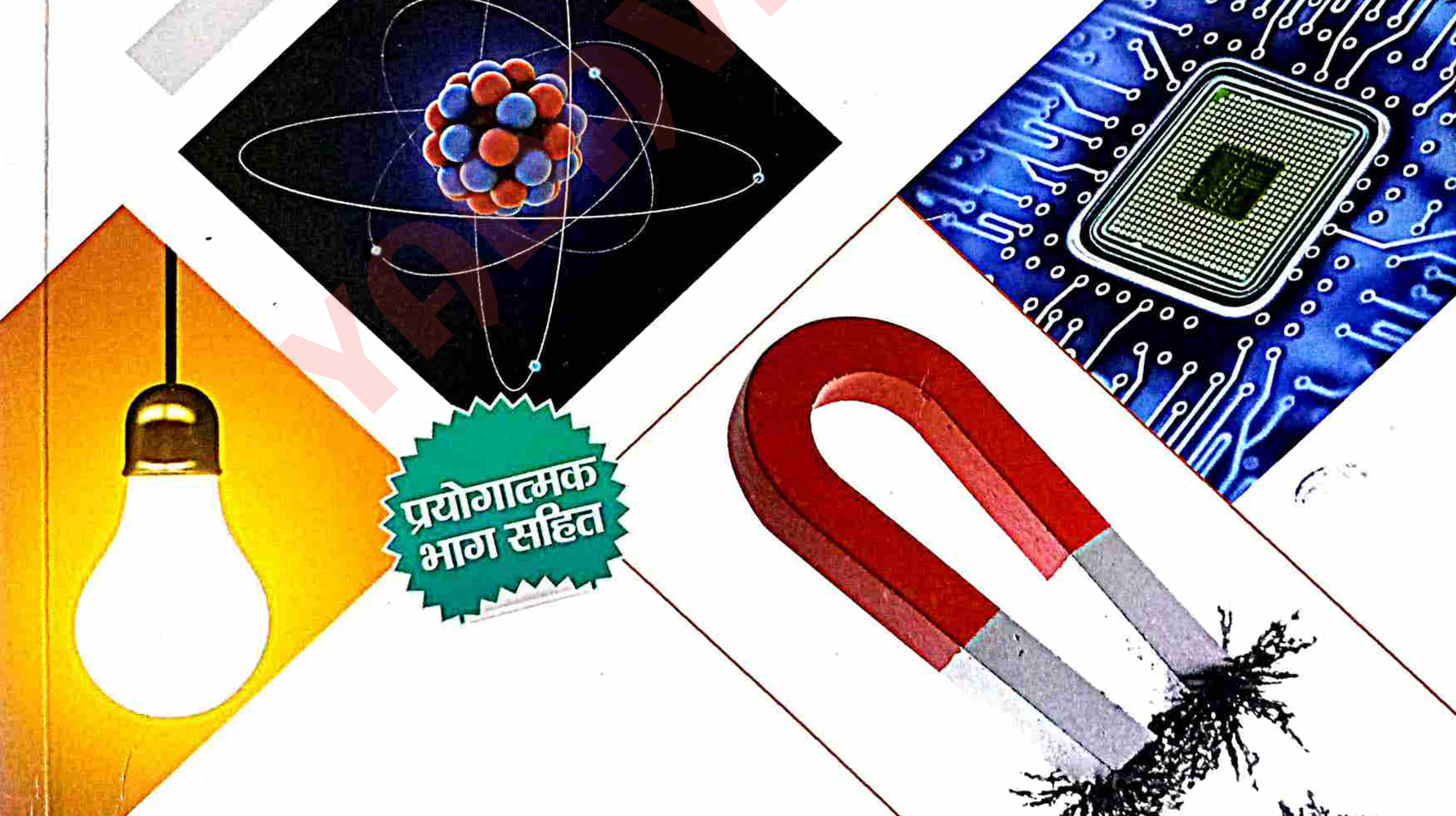
सार्थक

प्राविधिक शिक्षा परिषद् उ० प्र० द्वारा स्वीकृत
नवीनतम् "N.S.Q.F." पाठ्यक्रमानुसार

अनुप्रयुक्त भौतिकी-II

(Applied Physics-II)

पाटेश्वरी सिंह



Jai Prakash Nath Publications
Meerut

YADAVRK100%

प्राविधिक शिक्षा परिषद् उत्तर प्रदेश द्वारा स्वीकृत नवीनतम् सशोधित NSQF पाठ्यक्रमानुसार

सार्थक

अनुप्रयुक्त भौतिकी-II

(APPLIED PHYSICS-II)

प्रयोगात्मक भाग सहित

(With Experiment Work)

द्वितीय सेमेस्टर (प्रथम वर्ष) समस्त अभियंत्रण शाखाओं के डिप्लोमा विद्यार्थियों हेतु

लेखक :

मेजर पाटेश्वरी सिंह

एम०एससी० भौतिक विज्ञान (इलैक्ट्रॉनिक्स)

एम०टेक० (इलैक्ट्रॉनिक्स डिजाइन एण्ड टेक्नोलॉजी)

प्रधानाचार्य

महाराणा प्रताप पॉलिटैक्निक,

गोरखपुर

परामर्शदाता :

डॉ० कल्पना सिंह
व्याख्याता भौतिकी
राजकीय महिला पॉलिटैक्निक,
लखनऊ

डॉ० दिनेश यादव
व्याख्याता भौतिकी
राजकीय पॉलिटैक्निक,
बरेली

डॉ० शशांक शेखर पाण्डेय
व्याख्याता भौतिकी
टाउन पॉलिटैक्निक,
बलिया

प्रकाशक :

जय प्रकाश नाथ पब्लिकेशन्स

मेरठ-250004 (उ०प्र०)

YADAVRK100%

आभार

प्रकाशक के दो शब्द

हमें अनुप्रयुक्त भौतिकी-II जो कि प्राविधिक शिक्षा परिषद् उत्तर प्रदेश के नवीनतम् सेमेस्टर प्रणाली हेतु स्वीकृत पाठ्यक्रमानुसार है, को प्रस्तुत करते हुए अपार हर्ष हो रहा है सार्थक शृंखला में प्रकाशित प्रस्तुत पुस्तक के पूर्व संस्करण हाथों-हाथ लेते हुए इसे आगे बढ़ाने में विद्वानों एवं गुरुजनों का बहुत सहयोग रहा है। हमें आशा ही नहीं पूर्ण विश्वास है कि जय प्रकाश नाथ पब्लिकेशन्स द्वारा सार्थक शृंखला के तहत् प्रकाशित पुस्तकों को आप विद्वत्जनों का स्नेह व समर्थन पूर्व की भाँति प्राप्त होता रहेगा। हम विशेष रूप से डॉ० एस० के० वर्मा, रा० पॉलि० गोण्डा; श्री जे० पी० सिंह, रा० पॉलि० गाजियाबाद; श्री जगराम सिंह यादव, एस० जी० एस० जे० पॉलि० खुर्जा; श्रीमति रमा पाण्डेय, आर० बी० एस० पॉलि० बिचपुरी, आगरा; सुभाष चन्द शर्मा, रा० पॉलि० मुरादाबाद; श्री रमेश कुमार आर्य, रा० पॉलि० बस्ती; श्री प्रतीक श्रीवास्तव, श्रीमती दीपशिखा पाण्डेय, श्री राज किशोर प्रजापति एवं श्री सतीश गौड, महाराणा प्रताप पॉलि०, गोरखपुर; डा० आर०एन० यादव प्रवक्ता श्री सहदेव पौधरिया पॉलिटेक्निक मन्दा रसड़ा (बलिया); श्री स्वामीनाथ, विकास इंस्टीट्यूट, गोरखपुर; डा० बी० के० यादव, रा० चर्म संस्थान, आगरा; श्री आशुतोष श्रीवास्तव, श्री अखिलेख रॉय, श्री दिनेश कुमार, प्रवक्ता ऐम्बिशन इन्स्टीट्यूट ऑफ टेक्नोलॉजी, वाराणसी एवं श्री बी० एन० चौधरी, रा० पॉलि०, अम्बेडकरनगर; प्रवीण कुमार, प्रवक्ता, जवाहर लाल नेहरू पॉलि०, मेहमूदाबाद (सीतापुर); राजेश कुमार तिवारी, बख्शी पॉलि०, जौनपुर; विनय शुक्ला, राजकीय पॉलि०, जौनपुर के प्रति हार्दिक आभार व्यक्त करते हैं।

—*प्रकाशक*

SYLLABUS

APPLIED PHYSICS-II

1. Wave motion and its applications *(12 periods)*

1.1. Wave motion, transverse and longitudinal wave motion with examples, sound and light waves, relationship among wave velocity, frequency and wave length and its application.

1.2. Wave equation $y = r \sin wt$, phase, phase difference, principle of superposition of waves.

1.3. Simple Harmonic Motion (S.H.M.), definition and characteristic, expression for displacement, velocity, acceleration, time period, frequency in S.H.M., Energy of a body executing S.H.M., simple pendulum, concept of simple harmonic progressive wave.

1.4. Free, Damped and forced oscillations, Resonance with examples, Q-factor.

1.5. Definition of pitch, loudness, quality and intensity of sound waves, intensity level, Echo and reverberation, Sabine formula for reverberation time (without derivation), coefficient of absorption of sound, methods to control reverberation time and their applications, Acoustics of building defects and remedy.

1.6. Ultrasonics-production, detection, properties and applications in engineering and medical applications.

2. Wave optics *(6 periods)*

2.1. Dual nature of light, wave theory of light, laws of reflection and refraction, Snell's law, Power of lens, magnification.

2.2. Two-Source Interference, Double-Slit interference, Interference due to thin films, Fresnel's biprism.

2.3. Use of interference making highly efficient solar panel.

2.4. Diffraction, Single slit diffraction, intensity calculation etc.

2.5. Polarization of electromagnetic waves, polarizing sheets, polarizing by Reflection (Browser's law), Malus law, use of polariods.

3. Electrostatics *(12 periods)*

3.1. Concept of Charge, Coulomb's law, Electric field of point charges, Electric lines of force and their properties, Electric flux, Electric potential and potential difference.

3.2. Gauss's law of electrostatics : Applications of Gauss's law to find electric field intensity of straight charged conductor, plane charged sheet and charged sphere.

3.3. Capacitor and its working principle, Capacitance and its units, Capacitance of parallel plate capacitor, Series and parallel combination of capacitors (numericals), charging and discharging of a capacitors

3.4. Dielectric and its effect on capacitance, dielectric break down.

YADAVRK100%

3.5. Application of electrostatics in electrostatic precipitation of microbes and moisture separation from air and gases in industry for pollution control (Brief explanation only).

4. Current Electricity *(12 periods)*

4.1. Electric current, Resistance, Specific Resistance, Conductance, Specific Conductance, Series and Parallel Combination of Resistances, Factors affecting Resistance, Colour coding of carbon Resistances, Ohm's law Superconductivity.

