।

जिसे द्वारा linear differential equation को आसानी से हल किया जा सकता है।

Differential equation को transform करने के लिए Algebraic eqⁿ प्राप्त करनी होती है। जिससे complete variable खतरा-रा

के एक में line को respect. जाता है। एक सभ Algebraic equation को हल किया जाता है। तथा उतार opposite transfer जान वाले गुण हल प्राप्त कर लिया जाता है।

Laplace Transforms of Derivatives :-

$$\textcircled{1} \quad L \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = s \bar{f}(s) - f(0)$$

where $\bar{f}(s) = L[f(t)]$

Proof :- $L \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = \int_0^\infty \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt$

$$= [e^{-st} f(t)]_0^\infty + \int_0^\infty s e^{-st} f(t) dt$$

$$= [0 - f(0)] + s \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt$$

$$L \left[\frac{df(t)}{dt} \right] = s \bar{f}(s) - f(0)$$

Proved

$$\textcircled{2} \quad \mathcal{L} \left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right] = s^2 \bar{f}(s) - f(0) - f'(0)$$

Proof:-

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2} \right] &= \int_0^{\infty} \frac{d^2 f(t)}{dt^2} e^{-st} dt \\ &= \left[e^{-st} \cdot \frac{df(t)}{dt} \right]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} s e^{-st} \cdot \frac{df(t)}{dt} dt \\ &= \left[0 - \frac{df(0)}{dt} \right] + s \int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-st} dt \\ &= -f'(0) + s \left[\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \right] \\ &= -f'(0) + s \left[0 - f(0) \right] + s \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \\ &= -f'(0) - s f(0) + s^2 \bar{f}(s) \end{aligned}$$

where $f'(0) = \frac{df(t)}{dt}$ evaluated at $t=0$ in general

Proved

Similarly, it can be proved that

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^3 f(t)}{dt^3} \right] = s^3 \bar{f}(s) - s^2 f(0) - s f'(0) - \dots - s f^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$$

Laplace Transforms of Integrals :-

$$\textcircled{1} \quad \mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \frac{1}{s} \bar{f}(s)$$

Proof:-

$$\mathcal{L} \left[\int_0^t f(t) dt \right] = \int_0^{\infty} \left[\int_0^t f(t) dt \right] e^{-st} dt$$

Integrate by parts.
put, $u = e^{-st}$ and $v = \int_0^t f(t) dt$

$$du = -s e^{-st} dt \text{ and } dv = f(t) dt$$

Now,

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \left[\int_0^t f(t) dt \right] e^{-st} dt &= -\frac{1}{s} \int_0^{\infty} v du \\ &= -\frac{1}{s} \left[v u \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} u dv \right] \\ &= -\frac{1}{s} \left[\int_0^t f(t) dt e^{-st} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{s} \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \right] \\ &= -\frac{1}{s} [0 - 0] + \frac{1}{s} \bar{f}(s) \\ &= \frac{1}{s} \bar{f}(s) \end{aligned}$$

Proved

Elements of process dynamics:- Automatic

Control के लिए कहीं-सी Process का dynamic analysis करना आवश्यक होता है। क्योंकि automatic controller, process की dynamic action पर depend करता है। Process Analysis, Elements of process dynamics और आगामी विज्ञान विभाग का उद्देश्य है। ये elements mainly चार भागों के होते हैं।

1. Proportional Element
2. Capacitance Element
3. Time Constant Element
4. Oscillatory Element

Overshoot:- Is the ratio A/B , where B is

the ultimate value of the response and A is the maximum amount by which the response exceeds its ultimate value. The overshoot is function of τ and it can be shown that it is given by the following expression.

$$\text{Overshoot} = \exp\left(\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)$$

Decay ratio:- Is the ratio C/A (i.e., the ratio of the amounts above the ultimate value of two successive peaks.) The decay ratio can be shown to be related to the damping factor ζ through the equation

$$\text{decay ratio} = \exp\left(\frac{-2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right) = (\text{overshoot})^2$$

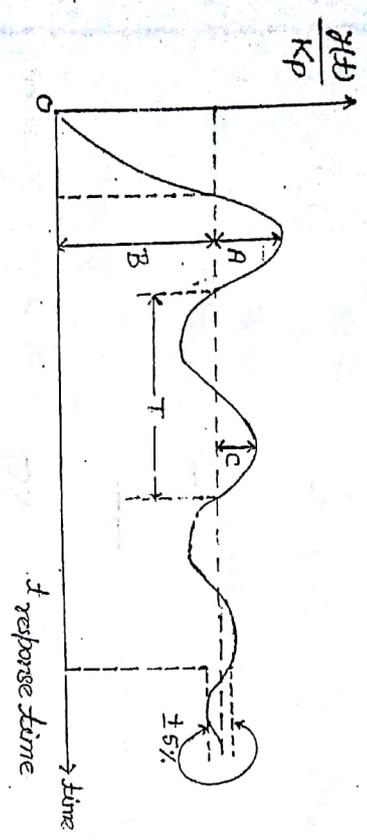
Period of oscillation:- from eq (11.10) we see that the radian frequency (rad/time) of the oscillations of an underdamped response is given by

$$\omega = \text{radian frequency} = \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\tau} \quad (11.10)$$

To find the period of the oscillation T (i.e., the time elapsed between two successive peaks), use the well-known relationships $\omega = 2\pi f$ and $f = 1/T$ where $f =$ cyclical frequency. Thus $T = \frac{2\pi\tau}{\sqrt{1-\zeta^2}}$

Response time:- The response of an underdamped system will reach its ultimate value in an oscillatory manner as $t \rightarrow \infty$.

The time needed for the response to reach this situation is known as the response time, and it is also shown in figure below.



Rise time:- This term is used to characterize the speed with which an underdamped system responds. It is defined as the time required for the response to reach its final value for the first time. The smaller the value of T_r , the shorter the rise time (i.e., the faster the response of the system), but at

the same time the larger the value of the overshoot.

Natural Period of oscillation:-

A second order system with $F=0$ is a system free for any damping. Its transfer function is

$$G(s) = \frac{K_p}{T^2 s^2 + 1} = \frac{K_p/T^2}{(s - j\frac{1}{T})(s + j\frac{1}{T})}$$

that is, it has two purely imaginary poles and according to the analysis of response of system, it will oscillate continuously with a constant amplitude and a natural frequency.

$$\omega_n = 1/T$$

The corresponding cyclical period T_n is given by $T_n = 2\pi T$

This is the property of the parameter T that that it its name.

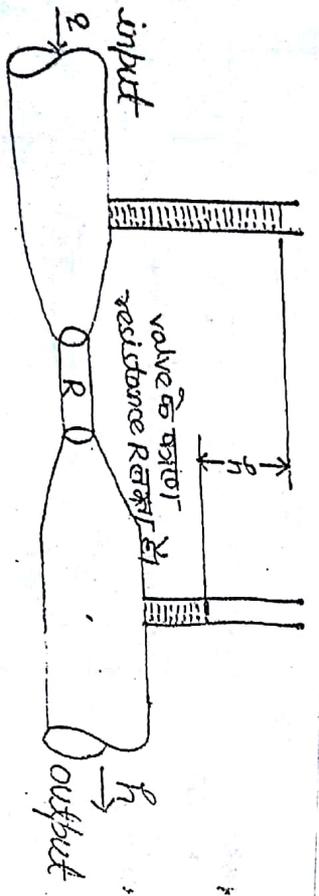
Elements of Process Dynamics:- Automatic

control के लिए किसी भी process पर dynamic analysis करना आवश्यक होता है। क्योंकि automatic controller, process की dynamic action पर depend करता है। Process analysis, elements of process dynamics द्वारा जाननी से ज्ञान किया जाता है।

ये elements mainly चार प्रकार के होते हैं।

1. Proportional element
2. Capacitance element
3. Time constant element
4. Oscillatory element

Proportional Element :-



चित्र में एक proportional element को दिखाया गया है। जिसमें fluid के flow rate को input variable (Q) तथा इस variable के कारण उत्पन्न fluid head (F1) को output variable माना गया है। यह जाना गया है कि capillary एक laminar resistance बनावी है। अतः इस flow head equation को निम्न प्रकार लिखा जा सकता है।

$$F_1 = RQ$$

Example:- electrical resistance, gas flow resistance, thermal resistance, mechanical resistance.