4.2. Kirchhoff's laws, Wheatstone bridge and its applications (meter bridge and slide wire bridge).

4.3. Concept of Terminal Potential Difference and Electro Motive Force (EMF), potentiometer.

4.4. Heating effect of current, Electric Power, Electric energy and its units (related numerical problems), Advantages of Electric Energy over other forms of energy.

4.5. Examples of application of DC circuits in various electrical and electronics equipment such as C.R.O., T.V., Audio-Video system, Computers etc.

5. Magneto Statics and Electromagnetism *(12 periods)*

5.1. Magnetic poles, force on a moving charge, circulating charges, force on a current carrying wire, hall effect, torque on a current loop.

5.2. Magnetic field due to moving charge (Biot-Savart Law), due to current (Biot-Savart Law), parallel currents, field of a solenoid, ampere's law.

5.3. Faraday's law, Lenz's law, motional emf, induced electric fields.

5.4. Magnetic dipole and force on a magnetic dipole in a non-uniform field, magnetization, Gauss's law for magnetism.

5.5. Types of magnetic materials. Dia, para-and ferromagnetic materials with their properties.

5.6. Application of electromagnetism in ac/dc motors and generators.

6. Semiconductor physics *(8 periods)*

6.1. Types of materials (insulator, semi-conductor, conductor), intrinsic and extrinsic semi-conductors, *p-n* junction diode and its *V-I* characteristics

6.2. Diode as rectifier-half wave and full wave rectifier (centre taped)

6.3. Semi-conductor transistor, *pnp* and *npn* (concepts only)

6.4. Application of semi-conductor diodes (Zener, LED) and that of transistor as amplifier and oscillator.

7. Modern Physics *(8 Periods)*

7.1. Lasers : Concept of energy levels, ionizations and excitation potentials; spontaneous and stimulated emission; laser and its characteristics, population inversion, Types of lasers; Ruby and He-Ne lasers, engineering and medical applications of lasers.

7.2. Fibre optics : Total internal reflection and its applications, critical angle and conditions for total internal reflection, introduction to optical fibres, light propagation, types, acceptance angle and numerical aperture, types and applications of optical fibre in communication.

7.3. Introduction to nano-technology, nano-particles and nano-materials.

VIDYAVRK100%

List of Practicals (To perform minimum six experiments)

1. To determine the velocity of sound with the help of resonance tube.
2. To find the focal length of convex lens by displacement method.
3. To find the refractive index of the material of given prism using spectrometer.
4. To find the wavelength of sodium light using Fresnel's biprism.
5. To verify laws of resistance in series and parallel combination.
6. To verify ohm's laws by drawing a graph between voltage and current.
7. To measure very low resistance and very high resistances using Slide Wire bridge.
8. Conversion of galvanometer into an Ammeter and Voltmeter of given range.
9. To draw hysteresis curve of a ferromagnetic material.
10. To draw characteristics of a *pn* junction diode and determine knee and break down voltages.
11. To find wavelength of the laser beam.
12. To find numerical aperture of an optical fibre.

Instructional Statregy

Teacher may use various teaching aids like live models, charts, graphs and experimental kits etc. for imparting effective instructions in the subject. The teacher should explain about field applications before teaching the basics to develop proper understanding of the physical phenomenon. Use of demonstration and animations can make the subject interesting and may develop scientific temper in the students. Teacher must plan a tour of science park/planetarium available in nearby areas in order to enhance the interest in this course.

Means of Assessment

Assignment & Quiz,
Mid-Term and End-Term written test,
Model Making,
Actual Lab & Practical Work,
Viva-Voce

YADAVRk100%
yadavRk100%

विषय सूची

क्र०सं०	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	तरंग गति एवं इसका अनुप्रयोग (Wave Motion and Its Application)	1-68
2.	तरंग प्रकाशिकी (Wave Optics)	69-122
3.	वैद्युत-स्थैतिकी (Electrostatics)	123-178
4.	विद्युत धारा (Current Electricity)	179-225
5.	स्थिर-चुम्बकत्व एवं विद्युत-चुम्बकत्व (Magnetostatics and Electromagnetism)	226-260
6.	अर्धचालक भौतिकी (Semiconductor Physics)	261-315
7.	आधुनिक भौतिकी (Modern Physics)	316-348
8.	प्रयोगात्मक भाग (Practical Section)	349-394
•	परीक्षा प्रश्न-पत्र	

YADAVRK100%

कतिपय अवधेयात्मक तथ्य
(SOME CONSIDERABLE FACTS)

(क) ग्रीक वर्णमाला (The Greek Alphabet)

एल्फ़ा (Alpha)	A	α	आइटा (Iota)	I	ι	रो (Rho)	P	ρ
बीटा (Beta)	B	β	कप्पा (Kappa)	K	κ	सिग्मा (Sigma)	Σ	σ
गैमा (Gamma)	Γ	γ	लैम्ब्डा (Lambda)	Λ	λ	टॉउ (Tau)	T	τ
डेल्टा (Delta)	Δ	δ	म्यू (Mu)	M	μ	अपसाइलोन (Upsilon)	Y	υ
एपसाइलोन (Epsilon)	E	ε	न्यू (Nu)	N	ν	फ़ाइ (Phi)	Φ	ϕ,φ
ज़ीटा (Zeta)	Z	ζ	ज़ाइ (Xi)	Ξ	ξ	चाइ (Chi)	X	χ
ईटा (Eta)	H	η	ऑमिक्रॉन (Omicron)	O	o	साइ (Psi)	Ψ	ψ
थीटा (Theta)	Θ	θ	पाइ (Pi)	Π	π	ओमेगा (Omega)	Ω	ω

(ख) कुछ महत्वपूर्ण नियतांक (Some Important Constants)

नाम (Name)	प्रतीक (Symbol)	मान (Value)
प्रकाश की निर्वात में चाल (Speed of light in vacuum)	c	2.9979×10^{8} m s^{-1}
इलेक्ट्रॉन का आवेश (Charge of electron)	e	1.602×10^{-19} C
गुरुत्वाकर्षण नियतांक (Gravitational constant)	G	6.673×10^{-11} N m^{2} kg^{-2}
प्लांक नियतांक (Planck constant)	h	6.626×10^{-34} J s
बोल्ट्ज़मैन नियतांक (Boltzmann constant)	k	1.381×10^{-23} J K^{-1}
एवोगेड्रो संख्या (Avogadro number)	N_A	6.022×10^{23} mol^{-1}
सार्वत्रिक गैस नियतांक (Universal gas constant)	R	8.314 J mol^{-1} K^{-1}
इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान (Mass of electron)	m_e	9.110×10^{-31} kg
न्यूट्रॉन का द्रव्यमान (Mass of neutron)	m_n	1.675×10^{-27} kg
प्रोटॉन का द्रव्यमान (Mass of proton)	m_p	1.673×10^{-27} kg
इलेक्ट्रॉन आवेश एवं द्रव्यमान अनुपात (Electron-charge to mass ratio)	e/m	1.759×10^{11} C/kg
फैराडे नियतांक (Faraday constant)	F	9.648×10^{4} C/mol
रिड्बर्ग नियतांक (Rydberg constant)	R	1.097×10^{7} m^{-1}
बोर त्रिज्या (Bohr radius)	a_0	5.292×10^{-11} m
स्टीफन-बोल्ट्ज़मैन नियतांक (Stefan-Boltzmann constant)	σ	5.670×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
वीन का नियतांक (Wien's Constant)	b	2.898×10^{-3} m K

YADAVRK100%

निर्वात की विद्युतशीलता (Permittivity of free space)	ε_0 $1/4\pi\varepsilon_0$	$8\cdot854\times10^{-12}\ C^2\ N^{-1}\ m^{-2}$ $8\cdot987\times10^{9}\ N\ m^2C^{-2}$
निर्वात की चुम्बकशीलता (Permeability of free space)	μ_0	$4\pi\times10^{-7}$ T m A^{-1} $\cong 1\cdot257\times10^{-6}$ Wb $A^{-1}m^{-1}$
धारा का एकांक वैद्युत चुम्बकीय मात्रक (1 emu of current)		3×10^{10} esu of current = 10 ampere
विभव का एकांक वैद्युत चुम्बकीय मात्रक (1 emu of potential)		10^{-8} volt
विभव का एकांक वैद्युत स्थैतिक मात्रक (1 esu of potential)		300 volt
ऊष्मा का यांत्रिक तुल्यांक (Mechanical equivalent of heat)	J	$4\cdot186$ J cal^{-1}
प्रमाणिक वायुमण्डलीय दाब (Standard atmospheric pressure)	1 atm	$1\cdot013\times10^5$ Pa
परम शून्य ताप (Absolute zero temperature)	0 K	$-273\cdot15$ °C
इलेक्ट्रॉन विभव (Electron volt)	1 eV	$1\cdot602\times10^{-19}$ J
सकल परमाणुविक द्रव्यमान मात्रक (Unified Atomic mass unit)	1 amu या 1 u	$1\cdot661\times10^{-27}$ kg
स्थिर इलेक्ट्रॉन ऊर्जा (Electron rest energy)	mc^2	$0\cdot511$ MeV
1 u तुल्यांक ऊर्जा (Energy equivalent to 1 u)	$1uc^2$	$931\cdot5$ MeV
0°C तथा 1 atm पर आदर्श गैस का आयतन (Volume of ideal gas at 0°C and 1 atm)	V	$22\cdot4$ L mol^{-1}
गुरुत्वीय त्वरण (भूमध्य रेखा समुद्र तल पर) [Acceleration due to gravity (sea level, at equator)]	g	$9\cdot80665$ m s^{-2}
($\log_e x$)		$2\cdot3026 \log_{10} x$

1

Chapter

तरंग गति एवं इसका अनुप्रयोग

(WAVE MOTION AND ITS APPLICATION)

Syllabus

Wave motion and its applications.

- Wave motion, transverse and longitudinal wave motion with examples, sound and light waves, relationship among wave velocity, frequency and wavelength and its application.
- Wave equation $y = r \sin\omega t$, phase, phase difference, principle of superposition of waves.
- Simple Harmonic Motion (S.H.M.), definition and characteristics, expression for displacement, velocity, acceleration, time period, frequency in S.H.M., Energy of a body executing S.H.M., simple pendulum, concept of simple harmonic progressive wave,
- Free, Damped and forced oscillations, Resonance with examples, Q-factor..
- Definition of pitch, loudness, quality and intensity of sound waves, intensity level, Echo and reverberation, Sabine formula for reverberation time (without derivation), coefficient of absorption of sound, methods to control reverberation, time and their applications, Accoustics of building defects and remedy.
- Ultrasonics- production, detection, properties and applications in engineering and medical applications.

तरंग गति (Wave Motion)

§ 1.1 परिचय (Introduction)

प्रकृति में ऊर्जा-स्थानान्तरण दो प्रकार से हो सकता है : द्रव्य की गति अथवा स्थानान्तरण द्वारा तथा तरंग गति द्वारा। तरंग गति ऊर्जा-स्थानान्तरण की एक महत्त्वपूर्ण विधि है।

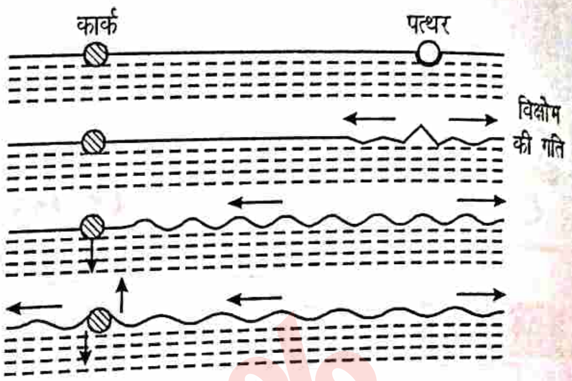
§ 1.2 यांत्रिक तरंग (Mechanical wave)

जब किसी तालाब के शान्त जल में एक पत्थर का टुकड़ा फेंका जाता है तो पत्थर के टुकड़े के गिरने के स्थान पर एक विक्षोभ (disturbance) उत्पन्न हो जाता है। यह विक्षोभ मौलिक आकृति (वृत्ताकार रूप) में एक निश्चित चाल से आगे बढ़कर तालाब के किनारों तक पहुँच जाता है (चित्र 1.1)।

चित्र 1.1

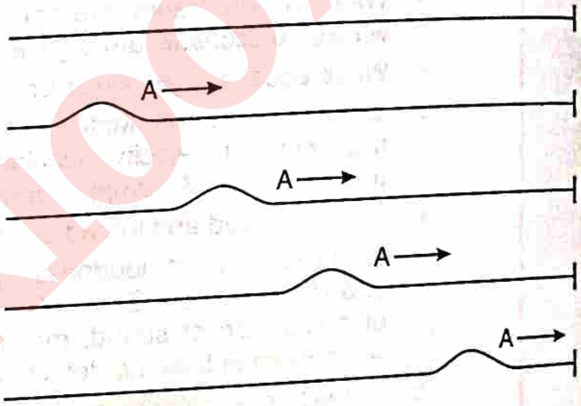
इसका कारण यह है कि जल में जिस स्थान पर पत्थर गिरता है वहाँ का तल दबने से एक गड्ढा हो जाता है परन्तु जल अपने प्रत्यास्थता के गुण के कारण इस परिवर्तन (गड्ढे) का विरोध करता है तथा जल चारों ओर से आकर इस गड्ढे को भरने लगता है। चूँकि चारों ओर से आने वाले जल में गति होती है, अत: गड्ढे के भर जाने पर भी जड़त्व के गुण के कारण, जल कुछ देर तक आता रहता है, जिससे उस स्थान पर जल का तल चारों ओर के तल की अपेक्षा कुछ ऊँचा उठ जाता है। अब तल पुन: इसका विरोध करता है तथा जल नीचे की ओर जाने लगता है। इस प्रकार उस स्थान पर जल के कण ऊपर-नीचे गति करने लगते हैं। ये कण अपनी गति की ऊर्जा को अपने पास वाले सभी दिशाओं के कणों को दे देते हैं तथा स्वयं अपनी पूर्वावस्था में आ जाते हैं। ये दूसरे कण भी अपनी गति की ऊर्जा को अपने समीपवर्ती कणों को दे देते हैं और अपनी पूर्वावस्था में आ जाते हैं। यह क्रिया इसी प्रकार चलती रहती है। स्पष्ट है कि इस क्रिया में जल के कण

अपना स्थान स्थायी रूप से नहीं छोड़ते हैं, केवल अपनी साम्य स्थिति के ऊपर-नीचे कम्पन करते हैं तथा पत्थर द्वारा जल में उत्पन्न विक्षोभ बराबर आगे बढ़ता रहता है अर्थात् पत्थर द्वारा जो ऊर्जा जल के कणों को दी जाती है वह बराबर आगे वाले कणों को संचरित होती रहती है। लेकिन जल के कण इस विक्षोभ के साथ आगे नहीं बढ़ते हैं। उदाहरणत: यदि पत्थर के जल में गिरने के स्थान से कुछ दूर जल के पृष्ठ पर कॉर्क का टुकड़ा तैर रहा हो तो जब विक्षोभ कॉर्क तक पहुँचता है तो कॉर्क अपने ही स्थान पर ऊपर-नीचे दोलन गति करने लगता है तथा विक्षोभ आगे बढ़ता रहता है। कुछ देर बाद कॉर्क की दोलन गति समाप्त हो जाती है और कॉर्क अपने प्रारम्भिक स्थान पर ही रहता है (चित्र 1.2)। स्पष्ट है कि ऊर्जा का एक स्थान से दूसरे स्थान तक संचरण, द्रव्य कणों के संचरण के बिना ही होता है।



चित्र 1.2

इसी प्रकार जब किसी रस्सी के एक सिरे को हुक से बाँधकर तथा उसके दूसरे सिरे को पकड़कर ऊपर या नीचे की ओर झटका दिया जाता है तो झटका देने के स्थान पर एक विक्षोभ उत्पन्न हो जाता है जो उसी आकृति (शृंग (crest) तथा गर्त (trough) के रूप) में एक निश्चित चाल से आगे बढ़कर रस्सी के दूसरे सिरे तक पहुँच जाता है, लेकिन रस्सी का प्रत्येक भाग अपने ही स्थान पर रहता है (चित्र 1.3)।



चित्र 1.3

इसी प्रकार जब किसी व्यक्ति द्वारा कुछ बोला जाता है तो वास्तव में मुख द्वारा निकली ध्वनि ऊर्जा के द्वारा समीप के वायु कणों को या तो आगे धकेल कर या पीछे खींच कर उन्हें ऊर्जा स्थानान्तरित किया जाता है परिणामस्वरूप इस भाग की वायु का घनत्व अस्थायी रूप से बढ़ अथवा घट जाता है। वायु के ये विक्षुब्ध कण (disturbed particles) वायु की अगली परत (next layer) पर बल लगाकर, अपने विक्षोभ उस परत को स्थानान्तरित कर देते हैं। इस प्रकार यह विक्षोभ वायु में आगे बढ़ता हुआ, श्रोता के कान के समीप वाली वायु में पहुँच जाता है जिसे श्रोता द्वारा सुना जाता है। वक्ता द्वारा अपने पास की वायु में उत्पन्न किया गया विक्षोभ वायु में चलता है, किन्तु वायु स्वयं नहीं चलती है। किसी शब्द को बोलते समय जो वायु वक्ता के समीप होती है, वह सदैव वक्ता के समीप ही रहती है, यहाँ तक कि उस क्षण भी, जबकि संदेश श्रोता तक पहुँच चुका होता है।

इस प्रकार उत्पन्न विक्षोभ (disturbance) को यांत्रिक तरंग (mechanical wave) तथा विक्षोभ के आगे बढ़ने की प्रक्रिया को तरंग गति (wave motion) कहते हैं।

अत: *यांत्रिक तरंग किसी द्रव्यात्मक माध्यम (meterial medium) में उत्पन्न वह विक्षोभ है जो बिना अपनी आकृति बदले माध्यम में एक निश्चित चाल से आगे बढ़ता है।* यान्त्रिक तरंगें केवल द्रव्यात्मक माध्यम में ही संचरित होती हैं। ध्वनि तरंगें, जल की तरंगें, स्प्रिंग की तरंगें आदि यान्त्रिक तरंगों के उदाहरण हैं। इनके अतिरिक्त ऐसी भी तरंगें होती हैं जिनके संचरण के लिए माध्यम की उपस्थिति आवश्यक नहीं होती। इन्हें विद्युत चुम्बकीय तरंगें कहते हैं। उदाहरणार्थ—प्रकाश की तरंगें, रेडियो तरंगें, एक्स-किरणें, गामा-किरणें आदि विद्युत-चुम्बकीय तरंगें हैं।

यान्त्रिक तरंगों द्वारा ऊर्जा का संचरण माध्यम के दो गुणों—(i) माध्यम की प्रत्यास्थता तथा (ii) माध्यम के जड़त्व (inertia) के कारण ही सम्भव होता है।

उपर्युक्त उदाहरणों से तरंग गति की विशेषताओं को निम्नवत् दिया जा सकता है—

(i) तरंग गति की उत्पत्ति किसी माध्यम में किसी स्थान पर विक्षोभ उत्पन्न करने में होती है।

(ii) तरंग गति के कारण माध्यम में विक्षोभ एक निश्चित चाल से एक कण से दूसरे कण को स्थानान्तरित होते हुए आगे बढ़ता है।

(iii) तरंग गति के कारण माध्यम के कण विक्षोभ के साथ आगे गति नहीं करते वरन् अपनी माध्य स्थिति के इधर-उधर आवर्त गति करते हैं।

(iv) तरंग गति के द्वारा माध्यम के कणों के दोलन की गतिज ऊर्जा का स्थानान्तरण एक स्थान से दूसरे स्थान को होता है।

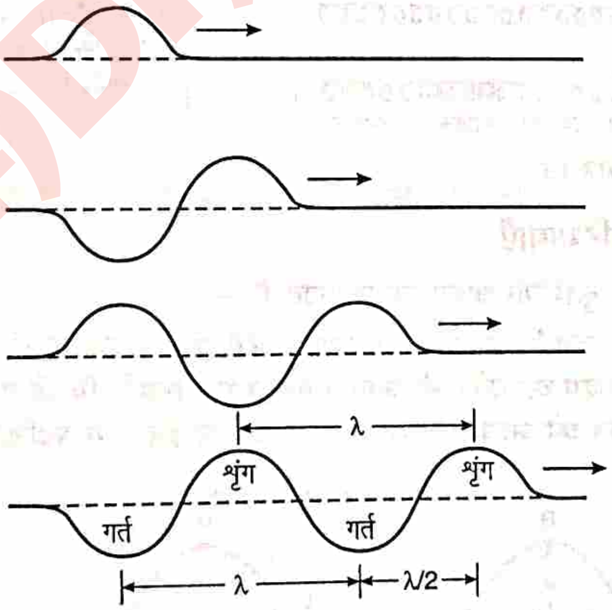
§ 1.3 प्रगामी तरंग-धारा (Progressive wave-train)

जब किसी माध्यम में लगातार तरंगें उत्पन्न होती हैं तो माध्यम के कण अपने-अपने स्थान पर साम्य-स्थिति के दोनों ओर लगातार कम्पन करने लगते हैं तथा विक्षोभ आगे बढ़ता रहता है। इस प्रकार माध्यम में उत्पन्न हुए विक्षोभ को **'प्रगामी तरंग-धारा'** कहते हैं।

§ 1.4 यान्त्रिक तरंगों के प्रकार (Kinds of Mechanical Waves)