यदि system का output, input

के समानुपाती है तो यह proportional element कहलाता है। उदाहरण के लिए figure में प्रदर्शित capillary के flow rate पर विचार करते हैं। Proportional element capillary से flow rate Q पर variable है, जिसके मान से change किया जा रहा है। इस प्रकार flow head (F1) change

flow rate का ही परिणाम है। अतः इसके output variable माना जा सकता है।
 Capillary tube laminar resistance
 उत्पन्न करती है। अतः इसके flow head equation निम्न प्रकार का निकाले है।

$$P \propto Q \quad \text{where}$$

$$P = RQ \quad Q = \text{input variable (flow rate)}$$

$$P = \text{output variable (flow head)}$$

R = System function

Output = System function \times input

$$Q = \frac{P}{R} \Rightarrow P = RQ \quad \text{--- (1)}$$

at steady state condition

$$f(s) = R(s)R \quad \text{--- (11)}$$

अतः (1) तथा (11) से

$$P - f(s) = R[Q - Q(s)]$$

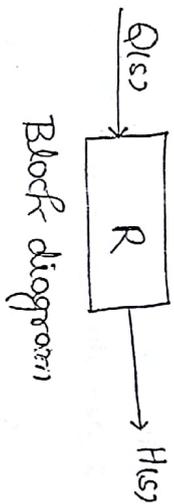
Taking deviation variable

$$H = R \cdot Q$$

Taking Laplace transformation

$$H(s) = R \cdot Q(s)$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = R$$



Capacitance Element :- यह output system.

capacitance पर आधारित हो तो इसे capacitance element कहते हैं। यह system के output से परिवर्तन की दर input के समानुपाती हो तो ऐसे element को capacitance element कहते हैं।

Capacitance element के liquid

tank को physical diagram द्वारा दर्शाते हैं। यह एक flow rate Q को input variable तथा tank से liquid के head को output variable माना जाता है।

Taking material balance.

$$C \frac{dh}{dt} = Q - 0 \quad \text{--- (1)}$$

where, C = capacitance

H = output variable (head)

t = time

Q = input variable (flow rate)

at steady state -

$$Q_s = C \frac{dh_s}{dt} \quad \text{--- (II)}$$

समस्यो ० तथा ०० से

$$Q - Q_s = C \left(\frac{dh}{dt} - \frac{dh_s}{dt} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} Q = Q - Q_s \\ H = h - h_s \end{array} \right.$$

Taking deviation variable

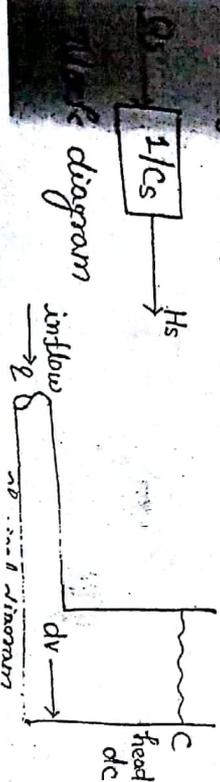
$$Q = C \frac{dH}{dt} \quad \text{--- (III)} \quad \frac{dH}{dt} = \tau_s$$

Taking Laplace transformation

$$Q_s = C_s H_s$$

$$\frac{1}{C_s} = \frac{H_s}{Q_s}$$

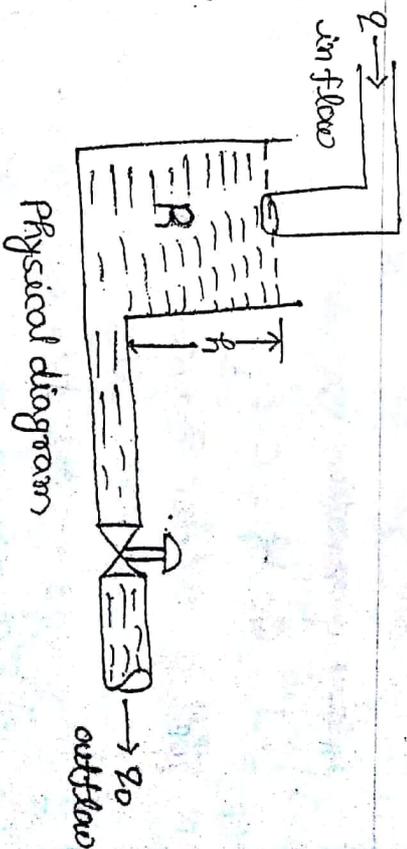
यहाँ Q S diff. operator है / इसलिये यहाँ Q S system function $1/C_s$ है।



9019,

Time Constant Element :- फिर से time

constant element डिवाइस गार है तथा constant resistance liquid tank के डाटा में उस resistance डिवाइस गार है तथा simplified डिवाइस गार है तथा time constant element में input variable Q or output variable Q_0 तथा capacitance tank पर प्रतिरोध R है Per unit time में flow rate height पर निर्भर करता है। कोई भी capacitance तथा resistance के series की व्यवस्था के तब system विद्यमान resistance डाटा होने वाले output में गुड़ि करने पर capacitance पर potential के rate of change में प्रभावित है। "Time constant element"



दिए गए प्रणालि पर निम्नलिखित फलन प्राप्त करें।

$$Q_0 = H/R \quad \text{--- (I)}$$

Tank के प्रति: material balance लिखें।

Mass flowing - mass flow out = Rate of accumulation of mass.

$$P_2 - P_2_0 = \frac{d}{dt} (P_2 C) \quad \text{--- (II)}$$

$$Q - Q_0 = \frac{dH}{dt} C \quad \text{--- (III)}$$

$$Q - \frac{H}{R} = \frac{dH}{dt} C \quad \text{--- (IV)}$$

at steady state ($Q_0 = \frac{H_0}{R}$ and $Q_0 = \frac{H_0}{R}$)

$$Q_0 - \frac{H_0}{R} = C \frac{dH_0}{dt} \quad \text{--- (V)}$$

from eq (IV) and (V), we get

$$Q - Q_0 - \frac{1}{R} (H - H_0) = C \frac{d}{dt} (H - H_0)$$

Taking deviation variable

$$Q - \frac{H}{R} = C \cdot \frac{dH}{dt}$$

Taking Laplace Transformation

$$Q(s) - \frac{H(s)}{R} = C R H(s)$$

$$Q(s) = C R H(s) + \frac{H(s)}{R}$$

$$Q(s) = H(s) (T_s + 1) \quad \{ CR = T_s \}$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{R}{T_s + 1} \quad \text{--- (VI)}$$

where R प्रतिनिधीत factor है। जो 2 TC depend करता है। जब system steady state में होता है तो $R/(T_s + 1)$ steady state function होता है। यह transfer function in flow 2 तरफ out side से related है।

$$Q - Q_0 = C \frac{dH}{dt} \quad \text{--- (VII)}$$

$$Q_0 = \frac{H_0}{R}, \quad Q_0 = \frac{H_0}{R}$$

$$Q_0 - Q_0 = \frac{H - H_0}{R}$$

Taking deviation variable

$$Q_0 = \frac{H}{R} \quad \text{--- (VIII)}$$

Taking Laplace Transformation

$$Q_0(s) = \frac{H(s)}{R} \quad \text{--- (IX)}$$

$$Q - Q_0 = C \frac{dH}{dt}$$

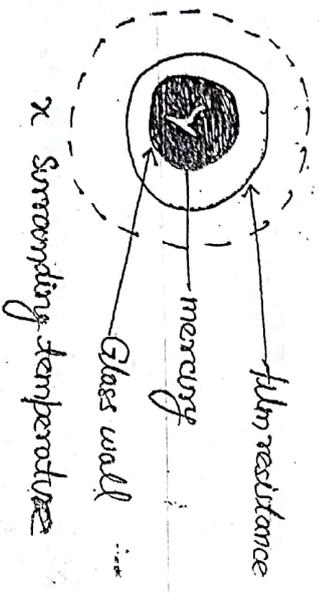
5. Liquid level

6. Two time constant type liquid vessel cascaded, i.e., non-interacting and non-cascaded, i.e., interacting.

7. Continuous stirred tank chemical reactor with 1st order chemical reaction.

Naked bulb thermometer :- यह एक

first order system है। जो है first order equation का भाव है। यह एक naked bulb या फिर एक mercury thermometer है।



by applying unsteady state energy balance

Input rate - Output rate = Rate of accumulation

$$F_A(x-y) - 0 = mc \frac{dy}{dt} \quad \text{--- (I)}$$

where, A = Surface area of bulb for heat transfer

C = heat capacity of mercury

m = mass of mercury in bulb

t = time

h = film coefficient of heat transfer at steady state

$$F_A [x(s) - y(s)] = 0 \quad \text{--- (II)}$$

from equation (I) and (II)

$$F_A [x - x(s)] - [y - y(s)] = mc \frac{d(y - y_s)}{dt}$$

$$F_A (x - y) = mc \frac{dy}{dt} \quad \left\{ \frac{mc}{F_A} = T \right\}$$

$$(x - y) = T \frac{dy}{dt}$$

Taking Laplace transformation

$$x(s) - y(s) = T s y_s$$

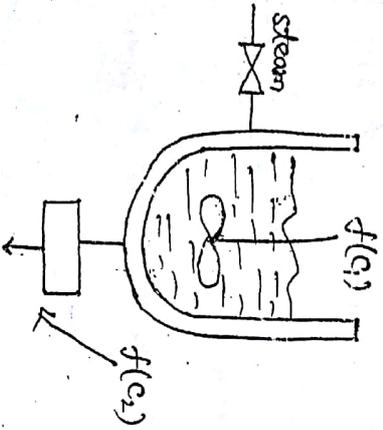
$$X(s) = Y(s) [T_s + 1]$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{T_s + 1}$$

2019

Stirred tank heater:- Figure

Stirred tank heater show Figure



$$fC_1 - fC_2 = V \frac{dc_2}{dt} \quad \text{--- (1)}$$

at steady state

$$fC_1(s) - fC_2(s) = 0 \quad \text{--- (2)}$$

That input or output or volumetric flow fixed & fluid or density that Cp fluid or specific heat capacity &

from equation (1) and (2)

$$f[C_1 - C_2(s)] - f[C_2 - C_2(s)] = V \frac{dc_2}{dt}$$

$$f(C_1 - C_2) = V \frac{dc_2}{dt}$$

$$(C_1 - C_2) = \frac{V}{f} \frac{dc_2}{dt} \quad \left\{ \frac{V}{f} = \tau \right\}$$

$$C_1 - C_2 = \tau \frac{dc_2}{dt}$$

Taking Laplace transformation

$$C_1(s) - C_2(s) = \tau s C_2(s)$$

$$C_1(s) = C_2(s) [T_s + 1]$$

$$\frac{C_2(s)}{C_1(s)} = \frac{1}{T_s + 1}$$

Mixing process:- Figure or Figure

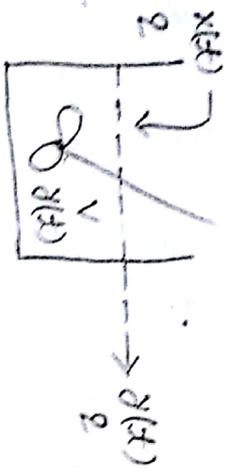
& Figure solution volumetric flow

rate q or Figure or 1 Tank or

volume V constant & Salt solution

enter or q or Figure concentration

x & 1 outlet concentration y &



Flow rate of salt in - flow rate of salt out

= Rate of accumulation of salt in the tank

$$Q(x) - Q(y) = \frac{d(Vy)}{dt} \quad \text{--- ①}$$

at steady state equation

$$Q(x) - Q(y) = 0 \quad \text{--- ②}$$

from equation ① and ②

$$Q[x - y(s)] - Q[y - y(s)] = \frac{d(Vy)}{dt}$$

$$Q(x) - Q(y) = V \frac{dy}{dt} \quad \left[\begin{array}{l} x = x - y(s) \\ y = y - y(s) \end{array} \right]$$

Taking Laplace transformation

$$QX(s) - QY(s) = V(s)Y(s)$$

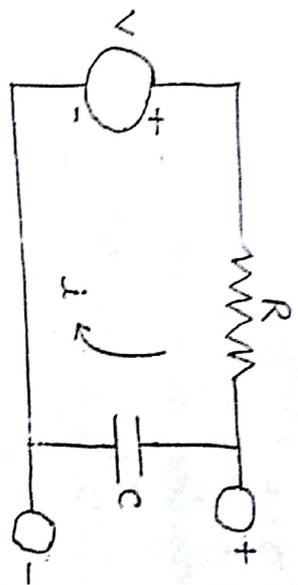
$$X(s) - Y(s) = \frac{V(s)}{Q} Y(s) \quad \left[\frac{V}{Q} = C \right]$$

$$X(s) = Y(s) = \tau_s Y(s)$$

$$X(s) = Y(s) [\tau_s + 1]$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau_s + 1}$$

R-C Circuit :-



चित्र में एक R-C circuit प्रदर्शित किया जा रहा है जहाँ वोल्टेज (V) को Resistance (R) तथा capacitance (C) से जोड़ा गया है। अतः क्रियाक के सिमापुला (-

किरफे की loop के voltage series का मोर voltage drop के मोर के बाब C चिरा है।

$$V = iR + \frac{1}{C} \int i dt \quad \text{--- ①}$$

we know that

$$i = \frac{dq}{dt}$$

इका नाम समी ① में रखने पर

$$V = R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q \quad \text{--- ②}$$

for steady state condition

$$V(s) = R \frac{dQ(s)}{dt} + \frac{1}{C} Q(s) \quad \text{--- (ii)}$$

from equation (i) and (ii)

$$V - V(s) = R \frac{d(2-2s)}{dt} + \frac{1}{C} (2-2s)$$

Taking deviation variable

$$(V - V_s = V, 2 - 2s = Q)$$

$$V = R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \quad \text{--- (iv)}$$

$$CV = RC \frac{dQ}{dt} + Q$$

Taking Laplace transformation

$$C V(s) = RC Q(s) + Q(s)$$

$$C V(s) = T_s Q(s) + Q(s)$$

$$C V(s) = Q(s) [T_s + 1]$$

$$\boxed{\frac{Q(s)}{V(s)} = \frac{C}{T_s + 1}}$$

from eqn (iv)

$$V = R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C}$$

$$V = RC \frac{dE_c}{dt} + E_c \quad [Q = CE_c]$$

$$[T = RC]$$

$$V = T \frac{dE_c}{dt} + E_c$$

Taking Laplace transformation

$$V(s) = T(s) E_c(s) + E_c(s)$$

$$V(s) = E_c(s) [T_s + 1]$$

$$\boxed{\frac{E_c(s)}{V(s)} = \frac{1}{T_s + 1}}$$

Liquid level system :-

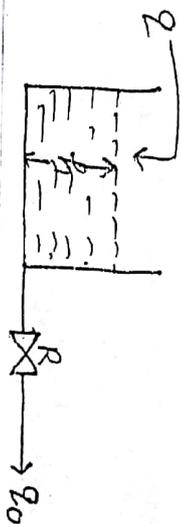


figure of a liquid level system

show that for a liquid tank of cross sectional area A & flow resistance R & Z_0 is a volumetric flow rate through the resistance