जब किसी माध्यम में प्रगामी यान्त्रिक तरंग संचरित होती है तो माध्यम के विभिन्न कण अपनी-अपनी साम्य स्थितियों के दोनों ओर कम्पन करने लगते हैं। तरंग संचरण की दिशा के सापेक्ष माध्यम के कणों के कम्पन की दिशा के आधार पर यान्त्रिक तरंग दो प्रकार की होती हैं—(i) अनुप्रस्थ तरंगें (Transverse wave) तथा (ii) अनुदैर्ध्य तरंग (Longitudinal wave)

1. अनुप्रस्थ तरंग (Transverse wave)—जब किसी माध्यम के कणों के कम्पन करने की दिशा, तरंग-संचरण की दिशा के लम्बवत् होती है तो माध्यम में उत्पन्न तरंग को 'अनुप्रस्थ तरंग' कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि एक रस्सी के किसी स्थान पर कोई निशान लगाकर उसके एक सिरे को हुक से बाँध दें तथा दूसरे सिरे को ऊपर-नीचे हिलायें तो रस्सी में उसकी लम्बाई की दिशा में तरंग संचरित होने लगती हैं जबकि लगाया गया निशान रस्सी की लम्बाई के लम्बवत् कम्पन करता रहता है। अतः रस्सी में उत्पन्न तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें हैं। प्रकाश की (विद्युत-चुम्बकीय) तरंगें अनुप्रस्थ तरंगें हैं। अनुप्रस्थ तरंगें केवल उन्हीं माध्यमों में उत्पन्न की जा सकती हैं जिनमें दृढ़ता (rigidity) होती है। सभी ठोस दृढ़ होते हैं। अतः ठोसों में अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न की जा सकती हैं। इसके विपरीत, गैसें दृढ़ नहीं होतीं अतः उनमें अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न नहीं की जा सकतीं हैं। द्रवों में अनुप्रस्थ तरंगें केवल उनकी सतह पर ही बन सकती हैं, उनके भीतर नहीं।



चित्र 1.4

अनुप्रस्थ तरंग में ऊपर की ओर अधिकतम विस्थापन की स्थिति को **'शृंग'** (crest) तथा नीचे की ओर अधिकतम विस्थापन की स्थिति को **'गर्त'** (trough) कहते हैं। शृंग तथा गर्त की ये अवस्थायें तरंग के संचरण की दिशा में, बराबर दूरी पर रहते हुए, आगे बढ़ती रहती हैं। दो क्रमागत शृंगों के बीच की दूरी अथवा दो क्रमागत गर्तों के बीच की दूरी को अनुप्रस्थ तरंग

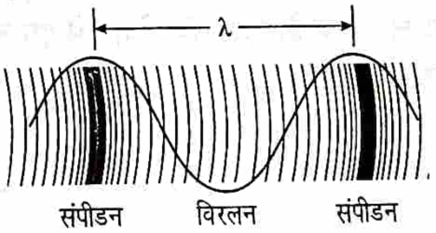
का '**तरंगदैर्ध्य**' (wavelength) कहते हैं। इसे ग्रीक अक्षर λ से व्यक्त करते हैं। स्पष्ट है कि एक शृंग तथा पास के गर्त के बीच की दूरी $\lambda/2$ के बराबर होती है (चित्र 1.4)।

2. अनुदैर्ध्य तरंग (Longitudinal wave)—जब किसी माध्यम के कणों के कम्पन करने की दिशा तरंग संचरण की दिशा के समान्तर होती है तो माध्यमों में उत्पन्न तरंग को '**अनुदैर्ध्य तरंग**' कहते हैं।

उदाहरण के लिए, यदि क्षैतिज अवस्था में लटके एक लम्बी स्प्रिंग के एक सिरे के कुछ भाग को दबाकर शीघ्रता से छोड़ा जाये तो स्पिंग का प्रत्येक छल्ला उसकी लम्बाई के समान्तर कम्पन करने लगता है तथा स्प्रिंग में उसकी लम्बाई की दिशा में तरंगें संचरित होने लगती हैं। अत: स्प्रिंग में उत्पन्न तरंगें, अनुदैर्ध्य तरंगें हैं। अनुदैर्ध्य तरंगें सभी प्रकार के माध्यमों (ठोस, द्रव तथा गैस) में उत्पन्न की जा सकती हैं। वायु में तथा द्रवों के भीतर उत्पन्न तरंगें सदैव अनुदैर्ध्य तरंगें ही होती हैं।

उपरोक्त उदाहरण में किसी क्षण पूरे स्प्रिंग में कुछ स्थानों पर स्प्रिंग के छल्ले एक-दूसरे के पास-पास तथा कुछ स्थानों पर एक-दूसरे से दूर-दूर होते हैं (चित्र 1.5)। जिन स्थानों पर छल्ले पास-पास होते हैं वे स्थान सम्पीडन (compression) की अवस्था में कहे जाते हैं तथा जिन स्थानों पर छल्ले दूर-दूर होते हैं वे स्थान विरलन (rarefaction) की अवस्था में कहे जाते हैं। इन सम्पीडन और विरलन के उत्पन्न होने से ही अनुदैर्ध्य तरंगें उत्पन्न होती हैं। सम्पीडन तथा विरलन की ये अवस्थायें तरंग संचरण की दिशा में आगे बढ़ती रहती हैं। दो क्रमागत सम्पीडनों के बीच की दूरी अथवा दो क्रमागत विरलनों के बीच की दूरी को अनुदैर्ध्य तरंग की तरंगदैर्ध्य कहते हैं। जिन स्थानों पर सम्पीडन होता है वहाँ पर माध्यम के कण सामान्य अवस्था की अपेक्षा पास-पास होते हैं। अत: वहाँ पर माध्यम का घनत्व व दाब सामान्य अवस्था की अपेक्षा अधिक होता है। इसके विपरीत विरलन वाले स्थानों पर माध्यम के कण सामान्य अवस्था की अपेक्षा दूर-दूर होते हैं, अत: वहाँ पर माध्यम का घनत्व व दाब सामान्य अवस्था की अपेक्षा कम रहता है। अनुदैर्ध्य तरंग को ठीक वैसे ही वक्र से प्रदर्शित किया जाता है जैसे कि अनुप्रस्थ तरंग को। इस प्रकार, अनुदैर्ध्य तरंग के वक्र भी आकार में शृंग व गर्त युग्म की शृंखलाओं से भरे होते हैं (चित्र 1.6)।

चित्र 1.5

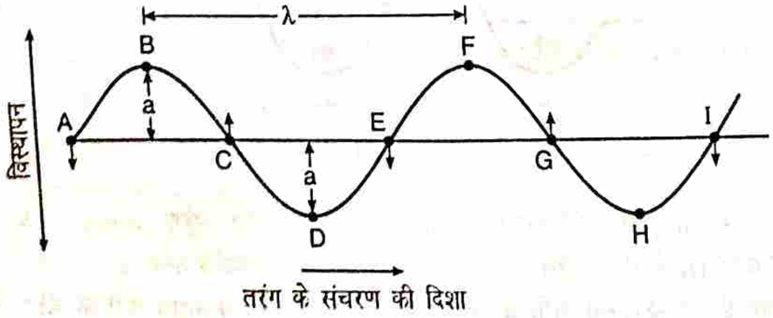


चित्र 1.6

§ 1.5 तरंग सम्बन्धी कुछ परिभाषाएँ

प्रगामी तरंगों के सम्बन्ध में कुछ परिभाषायें निम्नलिखित हैं—

1. आयाम (Amplitude)—जब किसी माध्यम में प्रगामी तरंगें संचरित होती हैं तो माध्यम के कण अपनी साम्य स्थिति के दोनों ओर कम्पन करते हैं। **माध्यम का कोई भी कण अपनी साम्य स्थिति किसी एक ओर जितना अधिक से अधिक विस्थापित होता है, उस विस्थापन को आयाम कहते हैं।** चित्र 1.7 में इसे a से प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 1.7

यह समतल प्रगामी तरंग का व्यापक समीकरण है। इसे निम्न प्रकार भी लिखा जा सकता है—

$$y = a\sin 2\pi\left(\frac{vt}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

या

$$y = a\sin 2\pi\left(\frac{n\lambda t}{\lambda} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

या

$$y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad ...(2)$$

क्योंकि $n = \frac{1}{T}$

समीकरण (ii), (1) व (2) धनात्मक X-अक्ष की दिशा में जाने वाले समतल प्रगामी तरंग के समीकरण को व्यक्त करता है।

यदि तरंग X-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में जा रही हो तो उक्त समी॰ (1) व (2) में $(-x)$ के स्थान पर $+x$ रखना होगा। अतः ऋणात्मक X-अक्ष की दिशा में जाने वाले समतल प्रगामी-तरंग का समीकरण

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \qquad ...(3)$$

या

$$y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right) \qquad ...(4)$$

यदि X-अक्ष की दिशा में चलने वाली समतल प्रगामी तरंग तथा समान आयाम एवं समान चाल वाली किसी अन्य (उसी दिशा में) समतल प्रगामी तरंग में कलान्तर ϕ हो तो उस तरंग का समीकरण

$$y = a\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \pm \phi\right] \qquad ...(5)$$

या

$$y = a\sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \pm \phi\right] \qquad ...(6)$$

यदि माध्यम में बिन्दु P पर X-अक्ष के लम्बवत् कोई तल खींचा जाये तो इस तल पर स्थित सभी कणों का किसी क्षण t पर विस्थापन y समान होगा। इसीलिए इस तरंग को समतल प्रगामी तरंग कहते हैं।

परावर्तित तरंग का समीकरण—यदि आपाती प्रगामी तरंग का समीकरण $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ है तो

(i) यदि तरंग का परावर्तन किसी मुक्त तल से होता है तो परावर्तित तरंग का समीकरण

$$y = a_1\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \qquad ...(7)$$

(जहाँ a_1 परावर्तित तरंग का आयाम है।)

(ii) यदि तरंग का परावर्तन किसी दृढ़ तल से होता है तो परावर्तित तरंग में आपाती तरंग के सापेक्ष π का कलान्तर भी उत्पन्न हो जाता है। अतः यदि परावर्तित तरंग का आयाम a_2 हो तो उसका समीकरण

$$y = a_2\sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) + \pi\right]$$

या

$$y = -a_2\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \qquad ...(8)$$

§ 1.7 कला तथा कलान्तर (Phase and Phase Difference)

जब किसी माध्यम में कोई तरंग संचरित होती है तो माध्यम के कण अपनी साम्य स्थिति के दोनों ओर सरल आवर्त गति करने लगते हैं। सभी कण साम्य स्थिति के दोनों ओर एक ही प्रकार के कम्पन करते हैं; परन्तु किसी क्षण पास-पास के कुछ कणों के विस्थापन व गति की दिशाएँ भिन्न-भिन्न होती हैं, अर्थात् भिन्न-भिन्न कण कम्पन की भिन्न-भिन्न कलाओं में होते हैं।