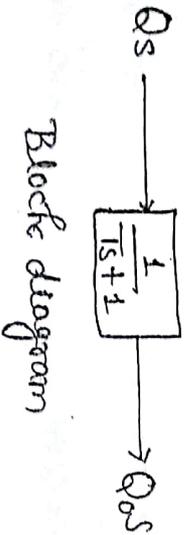
Taking Laplace transformation

$$Q_s - Q_0s = CR(s) \cdot Q_0(s) \quad \{ RQ_0 = F \}$$

But $T = RC$

$$Q_s = (Ts + 1) Q_0(s)$$

$$\frac{Q_0s}{Q_s} = \frac{1}{(Ts + 1)}$$



Oscillatory Element :- Oscillatory

element को नीचे fig में दिखाया गया है। ~~#####~~ यहाँ यह वाष्पित liquid, gas and thermal process में encountered नही है। यह Bourden tube pressure gauge को तब बहुत ही measuring instrument के लिए typical है। यह system में mass spring and damping system को दिखाया गया है।

According by Newton's second law of motion

$$M \frac{d^2c}{dt^2} = -B \frac{dc}{dt} - KC + m$$

$$M \frac{d^2c}{dt^2} + B \frac{dc}{dt} + KC = m \quad \text{--- (1)}$$

यहाँ यह इव और तथा उष्मा के कारण प्रयोग प्रकम के लिए प्रयोग में नही लाया जाता है। इसलिए oscillatory element का अध्ययन करने के लिए mass spring तथा damping system पर विचार करते हैं।

where, $M =$ mass of system (Block)

$m =$ input variable force

$C =$ output variable (displacement)

$B =$ Viscous damping coefficient

$K =$ Spring coefficient or Hooke's constant (lbs/ft)

Taking the Laplace transformation of eqn (1)

$$MS^2 \tilde{c}(s) + B(s)\tilde{c}(s) + K\tilde{c}(s) = m(s)$$

$$C(s) \{ m(s)^2 + B(s)K \} = m(s)$$

$$C(s) = \frac{m(s)}{\frac{KM(s)^2}{K} + \frac{B(s)}{K} + 1}$$

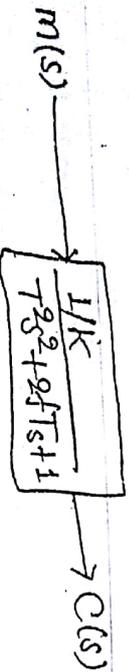
where, $T = \sqrt{\frac{m}{K}}$ = characteristic time

$$T^2 = \frac{m}{K}$$

$$f = \sqrt{\frac{B^2}{4K}} = \text{damping ratio}$$

$$C(s) = \frac{1}{K} \left[\frac{1}{T^2 s^2 + 2fTs + 1} \right] m(s)$$

where $\frac{1}{K}$ = system function
 $T^2 s^2 + 2fTs + 1$



The system function, oscillatory element
 of characteristics & / or damping
 ratio 1 or over under damped

$f < 1$, system is under damping
 $f = 1$, system is critically damping
 $f > 1$, system is over damping

System function or Transfer function :-

The transfer function of a system is the operation that when multiplied by the transform of its input signal results in the transform of its output signal. Transfer function provide a useful mechanism for analysing dynamic behavior and designing control systems.

Determination of transfer function of

first order system or time constant

element :-

1. Naked bulb thermometer
2. Stirred tank reactor
3. Mixing process
4. R.C. Circuit

is related to the head h by the linear relationship.

$$z_0 = \frac{h}{R}$$

Taking material balance over the tank.

$$Q_0 - Q_1 = \frac{d}{dt} (VH) \quad \text{--- (I)}$$

$$z_0 - z_1 = \frac{1}{R} \frac{dH}{dt} \quad \text{--- (II)}$$

$$z_0 - \frac{h}{R} = \frac{1}{R} \frac{dH}{dt} \quad \text{--- (III)}$$

At steady state equilibrium condition

$$z_0 - \frac{h_s}{R} = 0 \quad \text{--- (IV)}$$

from eqn (I) and (II)

$$z_0 - z_1 = \frac{1}{R} (h - h_s) = \frac{1}{R} \frac{d}{dt} [h - h_s]$$

Taking deviation variable

$$Q_0 - \frac{H}{R} = \frac{1}{R} \frac{dH}{dt}$$

$$Q_0 = \frac{1}{R} \frac{dH}{dt} + \frac{H}{R}$$

Taking Laplace transformation

$$Q_0(s) = H(s)H(s) + \frac{H(s)}{R}$$

$$Q_0(s) = H(s) \left[H(s) + \frac{1}{R} \right]$$

$$RQ_0(s) = H(s) [RH(s) + 1]$$

$$RQ_0(s) = H(s) [Ts + 1] \quad [T = RH]$$

$$\boxed{\frac{H(s)}{Q_0(s)} = \frac{R}{Ts + 1}} \quad \text{--- (III)}$$

we have $z_0 = \frac{h_s}{R}$ --- (IV)

at steady state

$$z_0(s) = \frac{h_s}{R} \quad \text{--- (V)}$$

by eqn (IV) - (V)

$$z_0 - z_0(s) = \frac{1}{R} [h - h_s]$$

Taking deviation variable

$$Q_0 = H/R$$

Taking Laplace transformation

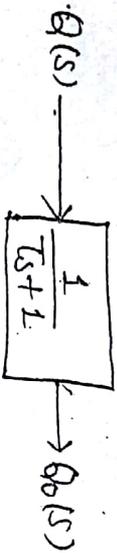
$$Q_0(s) = H(s)/R$$

$$H(s) = Q_0(s)R$$

$H(s)$ का मान $Q_0(s)$ में रखने पर

$$\frac{Q_0(s)R}{Q(s)} = \frac{R}{Ts+1}$$

Steady state के लिए transfer function dimensionless होता है



Two time constant type liquid vessel cascaded, non-interacting system :-

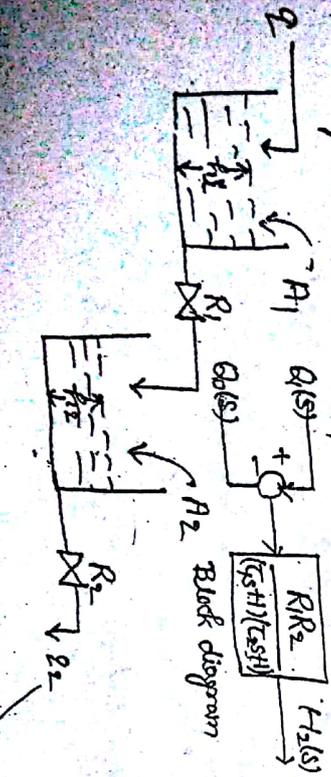
दो system में 1st tank का

outlet flow R_1 के जो flow होता है

उसका h_1 पर depend करता है। इस

प्रकार का 2nd tank में outlet flow h_2

पर depend करता है।



पहले liquid 2 volumetric flow rate का 1st tank में enter करता है। liquid का density constant है। Tank 1st का 2nd के cross section area A_1 पर A_2 है तथा flow resistance R_1 तथा R_2 है।

Taking material balance over the first tank

Input - output = Rate of accumulation

$$(Q - Q_1) = \frac{d}{dt} h_1 A_1$$

$\therefore R_1$ or R_2 linear resistance है।

$$Q_1 = \frac{h_1}{R_1} \quad \text{or} \quad Q_2 = \frac{h_2}{R_2}$$

$$Q - \frac{h_1}{R_1} = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad \text{--- (1)}$$

at steady state condition

$$Q(s) - \frac{h_1(s)}{R_1} = 0 \quad \text{--- (11)}$$

from eqn (1) and (11)

$$Q - Q(s) - \frac{1}{R_1} [h_1 - h_1(s)] = A_1 \frac{d}{dt} [h_1 - h_1(s)]$$

Taking deviation variable

$$Q - \frac{H_1}{R_1} = R_1 \frac{dH_1}{dt} \quad \text{--- (III)}$$

$$R_1 Q = R_1 A_1 \frac{dH_1}{dt} + H_1$$

Taking Laplace transformation

$$R_1 Q(s) = T_1(s) H_1(s) + H_1(s)$$

$$R_1 Q(s) = H_1(s) [T_1(s) + 1]$$

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{T_1(s) + 1} \quad \text{--- (IV)}$$

सर्वा प्रथम

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{T_2(s) + 1} \quad \text{--- (V)}$$

from eqn (IV)

$$\frac{H_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{T_1(s) + 1}$$

$\therefore H_1 = Q_1 R_1$ by taking Laplace $H_1(s) = Q_1(s) R_1$ ---

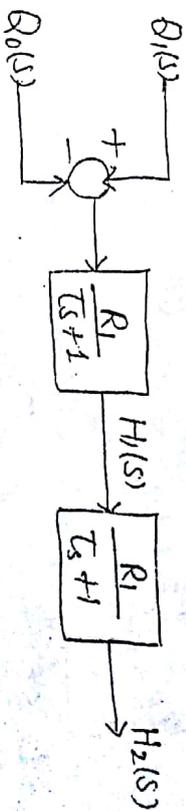
एवम् (VI) वर $\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{T_2(s) + 1}$ --- (VII)

$$\frac{Q_1(s) R_1}{Q(s)} = \frac{R_1}{T_1(s) + 1}$$

$$\frac{Q_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{T_1(s) + 1} \quad \text{--- (VII)}$$

एवम् (V) वर एवम् (VII) वर

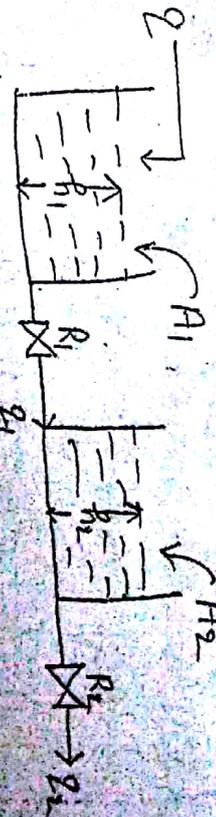
$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} \times \frac{Q_1(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{T_2(s) + 1} \times \frac{1}{T_1(s) + 1}$$



Cascaded, i.e., Interacting System:-

एषा system चें R_1 चें नियंत्रण वाटा
एव h_1 आठ h_2 पर depend करता h_1 ,
एवम् एषा interacting system कसे

है



$$Q_1 = \frac{h_1 - h_2}{R_1}, \quad Q_2 = \frac{h_2}{R_2}$$

Taking material balance over 1st and 2nd tank

At 1st tank

$$Q - Q_1 = A_1 \frac{dh_1}{dt} \quad \text{--- (I)}$$

At 2nd tank

$$Q_1 - Q_2 = A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad \text{--- (II)}$$

$$Q_1 - \frac{h_2}{R_2} = A_2 \frac{dh_2}{dt} \quad \text{--- (III)}$$

at steady state

$$Q_1(s) - \frac{h_2(s)}{R_2} = 0 \quad \text{--- (IV)}$$

from eqn (I) and (II) \otimes

$$Q_1 - Q_1(s) - \frac{1}{R_2} [h_2 - h_2(s)] = A_2 \frac{dh_2}{dt}$$

Taking deviation variable

$$Q_1 - \frac{H_2}{R_2} = A_2 \frac{dH_2}{dt}$$

$$R_1 Q_1 = A_2 R_2 \frac{dH_2}{dt} + H_2$$

Taking Laplace transformation

$$R_2 Q_1(s) = A_2(s) R_2 (H_2(s)) + H_2(s)$$

$$R_2 Q_1(s) = T_2(s) H_2(s) + H_2(s) \quad [A_2(s) R_2 = T_2 s]$$

$$R_2 Q_1(s) = H_2(s) [T_2(s) + 1]$$

$$\boxed{\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{T_2(s) + 1}}$$

$$Q_2 = \frac{h_2}{R_2} \Rightarrow Q_2(s) = \frac{H_2(s)}{R_2} \Rightarrow Q_2 = \frac{H_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow H_2(s) = Q_2(s) R_2$$

$$Q_1 = \frac{H_1 - H_2}{R_1}, \quad Q_2 = \frac{H_2}{R_2}$$

Taking Laplace

$$R_1 Q_1(s) = H_1(s) - H_2(s) \quad \text{--- (V)}$$

$$R_2 Q_2(s) = H_2(s) \quad \text{--- (VI)}$$

$$\boxed{\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{T_1 T_2 s^2 + (T_1 + T_2 + A_1 R_2) s + 1}}$$

Continuous stirred tank chemical reactor with first order chemical Reaction:-

गतिरत तारक के गतिरत तारक

liquid stream volumetric flow reaction

के तारक के गतिरत तारक के गतिरत तारक

reactant A reactor के गतिरत तारक

के STU decompose के गतिरत तारक



reaction. 1st order की है so

$$r = KC$$

The material balance for reactant is

$$F_1 C_1 - [F_2 C_2 + K C_2 V] = V \frac{dC_2}{dt} \quad \text{--- (7)}$$

at steady state condition

$$F_1 C_1 - [F_2 C_2 + K V C_2] = 0 \quad \text{--- (10)}$$

from eqn (7) and (10) के

$$F_1 (C_1 - C_2) - [F_2 (C_2 - C_1)] + K V (C_2 - C_1) = V \frac{dC_2}{dt}$$

Taking deviation variable

$$F_1 C_1 - F_2 C_2 - K V C_2 = V \frac{dC_2}{dt}$$

$$F_1 C_1 - C_2 (F_2 + K V) = V \frac{dC_2}{dt}$$

$$\frac{F_1 C_1}{F_2 + K V} - C_2 = \frac{V}{F_2 + K V} \frac{dC_2}{dt} \quad \left[\tau = \frac{V}{F_2 + K V} \right]$$

Taking Laplace transformation

$$\frac{F_1 C_1(s)}{F_2 + K V} - C_2(s) = \tau C_2(s)$$

$$\frac{F_1 C_1(s)}{(F_2 + K V)} = C_2(s) [\tau C_2(s) + 1]$$

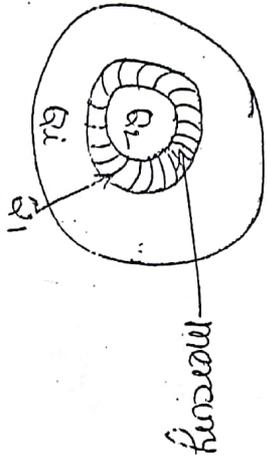
$$\boxed{\frac{C_2(s)}{C_1(s)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{K V}{F_2}\right) (\tau C_2(s) + 1)}}$$

Determination of transfer function for second order system or oscillatory type element :-

- (i) Ball in thermowell
- (ii) Mechanical damper
- (iii) Fluid manometer or U-tubes

Bulb in thermowell :- यह thermometer

को दो thermowell से बना गए दो layers transfer function second order differential equation STUT और पर बनने है।



Taking heat balance for thermal well

$$h_1 A_1 (Q_1 - Q_1) - h_2 A_2 (Q_1 - Q_0) = m_1 C_1 \frac{dQ_1}{dt} - 0$$

C_1, C_2 = Thermal capacitance of thermal well and mercury.