धनात्मक X-अक्ष की दिशा में गतिशील तरंग में मूल बिन्दु से x दूरी पर स्थित माध्यम के कण का किसी समय t पर विस्थापन अर्थात् प्रगामी तरंग का समीकरण

$$y = a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

स्पष्ट है कि विस्थापन y का मान ज्या (sin) के कोणांक (argument of sine) अर्थात् $2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$ पर निर्भर करता है। इस कोणांक को मूल बिन्दु से x दूरी पर स्थित कण की किसी समय t पर **"कला"** (phase) अथवा **"कला-कोण"** (phase angle) कहते हैं। इसे ϕ से प्रदर्शित करते हैं।

अत:
$$\phi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad ...(9)$$

अब कला बदलने की निम्नांकित दो स्थितियाँ होती हैं :

(i) जब t बदले तथा x न बदले—एक ही कण की दो विभिन्न समयों पर कला ज्ञात की जाये। माना कि x दूरी पर स्थित कण की समय t_1 व t_2 पर कला क्रमश: ϕ_1 व ϕ_2 है, तो

$$\phi_1 = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \text{ और } \phi_2 = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

अत:
$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

या
$$\Delta\phi = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{t_1}{T}\right)$$

या
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T}(t_2 - t_1)$$

या
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T}\Delta t \qquad ...(10)$$

जहाँ Δt = समयान्तराल है।

यदि $\Delta t = T$ तो $\Delta\phi = 2\pi$ रेडियन,

अर्थात् एक आवर्तकाल के पश्चात् किसी कण के कम्पन की कला वही हो जाती है जो उस कण की प्रारम्भ में थी।

यदि $\Delta t = T/2$ तो $\Delta\phi = \pi$

अर्थात् आधे आवर्त काल के बाद किसी कण की कम्पन की कला कण की प्रारम्भिक कला के विपरीत हो जाती है।

(ii) जब x बदले तथा t न बदले—अत: दो विभिन्न कणों की कला एक ही समय पर ज्ञात की जाये। माना किसी समय t पर x_1 दूरी पर स्थित कण की कला ϕ_1 और x_2 दूरी पर स्थित कण की कला ϕ_2 है तो

$$\phi_1 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) \text{ और } \phi_2 = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

$\therefore$
$$\text{कलान्तर } \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$$

YADAVRK100%

$$= 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right)$$

$$= 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda} - \frac{x_2}{\lambda}\right)$$

या $$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(x_1 - x_2)$$

या $$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta x \qquad ...(11)$$

अर्थात् $$\text{कलान्तर} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \text{पथान्तर}$$

यदि $$\Delta x = \lambda$$

तो $$\Delta\phi = 2\pi \text{ रेडियन}$$

अर्थात् यदि माध्यम के दो कणों के बीच की दूरी λ हो तो उनके बीच कलान्तर 2π होता है अर्थात् वे कण कम्पन की समान कला में होते हैं। चित्र 1.8 में कण 1 व 9 कम्पन की समान कला में हैं।

अब यदि $\Delta x = \lambda/2$ हो तो $\Delta\phi = \pi$ रेडियन

अर्थात् यदि माध्यम के दो कणों के मध्य की दूरी $\lambda/2$ है तो उनके बीच कलान्तर π होगा अर्थात् वे कण कम्पन की विपरीत कला में होंगे। चित्र 1.8 में कण 1 व 5 परस्पर विपरीत कला में हैं।

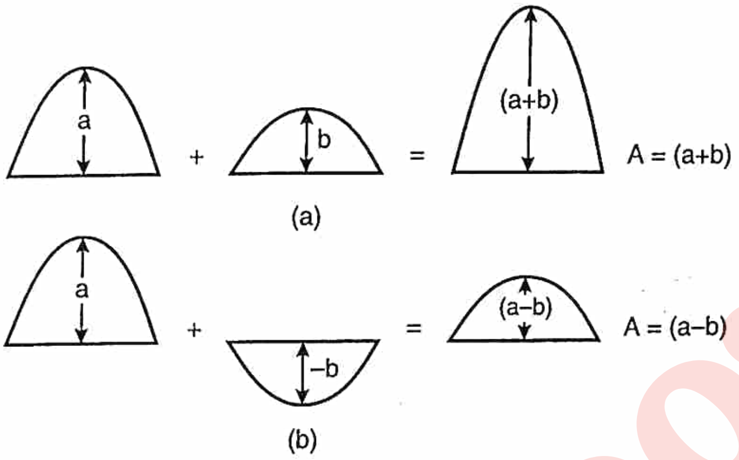
§ 1.8 ध्वनि एवं प्रकाश तरंग (Sound and Light Wave)

क्र० सं०	ध्वनि तरंग	प्रकाश तरंग
1.	ध्वनि तरंग, माध्यम के कणों के मध्य दबाव का परिणाम होते हैं।	प्रकाश, विद्युत-चुम्बकीय तरंग (Electromagnetic wave) होती है।
2.	ध्वनि तरंगों को संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है। यह तरंगें निर्वात में संचरित नहीं हो सकती हैं।	प्रकाश तरंग को संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है। यह तरंगें निर्वात में भी संचरित हो सकती हैं।
3.	ध्वनि तरंगें सदैव अनुदैर्ध्य तरंगें (Longitudinal waves) होती हैं।	प्रकाश तरंगें सदैव अनुप्रस्थ तरंग (Transverse waves) होती हैं।
4.	ध्वनि का वायु में (NTP पर) अधिकतम वेग 330 मीटर/सेकण्ड तक हो सकता है।	प्रकाश तरंग का निर्वात अथवा वायु में अधिकतम वेग 3×10^8 मीटर/सेकण्ड हो सकता है।

§ 1.9 अध्यारोपण का सिद्धान्त (Principle of Superposition)

जब कोई प्रगामी तरंग किसी माध्यम में संचरित होती है तो माध्यम के कण अपनी-अपनी माध्य स्थिति के दोनों ओर कम्पन करने लगते हैं। दूसरे शब्दों में तरंग अपने मार्ग में स्थित माध्यम के प्रत्येक कण को साम्य स्थिति से विस्थापित कर देती है। स्पष्ट है कि यदि किसी माध्यम में दो तरंगें एक साथ संचरित हों तो माध्यम का प्रत्येक कण दोनों ही तरंगों द्वारा एक साथ विस्थापित होगा। अत: दोनों तरंगों के अध्यारोपण का सिद्धान्त निम्न प्रकार दिया जाता है—

माध्यम के प्रत्येक कण का किसी क्षण परिणामी विस्थापन दोनों तरंगों द्वारा अलग-अलग उत्पन्न विस्थापनों के बीजगणितीय योग के बराबर होता है। इस सिद्धान्त को अध्यारोपण का सिद्धान्त कहते हैं।



चित्र 1.9

The interaction of two or more wave motions affecting the same part of a medium so that the instantaneous disturbances in the resultant wave are the algebraic sum of the instantaneous disturbances in the interfering waves.

यह घटना सभी प्रकार की तरंगों के लिए सत्य है यदि तरंग बहुत बड़े आयाम, भूकम्प अथवा विस्फोट से उत्पन्न प्रघाती तरंग अथवा बहुत छोटे आयाम लेसर किरण आदि की न हो।

चित्र 1.9 के अनुसार किसी बिन्दु पर जब दो स्पन्द (pulses) एक ही कला में पहुँचते हैं तो परिणामी विस्थापन दोनों विस्थापनों के योग के बराबर [अर्थात $A=(a+b)$] होता है। इसके विपरीत जब एक ही बिन्दु पर दो स्पन्द विपरीत कला में पहुँचते हैं तो परिणामी विस्थापन दोनों विस्थापनों के अन्तर के बराबर [अर्थात् $A=(a-b)$] होता है।

अध्यारोपण के भेद (Kinds of Superposition)—तरंगों के अध्यारोपण से निम्नांकित तीन प्रभाव प्राप्त होते हैं—

1. व्यतिकरण (Interference)—जब समान आवृत्ति की दो तरंगें एक ही दिशा में चलकर अध्यारोपण करती हैं तो उसके अध्यारोपण से '**व्यतिकरण**' (interference) होता है।

2. विस्पन्द (Beats)—जब लगभग समान आवृत्ति की दो तरंगें एक ही दिशा में चलकर अध्यारोपण करती हैं तो '**विस्पन्द**' (beats) उत्पन्न होते हैं।

3. अप्रगामी तरंगें (Stationary waves)—जब समान आवृत्ति एवं समान आयाम की दो तरंगें परस्पर विपरीत दिशाओं से आकर अध्यारोपण करती हैं तो उनके अध्यारोपण से '**अप्रगामी तरंगें**' (stationary waves) उत्पन्न होती हैं।

साधित आंकिक उदाहरण (Solved Numerical Examples)

उदाहरण 1 : किसी माध्यम में तरंग की चाल 960 मीटर/सेकण्ड है। यदि माध्यम के किसी बिन्दु से 1 मिनट में 3600 तरंगें गुजर रही हों तो तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिये।

हल—प्रश्नानुसार से $v=960$ मीटर/सेकण्ड,

$$n=\frac{3600}{60}=60 \text{ प्रति सेकण्ड}$$

$$\text{तरंगदैर्ध्य } \lambda=\frac{v}{n}$$

$$=\frac{960}{60}=16 \text{ मीटर}$$

उदाहरण 2 : एक प्रगामी तरंग का समीकरण नीचे दिया गया है–

$$y = 0.04\sin(157t - 3.14x)$$

जहाँ x व y दूरियाँ मीटर में तथा समय t सेकण्ड में है। तरंग का आयाम, तरंगदैर्ध्य तथा आवृत्ति की गणना कीजिये।

हल—दी गई तरंग के समीकरण को समीकरण

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \text{ के रूप में लाने पर} \qquad ...(1)$$

$$y = 0.04\sin 3.14\left(\frac{157}{3.14}t - x\right) \qquad ...(2)$$

समीकरण (1) व (2) की तुलना करने पर

आयाम $\quad a = 0.04\,\text{m}$

$\because \quad \frac{2\pi}{\lambda} = 3.14$

$$\lambda = \frac{2\pi}{3.14} = \frac{2\times 3.14}{3.14} = 2 \text{ मीटर}$$

$$v = \frac{157}{3.14} \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

आवृत्ति $\quad n = \frac{v}{\lambda} = \frac{157}{3.14\times 2} = \frac{15700}{314\times 2} = 25 \text{ हर्ट्ज}$

उदाहरण 3 : 500 हर्ट्ज (Hz) आवृत्ति का एक ध्वनि स्रोत वायु में अनुदैर्ध्य तरंगें (longitudinal waves) उत्पन्न कर रहा है। वायु कण के कम्पन का आयाम 5 मिमी तथा तरंग की चाल 330 मीटर/सेकण्ड है। तरंग दूरी का विस्थापन समीकरण लिखिये।