Taking heat balance of mercury -

$$h_2 A_2 (Q_1 - Q_0) = m_2 C_2 \frac{dQ_0}{dt}$$

$$Q_1 = \frac{m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{dQ_0}{dt} + Q_0$$

Q_1 का मान समीकरण में रखने पर

$$h_1 A_1 (Q_1 - Q_0) - \frac{m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{dQ_0}{dt} - h_2 A_2 (Q_0 + \frac{m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{dQ_0}{dt} - Q_0)$$

$$= m_1 C_1 \frac{dQ_1}{dt} = m_1 C_1 \left[\frac{m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + \frac{dQ_0}{dt} \right]$$

$$h_1 A_1 Q_1 - h_1 A_1 Q_0 - \frac{h_2 A_2 m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{dQ_0}{dt} - m_2 C_2 \frac{dQ_0}{dt}$$

$$= m_1 C_1 \frac{m_2 C_2}{h_2 A_2} \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + m_1 C_1 \frac{dQ_0}{dt}$$

$A_2 h_2$ से दोनों पक्षों को गुणा करने पर

$$h_2 A_2 h_1 A_1 Q_1 - h_2 A_2 A_1 h_1 Q_0 - h_1 A_1 m_2 C_2 \frac{dQ_0}{dt} -$$

$$h_2 A_2 m_2 C_2 \frac{dQ_0}{dt} = m_1 C_1 m_2 C_2 \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + h_2 A_2 m_1 C_1 \frac{dQ_0}{dt}$$

$$\frac{dQ_0}{dt} \left[h_2 A_2 m_1 C_1 + h_1 A_1 m_2 C_2 + h_2 A_2 m_2 C_2 \right] + m_1 C_1 m_2 C_2 \frac{d^2 Q_0}{dt^2}$$

$$= h_2 A_2 h_1 A_1 (Q_1 - Q_0)$$

Let

$$\alpha_1 = m_1 C_1 m_2 C_2$$

$$\alpha_2 = h_2 A_2 m_1 C_1 + h_1 A_1 m_2 C_2 + h_2 A_2 m_2 C_2$$

$$\alpha_0 = h_2 A_2 h_1 A_1$$

Putting this value in this equation

$$\frac{dQ_0}{dt} \alpha_2 + \alpha_1 \frac{d^2 Q_0}{dt^2} = \alpha_0 (Q_1 - Q_0)$$

$$\alpha_1 \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + \alpha_2 \frac{dQ_0}{dt} + \alpha_0 Q_0 = \alpha_0 Q_1$$

$$\alpha_0 \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + \alpha_2 \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = Q_1$$

Let $T^2 = \frac{\alpha_1}{\alpha_0}$ and $2FT = \frac{\alpha_2}{\alpha_0}$

Putting these value in above equation

$$T^2 \frac{d^2 Q_0}{dt^2} + 2FT \frac{dQ_0}{dt} + Q_0 = Q_1$$

Taking Laplace transformation of the equation

$$T^2 s^2 Q_0(s) + 2FTS Q_0(s) + Q_0(s) = Q_1(s)$$

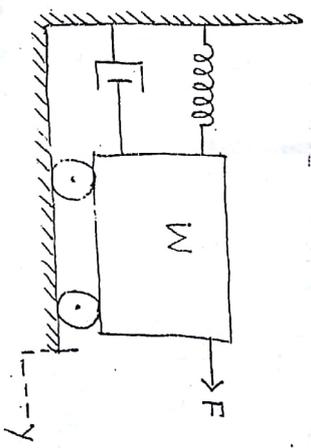
$$Q_0(s) [T^2 s^2 + 2FTS + 1] = Q_1(s)$$

$$\frac{Q_0(s)}{Q_1(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2FTS + 1}$$

Mechanical Damper :- figure में एक

block है जिसका वजन W है / एक damper spring से attached है। इसकी friction less horizontal plane पर wheels पर रिकार है। एक external force F जोलन

कारक के लिए factor है।



माना प्रारम्भिक स्थिति में 0 तन्मय में block स्थिति अवस्था में है। यदि किसी तन्मय block आगे बढ़ रहा है तब उसका velocity $\frac{dx}{dt}$ होगा positive होने है और block पर निम्न बल कार्य करते है।

(a) spring द्वारा कर्तव्य वाला बल - Kx जहाँ K = Hooke's constant

(b) The viscous friction - $c \frac{dx}{dt}$, जहाँ c is

a damping constant

(c) F is the external force

$$F = ma$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{dx}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

by Newton's law of motion

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = F$$

$$\frac{m}{k} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{c}{k} \frac{dy}{dt} + y = \frac{F}{k}$$

$$T^2 \frac{d^2y}{dt^2} + 2FT \frac{dy}{dt} + y = x$$

$$[x = F/k]$$

$$[T^2 = \frac{m}{k}]$$

$$[2FT = c/k]$$

Taking Laplace transformation

$$T^2 S^2 Y(s) + 2FT S Y(s) + Y(s) = X(s)$$

$$Y(s) [T^2 S^2 + 2FT S + 1] = X(s)$$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{[T^2 S^2 + 2FT S + 1]}$$

$$F = \sqrt{\frac{c^2}{4mk}} = \sqrt{\frac{c^2}{4T^2 k^2}} \Rightarrow F = \frac{c}{2Tk}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{c}{k} = 2FT}$$

Fluid Manometer or U-tubes:-

एक तरफ़ी system के

mechanical part या fluid को दर्शाते

होते हैं और उनके dynamic behaviour

IInd order system को U-tube manometer

गणना के लिए। नीचे U-tube manometer

IInd order system के लिये प्रथम सिद्धांत
गणना के लिए। प्रथम सिद्धांत basic equation force
balance equation से प्राप्त करते हैं। matter
को simply करते हैं। फिर

(i) Frictional pressure drop को velocity,
को समझाते हैं।

(ii) यह मानते हैं कि manometric fluid
uniformly accelerate होता है।

Taking force balance

$$\frac{A e}{g c} \frac{d^2 h}{dt^2} = A \left(e - \frac{e g h}{g c} \right) - R A \frac{dh}{dt} \quad \text{--- (1)}$$

where,

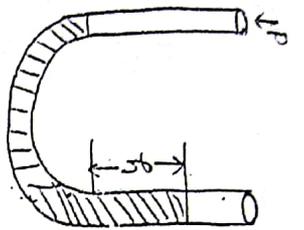
A = Cross section area

h = manometers reading

P = Applied pressure

e = fluid density

R = frictional resistance



Laminar flow of resistance Hagen Poiseuille equation ΔP सात फिर जाता है।

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32 \mu v}{D^2 g_c}$$

$$R = \frac{\Delta P}{v} = \frac{32 \mu L}{D^2 g_c}$$

Putting the value of R in the eqn (1)

$$\frac{A L}{g_c} \frac{d^2 h}{dt^2} = A \left(e - \frac{e g h}{g_c} \right) - \frac{32 \mu L A}{D^2 g_c} \frac{dh}{dt}$$

दोनों पक्षों में $g_c/e g$ से गुणा करते हैं

$$\frac{L}{g} \frac{d^2 h}{dt^2} = \frac{g_c}{g} - h - \frac{32 \mu L}{D^2 e g} \frac{dh}{dt} \quad (11)$$

$$T^2 = \frac{L}{g}, \quad 2FT = \frac{32 \mu L}{D^2 e g}$$

Putting these value in (11) equation

$$T^2 \frac{d^2 h}{dt^2} + 2FT \frac{dh}{dt} + h = \frac{g_c}{g} = h_i$$

Taking Laplace

$$T^2 s^2 h(s) + 2FT s h(s) + h(s) = h_i(s)$$

$$h(s) [T^2 s^2 + 2FT s + 1] = h_i(s)$$

$$\frac{h(s)}{h_i(s)} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2FT s + 1}$$

$$L_2 = \frac{L}{2g}, \quad L_1 = \frac{16 \mu L}{D^2 e g}, \quad L_0 = 1$$

$$\text{Time constant} = \frac{2L_2}{L} = \frac{D^2 e}{16 \mu}$$

$$\text{Natural frequency} = \sqrt{\frac{L_0}{L_2}} = \sqrt{\frac{2g}{L}}$$

$$\text{Damping coefficient } (J) = \frac{L_1}{2\sqrt{L_0 L_2}} = \frac{8 \mu \sqrt{2L}}{e D^2 \sqrt{g}}$$

(i) if $J < 1$ तो output final value को overshoot करता है तथा गामाटाब्यात तक पहुँचने से पहले oscillate करता है।

(ii) $J = 1$ तो system critical damped कहलाता है और फिर overshoot के equilibrium

जे पसुयार है/ सयस लर डेने time constant पर मर equal डेनेर है

III) $J > 1$ ने system overdamped परसमर है/ से controlled ने डेनेर मर परसमर है $J = 0$ ने undamped.

Response of first order systems :-

① Step Response :-

$$X(s) = \frac{A}{s}$$

at first order system

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{Ts+1}$$

$$Y(s) = \frac{X(s)}{Ts+1}$$

$$Y(s) = \frac{A}{s} \cdot \frac{1}{(Ts+1)}$$

$$Y(s) = \frac{A/T}{s} = \frac{C_1}{s} + \frac{C_2}{(s+\frac{1}{T})} \quad \text{①}$$

$$\frac{A}{T} = C_1(s+\frac{1}{T}) + C_2s \quad \text{put } s=0$$

$$\text{put } (s+\frac{1}{T})=0 \quad \frac{A}{T} = \frac{C_1}{T}$$

$$s = -\frac{1}{T} \quad \boxed{C_1 = A}$$

$$\frac{A}{T} = 0 - \frac{C_2}{T}$$

$$\boxed{C_2 = -A}$$

एएनो ① ने C_1 मर C_2 मर मर मर मर

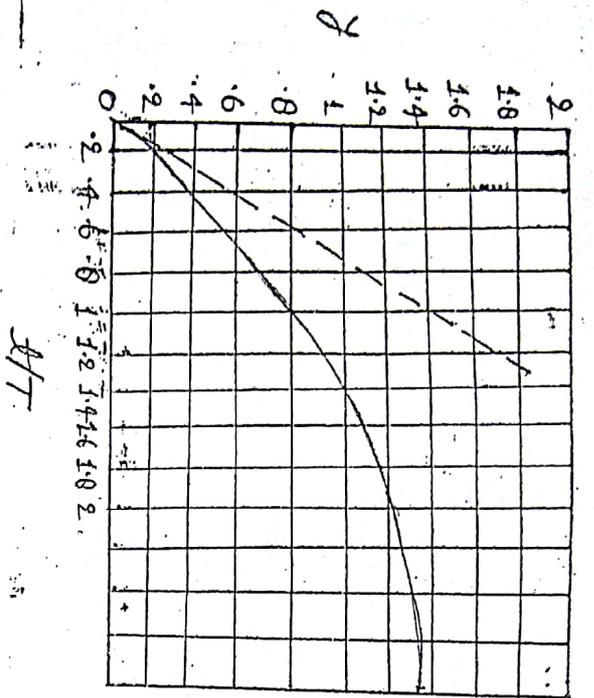
$$Y(s) = \frac{A}{s} - \frac{A}{(s+\frac{1}{T})} = A \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{(s+\frac{1}{T})} \right]$$

$$Y(s) = A \left[\frac{1}{s} - \frac{1}{(s+\frac{1}{T})} \right]$$

Taking inverse Laplace of this equation

$$Y(t) = A \left[1 - e^{-t/T} \right]$$

$$\boxed{\frac{Y(t)}{A} = 1 - e^{-t/T}}$$



Impulse Response :-

$$X(s) = 1$$

by first order system

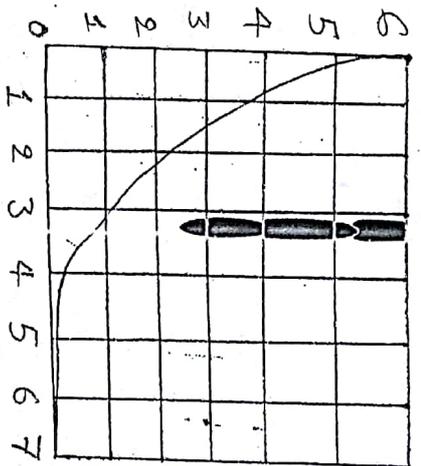
$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{Ts+1}$$

$$Y(s) = \frac{1/T}{s + \frac{1}{T}}$$

Taking inverse Laplace transformation

$$y(t) = \frac{1}{T} e^{-t/T}$$

$$y(t) = e^{-t/T}$$



Sinusoidal Response :-

$$x = x_s + A \sin \omega t$$

where, x = temp of bath

x_s = temp of bath before

sinusoidal disturbance is applied.

ω = radian frequency

$$x - x_s = A \sin \omega t$$

$$x = A \sin \omega t$$

$$X(s) = \frac{A \omega}{s^2 + \omega^2}$$

$$Y(s) = \frac{1}{Ts+1}$$

(ii)

$$Y(s) = \frac{Aw}{s^2+\omega^2} \cdot \frac{1}{Ts+1}$$

$$Y(s) = \frac{Aw}{(s^2+\omega^2)} \cdot \frac{1/T}{(s+\frac{1}{T})}$$

$$\frac{Aw}{(s^2+\omega^2)} \cdot \frac{1/T}{(s+\frac{1}{T})} = \frac{B}{(s+\frac{1}{T})} + \frac{Cs+D}{(s^2+\omega^2)} \quad \text{--- (i)}$$

$$\frac{Aw}{T} = B(s^2+\omega^2) + (Cs+D)(s+\frac{1}{T})$$

put $s+\frac{1}{T} = 0 \Rightarrow s = -\frac{1}{T}$

$$\frac{Aw}{T} = B\left(\frac{1}{T^2} + \omega^2\right) + 0$$

$$\frac{Aw}{T} = \frac{B(1+T^2\omega^2)}{T^2}$$

$$B = \frac{AT\omega}{1+T^2\omega^2} \quad \text{--- (ii)}$$

s^2 का गुणांक ज्ञाने पर
 $B+C=D$

$$C = -B = -\frac{AT\omega}{1+T^2\omega^2} \quad \text{--- (iii)}$$

अब पर ज्ञाने पर

$$\frac{Aw}{T} = B\omega^2 + \frac{D}{T}$$

$$\frac{D}{T} = \frac{Aw}{T} - \frac{AT\omega \cdot \omega^2}{(1+T^2\omega^2)}$$

$$D = \frac{Aw + AT\omega^3T^2 - AT\omega^3T^2}{1+T^2\omega^2}$$

$$D = \frac{Aw}{1+\omega^2T^2} \quad \text{--- (iv)}$$

अब (i), (ii) and (iv) के मान समीकरण (i) में रखने पर

$$Y(s) = \frac{AT\omega}{(1+T^2\omega^2)(s+\frac{1}{T})} + \frac{Aw}{(1+T^2\omega^2)} - \frac{AT\omega s}{(1+T^2\omega^2)(s^2+\omega^2)}$$