हल—प्रश्नानुसार $n = 500$ हर्ट्ज, $a = 5\text{mm} = 5\times 10^{-3}$ मीटर, $v = 330$ मीटर/सेकण्ड

अत : $\quad \lambda = \frac{v}{n} = \frac{330}{500} = \frac{33}{50}$ मीटर

चूँकि तरंग का समीकरण

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$= 5\times 10^{-3}\sin\frac{2\pi\times 50}{33}(330t - x)$$

$$= 5\times 10^{-3}\sin 2\pi\left(\frac{50}{33}\times 330t - \frac{50}{33}x\right)$$

$$\therefore \quad y = 5\times 10^{-3}\sin 2\pi\left(500t - \frac{50}{33}x\right)$$

जहाँ x व y मीटर में हैं।

उदाहरण 4 : सरल आवर्त गति करते हुए कण का विस्थापन समीकरण $y = 0.01\sin 100\pi(t + 0.005)$ मीटर है। जबकि क्षण 't' पर कण का विस्थापन y है। कण का दोलन काल तथा गत्यारम्भ के समय विस्थापन की गणना कीजिये।

हल : दिये गये समीकरण $y=0.01\sin 100\pi(t+0.005)$ की समीकरण $y=a\sin 2\pi n\left(t+\frac{x}{v}\right)$ से तुलना करने पर

$$2\pi n=100\pi . n=50 \text{ हर्ट्ज}$$

आवर्त काल
$$T=\frac{1}{n}=\frac{1}{50}=0.02 \text{ सेकण्ड}$$

गत्यारम्भ अर्थात् $t=0$ पर विस्थापन

$$y=0.01\sin 100\pi(0+0.005)$$
$$=0.01\sin 0.5\pi=0.01 \text{ मीटर}$$

उदाहरण 5. एक तरंग के दो बिन्दुओं के बीच की दूरी 20 सेमी है। यदि तरंग की आवृत्ति 400 हर्ट्ज व चाल 100 मीटर/सेकण्ड है तो इन बिन्दुओं के बीच कलान्तर ज्ञात कीजिये।

हल : कलान्तर $\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

प्रश्नानुसार

$$\Delta x=20 \text{ सेमी }=0.20 \text{ मीटर}, \quad \lambda=\frac{v}{n}=\frac{100}{400}=\frac{1}{4} \text{ मीटर}$$

$\therefore$
$$\Delta\phi=2\pi\times4\times0.20=1.6\,\pi=1.6\times180^\circ=288^\circ$$

उदाहरण 6 : एक तरंग की चाल 360 मीटर/सेकण्ड तथा आवृत्ति 500 Hz है। दो निकटवर्ती कणों के बीच कलान्तर 60° है। उनके बीच पथान्तर क्या होगा?

हल— $\because$ कलान्तर $\Delta\phi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$

प्रश्नानुसार $\Delta\phi=60^\circ=\frac{\pi}{3}$, $\Delta x=?$, $v=360$ मीटर/सेकण्ड, $n=500\text{Hz}$

$$\lambda=\frac{v}{n}=\frac{360}{500}=\frac{18}{25} \text{ मीटर}$$

$\therefore$
$$\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{\frac{18}{25}}\Delta x$$

$\therefore$
$$\Delta x=\frac{\pi}{3}\times\frac{18}{25\times2\pi}=\frac{3}{25} \text{ मी}$$
$$=0.12 \text{ मी॰ }=12 \text{ सेमी}$$

उदाहरण 7 : एक तरंग का समीकरण $y=0.4\sin\pi(0.01x-2t)$ है, जहाँ पर x मीटर में तथा t सेकण्ड में दिये गये हैं। तरंग की चाल, आवृत्ति, आयाम एवं 2 मीटर की दूरी पर स्थित दो कणों के बीच कलान्तर ज्ञात कीजिये।

हल—दिये गये समीकरण $y=0.4\sin\pi(0.01x-2t)$ को समीकरण $y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(x-vt)$ के रूप में बदलने पर

$$y=0.4\sin 0.01\pi\left(x-\frac{2}{0.01}t\right)$$

तुलना करने पर आयाम $a=0.4$ मीटर, $\frac{2\pi}{\lambda}=0.01\pi$

$$\lambda=\frac{2}{0.01}=200 \text{ मीटर}, \quad v=\frac{2}{0.01}=200 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

YADAVRK100%

$$\text{आवृत्ति } n = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{200} = 1 \text{ हर्ट्ज}$$

$$\because \quad \text{कलान्तर } \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta x = \frac{2\pi}{200} \times 2 = \frac{\pi}{50} \text{ रेडियन}$$

आवर्त गति (Harmonic Motion)

§ 1.10 परिचय (Introduction)

आकाशीय पिण्डों-सूर्य, चन्द्रमा आदि का आकाश में बार-बार कुछ अन्तराल के पश्चात् दिखना फिर दृष्टि ओझल हो जाना; ग्रीष्म, शरद, वर्षा, हेमन्त, शीत, वसंत-ऋतुओं का क्रमिक परिवर्तन; फसलों का नियत ऋतु में ही उगना, झूला झूलते समय झूले का इधर-उधर जाना, दिन-रात का नियत अन्तराल पर बार-बार होना इत्यादि; आदि-काल में निश्चित तौर से कौतूहल का विषय था।

मनुष्य द्वारा सुलझायी जा सकने वाली प्राकृतिक घटनाओं की गुत्थियों में "घटनाओं की पुनरावृत्ति-आवर्तिता" की सुलझन—बड़ी उपलब्धि थी जो कालान्तर में परिष्कृत होकर "दोलनी तथा आवर्त गति" के अध्ययन का आधार बनीं।

§ 1.11 आवर्त गति (Periodic Motion)

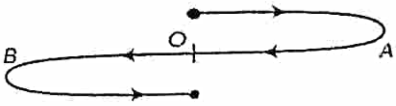
जब कोई पिण्ड एक निश्चित पथ पर अपनी गति को, एक निश्चित समयान्तराल के बाद, बार-बार दोहराता (repeat) है, तो इस गति को आवर्त गति कहते हैं (Any motion of a system that is continuously and identically repeated is known as periodic motion) तथा उस निश्चित समयान्तराल को, जिसके बाद गति की पुनरावृत्ति होती है, आवर्तकाल (time period) कहते हैं। जैसे—

सूर्य की परिक्रमा करते हुए पृथ्वी की गति, सरल लोलक की गति, स्प्रिंग पर लटके पिण्ड को नीचे खींचकर छोड़ने पर ऊर्ध्व गति, घड़ी की सुइयों की गति आदि आवर्त गति के उदाहरण हैं।

§ 1.12 दोलन अथवा कम्पन गति (Oscillatory or Vibratory Motion)

जब कोई पिण्ड, एक ही पथ पर किसी निश्चित बिंदु के इधर-उधर (to and fro) आवर्त गति करता है, तो इस गति को दोलन गति अथवा कम्पन गति कहते हैं तथा उस निश्चित बिंदु की स्थिति को माध्य स्थिति अथवा साम्य स्थिति (mean position or equilibrium position) कहते हैं।

The motion in which a body moves to and fro (back and forth) about a fixed point in the fixed interval of time is known as oscillatory or vibrating motion. Fixed point is called mean position of the oscillation.



चित्र 1.10

उदाहरण के लिए, लोलक की गति, स्वरित्र द्विभुज (tuning fork) की भुजाओं की गति, स्प्रिंग से लटके पिण्ड की गति आदि, चित्र 1.10।

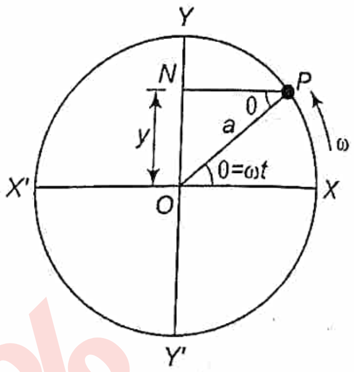
प्रत्येक दोलन गति आवश्यक रूप से आवर्त गति होती है, किन्तु प्रत्येक आवर्त गति का दोलन गति होना आवश्यक नहीं है।

उदाहरण—सूर्य के परित: पृथ्वी की गति आवर्त गति तो है लेकिन दोलन गति नहीं है क्योंकि यह गति पथ के किसी निश्चित बिंदु के इधर-उधर नहीं होती है, जो दोलन का आवश्यक प्रतिबन्ध है। वास्तव में पृथ्वी की यह गति वृत्तीय गति है।

§ 1.13 सरल आवर्त गति—एकसमान वृत्तीय गति के रूप में (Simple Harmonic Motion in the form of Uniform Circular Motion)

माना a त्रिज्या के वृत्त की परिधि पर कोई कण P एक निश्चित कोणीय चाल ω से गति कर रहा है। कण P से वृत्त के किसी व्यास, माना YY' पर डाले गए लम्ब का पाद (Foot of the perpendicular) बिंदु N है (चित्र 1.11)। जब कण P,

वृत्त की परिधि के बिन्दु X पर होता है तो इसका लम्ब पाद N, वृत्त के केन्द्र O पर होता है। जब कण P, परिधि के अनुदिश $\left[\frac{1}{4}\text{ चक्कर}\right]$ चलकर बिंदु Y पर पहुँचता है, तो लम्ब पाद N, वृत्त के केन्द्र O से $Y'Y$ के अनुदिश $OY = a$ दूरी चलकर बिंदु Y पर पहुँचता है। जब कण, P परिधि पर बिंदु Y से X' पर आता है तो लम्ब पाद N, व्यास पर बिंदु Y से O तक आ जाता है। कण P के बिंदु X' से Y' तथा फिर X तक आने में लम्ब पाद N, बिंदु O से Y' तथा फिर Y' से O तक गति करता है। अतः स्पष्ट है कि बिंदु P के वृत्त की परिधि पर एक चक्कर पूरा करने में, लम्ब पाद N वृत्त के केन्द्र O (साम्य स्थिति) के इधर-उधर, व्यास YY' के अनुदिश एक दोलन पूरा करता है। P की गति आवर्त गति (वृत्तीय गति) तथा N की गति दोलन गति है तथा दोनों के आवर्तकाल (time period) समान हैं। लम्ब पाद N पर लगने वाले त्वरण की दिशा सदैव साम्य स्थिति O की ओर होती है तथा त्वरण का परिमाण, इसके (N के) साम्य स्थिति O से विस्थापन के समानुपाती होता है। अतः (N की) गति सरल आवर्त गति होती है। अतः **यदि कोई कण किसी वृत्त की परिधि पर एकसमान कोणीय वेग से चल रहा हो तो कण से उस वृत्त के किसी व्यास पर खींचे गए लम्ब के पाद की गति (उस व्यास के अनुदिश) सरल आवर्त गति होती है।** इस वृत्त को सरल आवर्त गति का निर्देश वृत्त (Reference circle) कहते हैं।



चित्र 1.11

§ 1.14 सरल आवर्त गति का विस्थापन समीकरण (Displacement Equation of S.H.M.)