Taking inverse transformation

$$Y(t) = \frac{AT\omega e^{-t/T}}{(1+T^2\omega^2)} + \frac{Aw \sin \omega t}{(1+T^2\omega^2)} - \frac{AT\omega \cos \omega t}{(1+T^2\omega^2)}$$

$$Y(t) = \frac{A\tau\omega e^{-t/\tau}}{1+\tau^2\omega^2} \frac{A}{(1+\tau^2\omega^2)} (\tau\omega \cos\omega t - \sin\omega t)$$

we know that

$$(P\cos A + Q\sin A) = r \sin(A + \phi)$$

$$r = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad \phi = \tan^{-1}\left(\frac{P}{Q}\right)$$

then

$$Y(t) = \frac{A\tau\omega e^{-t/\tau}}{(1+\tau^2\omega^2)} - \frac{A}{(1+\tau^2\omega^2)}$$

$$\frac{A}{\sqrt{\tau^2\omega^2 + 1}} \sin(\omega t + \phi)$$

$$Y(s) = \frac{A\tau\omega e^{-t/\tau}}{1+\tau^2\omega^2} + \frac{A\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$$

As $t \rightarrow \infty$

then

$$Y(s) = 0 + \frac{A\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$$

output तथा input के amplitude का

ratio $\frac{1}{\sqrt{1+\tau^2\omega^2}}$ है जो सदैव 1 से कम होता है।

Ramp Response :- first order में ramp

input को फिर एक परिमित दर तक बढ़ाते हैं।

$$X(s) = A/s^2$$

as first order system:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$Y(s) = \frac{X(s)}{\tau s + 1} = \frac{A}{s^2} \left(\frac{1}{\tau s + 1} \right)$$

$$Y(s) = \frac{A/\tau}{s^2 \left(s + \frac{1}{\tau} \right)}$$

$$\frac{A/\tau}{s^2 \left(s + \frac{1}{\tau} \right)} = \frac{B}{s} + \frac{C}{s} + \frac{D}{s^2} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{A}{\tau} = Bs^2 + Cs \left(s + \frac{1}{\tau} \right) + D \left(s + \frac{1}{\tau} \right)$$

$$\frac{A}{\tau} = B \left(\frac{1}{\tau^2} \right) + 0 + 0$$

$$\boxed{B = A\tau}$$

s^2 का गुणांक ज्ञाने पर

$$B+C=0$$

$$C=-B \Rightarrow \boxed{C=-AC}$$

अब पर चले पर

$$\frac{A}{C} = \frac{D}{C} \Rightarrow \boxed{D=A}$$

B, C तथा D का मान ज्ञाने पर

$$Y(s) = \frac{AC}{s+\frac{1}{T}} + \frac{A}{s^2} - \frac{AC}{s}$$

$$= AC \left[\frac{\frac{1}{T}}{s+\frac{1}{T}} + \frac{1}{Ts^2} - \frac{1}{s} \right]$$

Taking inverse transformation of equation

$$y(t) = AC \left[e^{-\frac{t}{T}} + \frac{t}{T} - 1 \right]$$

$$Y(s) = A \left[T e^{-t/T} + t - T \right]$$

Response of second order system to

step change (Transient response):-

एक second order system में unit step function introduce किया जाए तो -

$$X(s) = \frac{1}{s}$$

Transfer function of second order system

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{T^2s^2 + 2FTS + 1}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s(T^2s^2 + 2FTS + 1)} \quad \text{--- (I)}$$

This equation may be factored into two linear terms that contain the root.

$$s_1 = -\frac{f}{T} + \frac{\sqrt{F^2-1}}{T} \quad \text{--- (II)}$$

$$s_2 = -\frac{f}{T} - \frac{\sqrt{F^2-1}}{T} \quad \text{--- (III)}$$

Therefore equation (I) is become

$$Y(s) = \frac{1/T^2}{s(s-s_1)(s-s_2)}$$

$$\cos ha = \frac{e^a + e^{-a}}{2}$$

$$F > 1 \text{ then } \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$T_1 = (F + \sqrt{F^2 - 1})T, \quad T_2 = (F - \sqrt{F^2 - 1})T$$

Controller Characteristic

—* Mode of Control Action —*

Elements of a control system:-

The basic elements

of a control system are following.

1. Process:- The material equipment along with the physical or chemical operation which take place (tanks, heat exchangers, reactors, separators, etc)

2. Measuring instrument or sensors:-
for eg. thermocouples (for temp.), bellows, or diaphragms (for pressure or liquid level), orifice plates (for fluid), gas chromatographs or various types of spectroscopic analysers (for composition) and so on.

Decay Ratio :- दो क्रमशः Peaks की size के अनुपात को Decay Ratio कहते हैं।

$$\text{Decay Ratio} = \exp\left(\frac{-2\zeta F}{\sqrt{1-F^2}}\right) = (\text{overshoot})^2$$

Rise Time :- किसी higher order system के response को first time, ultimate value तक पहुँचाने में लगे समय को Rise time कहते हैं। इसे ζ से प्रभावित करते हैं।
Rise time का मान ζ के बढ़ने से घटता है।

Response time :- किसी higher order system के response को इसके ultimate value के ± 5 प्रतिशत तक आने तथा उसी पर स्थिर होने में लगे समय को Response time कहते हैं।

Period of Oscillation :- Unit step change

करने पर किसी higher order के response को निम्न रूप में लिखा जा सकता है।

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-F^2}} e^{-\zeta t} \sin\left(\sqrt{1-F^2} \frac{t}{T} + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-F^2}}{F}\right)$$

∴ Radian frequency $\omega = \frac{\sqrt{1-F^2}}{T}$

but we know that

$$\omega = 2\pi f$$

$$\therefore f = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\sqrt{1-F^2}}{T}$$

Natural Period of Oscillation :- Underdamped

condition के अनुरूप radian frequency को Natural frequency कहते हैं। इसे ω_n से प्रदर्शित करते हैं।

$$\omega_n = \frac{1}{T} \quad \text{--- ①}$$

Proportional Integral Control of stirred tank

heater for load point change :-

$$\frac{T'}{T_1'} = \frac{A_1 s + 1}{T_1 s + 1} \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right)$$

$$= \frac{1}{(T_1 s + 1) + K_{DA} \left(\frac{T_1 s + 1}{T_1 s} \right)}$$

$$= \frac{T_1 s}{(T_1 s + 1)(T_1 s) + K_{DA}(T_1 s + 1)}$$

$$= \frac{T_1 s}{T_1 s^2 + T_1 s + K_{DA} T_1 s + K_{DA}}$$

$$= \frac{T_1 s / K_{DA}}{\frac{T_1}{K_{DA}} s^2 + T_1 s \left(1 + \frac{1}{K_{DA}} \right) + 1}$$

$$\frac{T'}{T_1'} = \frac{A_1 s}{T_1 s^2 + 2F T_1 s + 1}$$

where, $A_1 = \frac{T_1}{K_{DA}}$

$$T_1 = \sqrt{\frac{T_1}{K_{DA}}}$$

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{K_{DA}} + 1 \right)$$

for unit step change in load $T_1' = \frac{1}{s}$

$$T' = \frac{A_1}{T_1 s^2 + 2F T_1 s + 1}$$