माना प्रारम्भ में (अर्थात् $t = 0$ पर) कण P, वृत्त की परिधि के बिंदु X पर है तथा t सेकण्ड बाद स्थिति P पर पहुँचता है (चित्र 1.11)। माना कण एक समान कोणीय चाल ω से गति करता है। तब इस समयान्तराल में कण P का

कोणीय विस्थापन, $\angle XOP = \theta = \omega t$

इसी समयान्तराल में लम्ब पाद N का अपनी साम्य स्थिति O से विस्थापन $= ON = y$ (माना), समकोण त्रिभुज OPN से,

$$\frac{ON}{OP} = \sin\theta = \sin\omega t$$

अथवा $$\frac{y}{a} = \sin\omega t \qquad [\because ON = y \text{ तथा } OP = a]$$

$\therefore$ $$y = a\sin\omega t \qquad \ldots(12)$$

यह सरल आवर्त गति का विस्थापन समीकरण है।

§ 1.15 सरल आवर्त गति से सम्बन्धित पद (Terms related to S.H.M.)

(i) आयाम (Amplitude)—**सरल आवर्त गति करते कण का अपनी साम्य स्थिति से अधिकतम विस्थापन, सरल आवर्त गति का आयाम कहलाता है।**

The maximum displacement covered by the body on either side of its mean or equilibrium position is called its amplitude.

समीकरण (12) से, y का मान अधिकतम होने के लिए $\sin\omega t$ का मान अधिकतम होना चाहिए जो ± 1 होता है।

(i) यदि $\omega t = \frac{\pi}{2}$, तो $\sin\omega t = 1$, तब $y_{max} = a$

(ii) यदि $\omega t = \frac{3\pi}{2}$, तो $\sin\omega t = -1$, तब $y_{max} = -a$

(ii) आवर्त काल (Time Period 'T')—**सरल आवर्त गति करते कण द्वारा एक कम्पन में लगा समय, सरल आवर्त गति का आवर्तकाल कहलाता है।**

It is the time interval taken by the particle to complete one oscillation.

चित्र 1.11 के अनुसार, लम्ब पाद N को एक कम्पन पूरा करने में उतना ही समय लगता है, जितना कण P को वृत्त की परिधि पर एक चक्कर लगाने में। क्योंकि कण P का कोणीय वेग ω है, अतः इसको परिधि पर एक चक्कर पूरा करने में लगा समय $= \frac{2\pi}{\omega}$ सेकण्ड। अतः सरल आवर्त गति करते हुए लम्ब पाद N का आवर्तकाल,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ सेकण्ड।}$$

(iii) आवृत्ति (Frequency, n)—**सरल आवर्त गति करते कण द्वारा 1 सेकण्ड में किए गए कम्पनों की संख्या को, सरल आवर्त गति की आवृत्ति कहते हैं।**

The number of oscillations per second completed by the particle is known as frequency.

आवृत्ति, आवर्तकाल के व्युत्क्रम के बराबर होती है। अतः

$$n = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{2\pi} \ \frac{\text{कम्पन}}{\text{सेकण्ड}} \text{ अथवा हर्ट्ज (Hz)}$$

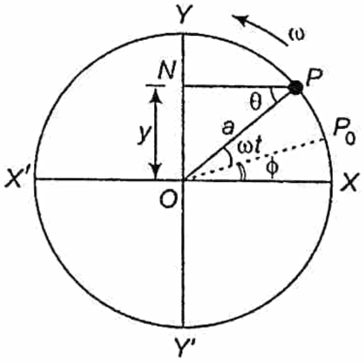
या

$$\omega = 2\pi n \text{ रेडियन/सेकण्ड}$$

§ 1.16 कला (Phase)

जब कोई कण कम्पन करता है तो विभिन्न क्षणों पर उसकी स्थिति तथा उसकी गति की दिशा भिन्न-भिन्न होती है। **कला किसी क्षण किसी निर्दिष्ट स्थिति के सापेक्ष कम्पमान कण** (Vibrating Particle) **की स्थिति तथा गति की दिशा को व्यक्त करती है।**

Phase is a physical quantity which determines the position and direction of motion of the particle executing SHM.



चित्र 1.12

कला को कोण θ से तथा आवर्तकाल को T से व्यक्त किया जाता है। उदाहरणार्थ चित्र 1.12 में जब कण P बिंदु Y पर पहुँचेगा तो बिंदु X के सापेक्ष उसकी कला $\theta = \frac{\pi}{2}$ अथवा $\frac{T}{4}$ होगी। जब कण पुनः X पर लौट आता है तब उसकी कला $\theta = 2\pi$ या T होगी। यदि किसी क्षण दो कम्पमान कण एक साथ अपनी-अपनी साम्य स्थितियों से एक ही दिशा में समान वेग तथा समान विस्थापन के साथ गुजर रहे हों तो वे उस क्षण **समान कला** (Same Phase) में होते हैं। यदि ये कण किसी क्षण अपनी-अपनी साम्य स्थितियों से परस्पर विपरीत दिशा में गुजरते हैं तो वे उस क्षण **विपरीत कला** में कहलाते हैं। यदि समय उस क्षण से मापा जाए जबकि निर्देश वृत्त की परिधि पर चलने वाला कण बिंदु X पर न होकर किसी अन्य बिंदु जैसे P_0 पर था (चित्र 1.12) जहाँ कोण $P_0OX = \phi$, तब t समय के पश्चात् N का साम्य स्थिति से विस्थापन,

$$y = ON = OP \sin NPO$$

अथवा

$$y = a \ \sin(\omega t + \phi) \qquad \text{... (13)}$$

ωt वह कोण है जो कि कण P, P_0 स्थिति से t समय में घूमता है। स्पष्ट है कि t समय पर N की कला कुल कोण $(\omega t + \phi)$ से मापी जाएगी। ϕ को N की **प्रारम्भिक कला** (Initial phase) अथवा आदि कोण (Epoch) कहते हैं।

YADAVRK100%

§ 1.17 सरल आवर्त गति का समय-विस्थापन वक्र (Time-Displacement Curve of S.H.M.)

सरल आवर्त गति के समीकरण,

$$y = a \sin \omega t \text{ में,}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ रखने पर}$$

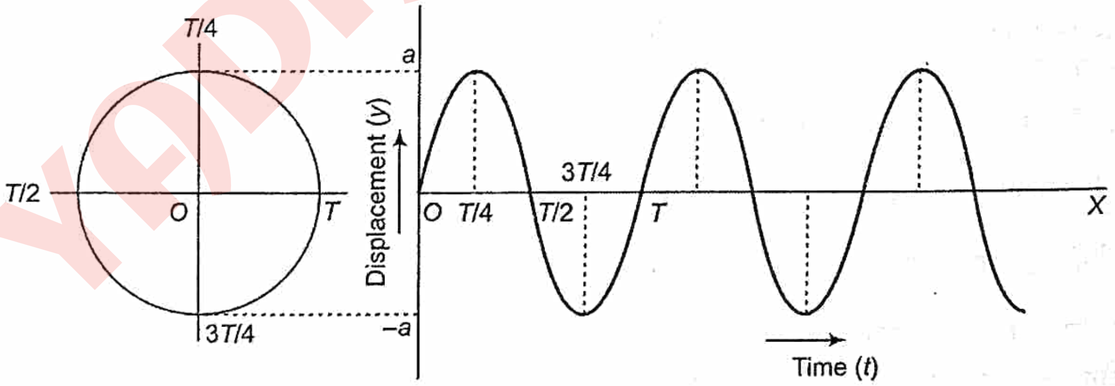
$$y = a \sin 2\pi \frac{t}{T} \quad \ldots(i)$$

समीकरण (i) से सरल आवर्त गति करते हुए किसी कण के विस्थापन एवं समय के मध्य ग्राफ खींच सकते हैं जिसे समय-विस्थापन वक्र कहते हैं।

निम्नलिखित तालिका में भिन्न-भिन्न समय पर कण के भिन्न-भिन्न विस्थापनों का मान दिया गया है—

समय (t)	विस्थापन (y)
0	0
$T/4$	a
$T/2$	0
$3T/4$	$-a$
T	0
—	—

उपरोक्त t तथा y के मानों के मध्य ग्राफ खींचने पर चित्र 1.13 की भाँति समय-विस्थापन वक्र प्राप्त होता है।



चित्र 1.13

YADAVRK100%

§ 1.18 सरल आवर्त गति करते हुए कण का वेग (Velocity of Particle executing Simple Harmonic Motion)

चित्र 1.14 के अनुसार निर्देश वृत्त की परिधि पर चलते कण P के स्पर्शरेखीय वेग $v(=\omega a)$ को निम्न दो घटकों में वियोजित करने पर,

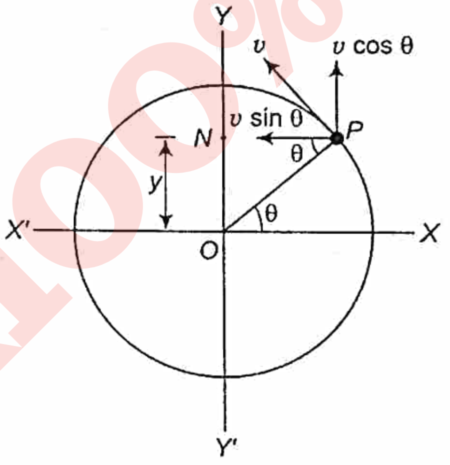
$$PN \text{ के समान्तर घटक} = v \sin\theta = v \sin\omega t \qquad [\because \theta = \omega t]$$

$$PN \text{ क लम्बवत् घटक} = v \cos\theta = v \cos\omega t$$

घटक $v \cos\theta$, कण P से वृत्त के व्यास YY' पर खींचे गए लम्ब के पाद N की गति की दिशा, OY के समान्तर है। अत: यही लम्ब पाद N का वेग होगा। N की गति सरल आवर्त गति है। इस प्रकार सरल आवर्त गति करते कण का वेग

$$v = v \cos \omega t$$

अथवा
$$v = \omega a \cos\omega t \quad \text{... (i)}$$
$$= \omega a \sqrt{1-\sin^2 \omega t}$$
$$= \omega a \sqrt{1-\frac{y^2}{a^2}}$$
$$v = \omega \sqrt{a^2 - y^2} \quad \text{... (14)}$$



चित्र 1.14

इन समीकरणों (i) तथा (ii) से स्पष्ट है कि कण की कला (ωt) अथवा विस्थापन (y) के बदलने से v का मान बदलता है तथा $v_{max} = \omega a$, जबकि $\omega t = 0$ अर्थात् $y = 0$ एवं $v_{min} = 0$ जबकि $\omega t = \frac{\pi}{2}$ अथवा $\frac{3\pi}{2}$ अर्थात् $y = \pm a$, अर्थात् **गति की मध्यमान स्थिति ($y = 0$) पर कण का वेग अधिकतम ($= \omega a$) तथा अधिकतम विस्थापन स्थिति ($y = \pm a$) पर कण का वेग शून्य होता है, अर्थात् कण का वेग, विस्थापन के व्युत्क्रमानुपाती होता है।**

$$v \propto \frac{1}{y}$$

The velocity of the particle varies inversely as its displacement.

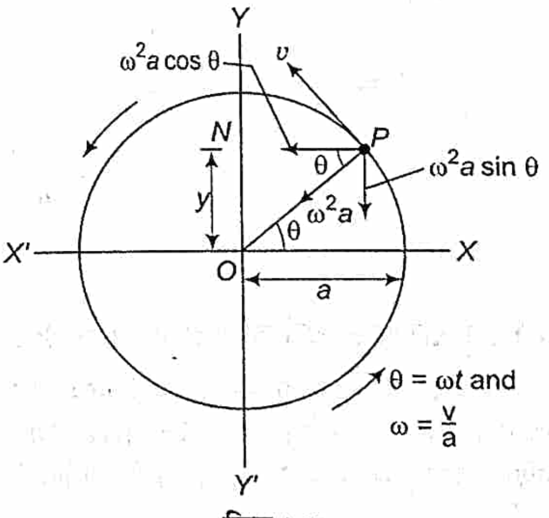
§ 1.19 सरल आवर्त गति करते हुए कण का त्वरण (Acceleration of Particle executing Simple Harmonic Motion)

कण P की गति वृत्ताकार होने के कारण इसकी गति में एक (अभिकेन्द्र) त्वरण $\omega^2 a$ है जिसकी दिशा वृत्त के केन्द्र O की ओर है (ω कण P का कोणीय वेग तथा a वृत्त की त्रिज्या है)। इस त्वरण को निम्न दो घटकों में वियोजित करने पर (चित्र 1.15),

PN के समान्तर घटक $= \omega^2 a \cos\theta = \omega^2 a \cos\omega t$

PN के लम्बवत् घटक $= \omega^2 a \sin\theta = \omega^2 a \sin\omega t$

$[\because \theta = \omega t]$



चित्र 1.15

घटक $\omega^2 a \sin\omega t$, कण P से वृत्त के व्यास YY' पर खींचे गये लम्ब के पाद N की गति की दिशा OY के समान्तर है, परन्तु इसकी दिशा, लम्ब पाद N की गति की दिशा के विपरीत अर्थात् साम्य स्थिति O की ओर है। अत: यही N का त्वरण है। N सरल आवर्त गति कर रहा है। अत: सरल आवर्त गति करते कण का त्वरण

$$\alpha = -\omega^2 a \sin\omega t \quad \text{... (i)}$$

अथवा
$$\alpha = -\omega^2 y \quad \text{... (15)}$$

समीकरण (i) तथा (15) से स्पष्ट है कि कण की कला (ωt) अथवा विस्थापन (y) के बदलने से α का मान बदलता है।

अतः $\alpha_{max} = 0$ जबकि $\omega t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$

अथवा $y = \pm a$

एवं $\alpha_{min} = 0$ जबकि $\omega t = 0$ or π

अथवा $y = 0$

अर्थात् $\alpha \propto -y$

अर्थात् कण का त्वरण, विस्थापन के अनुक्रमानुपाती एवं दिशा विपरीत होता है।

The negative sign being put to indicate that it is directed towards origin point, in a direction opposite to that of y, its displacement.

§ 1.20 वेग तथा त्वरण ज्ञात करने की वैकल्पिक विधि (Alternate method to determine velocity and acceleration)

वेग—सरल आवर्त गति के विस्थापन समीकरण

$$y = a \sin \omega t$$

का समय t के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dy}{dt} = \omega a \cos \omega t \quad \text{... (i)}$$

$\frac{dy}{dt}$ ही कम्पायमान कण का वेग v है, अतः

$$v = \frac{dy}{dt} = \omega a \cos \omega t$$

अथवा $v = \omega \sqrt{a^2 - y^2}$ $\left[\because \cos \omega t = \frac{\sqrt{a^2 - y^2}}{a}\right]$

त्वरण—समय t के सापेक्ष समीकरण (i) का अवकलन करने पर,

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{dy}{dt}\right] = \frac{d}{dt}(\omega a \cos \omega t)$$

अथवा $\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 a \sin \omega t$

$\frac{d^2 y}{dt^2}$ ही कण का त्वरण α है, अतः

$$\alpha = \frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 a \sin \omega t$$

अथवा $\alpha = -\omega^2 y$

§ 1.21 सरल आवर्त गति (Simple Harmonic Motion)

सरल आवर्त गति में कण किसी निश्चित बिंदु के इधर-उधर (to and fro) सरल रेखा में इस प्रकार दोलन गति करता है कि कण के त्वरण की दिशा, सदैव सरल रेखा के उस निश्चित बिंदु की ओर दिष्ट होती है तथा त्वरण का परिमाण उस निश्चित बिन्दु से कण के विस्थापन के समानुपाती होता है। इस निश्चित बिंदु को दोलन केन्द्र (centre of oscillation) कहते हैं।

YADAVRK100%

§ 1.24 आवर्त काल का व्यापक सूत्र (General Formula for Time Period)

सरल आवर्त गति (S.H.M.) करते हुए किसी कण का कोणीय वेग यदि नियत रहे तो कण का त्वरण, कण के विस्थापन के समानुपाती होता है। अत: जब कण का कोणीय वेग स्थिर हो, तो

$$\alpha \propto -y$$

या $$\alpha = -\omega^2 y$$

जहाँ ω कोणीय वेग, y विस्थापन तथा α त्वरण है।

उपरोक्त सम्बन्ध में – ve चिह्न छोड़ने पर

$$\alpha = \omega^2 y$$

या $$\omega^2 = \alpha / y$$

या $$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{y}}$$

या $$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{\alpha}{y}}$$

अत: आवर्त काल

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{y}{\alpha}} = 2\pi\sqrt{\frac{\text{विस्थापन}}{\text{त्वरण}}} \qquad \text{... (17)}$$

यही सरल आवर्त गति करते हुए कण के आवर्तकाल का व्यापक सूत्र है।

§ 1.25 सरल लोलक (Simple Pendulum)

यदि किसी भारी बिंदु द्रव्यमान (heavy point mass) को एक द्रव्यमानरहित, लम्बाई में न बढ़ने वाली पूर्ण प्रत्यास्थ डोरी की सहायता से एक घर्षणरहित दृढ़ आधार से लटका दें, तो यह समायोजन सरल लोलक कहलाता है।

A heavy point mass suspended by a massless, inextensible and perfectly elastic string from a rigid support without friction is called a simple pendulum.

व्यवहार में यह समायोजन सम्भव नहीं है, अत: इसे आदर्श सरल लोलक (Ideal Simple Pendulum) कहते हैं।

व्यावहारिक सरल लोलक बनाने के लिए धातु के किसी ठोस गोले को एक हल्के तथा पतले धागे से बाँधकर किसी दृढ़ आधार से लटकाते हैं। धातु के गोले को गोलक (bob) कहते हैं जिस बिंदु से गोलक को लटकाते हैं उसे निलम्बन बिंदु कहते हैं।

निलम्बन विंदु (point of suspension) से गोलक (bob) के गुरुत्व केन्द्र तक की दूरी को प्रभावी लम्बाई (effective length) कहते हैं। जब गोलक को इसकी साम्य स्थिति (equilibrium position) से थोड़ा एक ओर खींच कर छोड़ देते हैं तो वह साम्य स्थिति के इधर-उधर दोलन गति करने लगता है।

सरल लोलक का आवर्त काल (Periodic time of a Simple Pendulum)

माना एक सरल लोलक की प्रभावी लम्बाई (effective length) l है। गोलक का द्रव्यमान m है तथा इसे निलम्बन बिंदु O से लटकाया गया है (चित्र 1.17)।

माना दोलन करते समय गोलक किसी क्षण स्थिति B पर है जहाँ उसका विस्थापन x है, अर्थात्

$$AB = x$$

इस दशा में माना धागा ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाता है।

VPDEVRK100%

गोलक पर इस समय दो बल कार्य कर रहे हैं जो निम्नलिखित हैं—

(i) गुरुत्व बल mg

(ii) धागे का तनाव (tension) T जो धागे की लम्बाई के अनुदिश BO दिशा में है। mg का एक घटक $mg\sin\theta$ तथा दूसरा घटक $mg\cos\theta$ है।

धागे में तनाव T तथा $mg\cos\theta$ का परिणामी, गोलक को अभिकेन्द्र बल (centripetal force) प्रदान करता है; घटक $mg\sin\theta$ गोलक को साम्य स्थिति A में लाने का प्रयास करता है। यही प्रत्यानयन बल (restoring force) है।

अत: गोलक पर कार्य करने वाला प्रत्यानयन बल

$$F = -mg\sin\theta \quad \text{... (i)}$$

यहाँ ऋण चिह्न यह प्रदर्शित करता है कि प्रत्यानयन बल F, विस्थापन की दिशा के विपरीत कार्य करता है।

प्रत्यानयन बल कोणीय विस्थापन θ के समानुपाती नहीं है बल्कि यह $\sin\theta$ के समानुपाती है। अत: परिणामी गति, सरल आवर्त गति नहीं है। परन्तु यदि कोण θ बहुत छोटा है तब $\sin\theta$ लगभग θ रेडियन के बराबर होगा तथा θ कम होने पर यह गति लगभग रेखीय गति होगी। अत: θ को बहुत छोटा मानने पर

$$\sin\theta \cong \theta$$

परंतु
$$\theta \text{ रेडियन} = \frac{AB}{OB} = \frac{x}{l} \quad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$$F = -mg.\frac{x}{l}$$

$$= -\left(\frac{mg}{l}\right)x \quad \text{... (iii)}$$

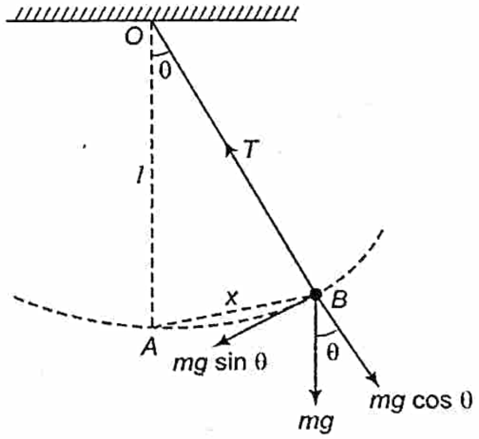
न्यूटन के गति के द्वितीय नियम के अनुसार,

$$\text{बल} = \text{द्रव्यमान} \times \text{त्वरण}$$
$$= m \times \alpha$$

समीकरण (iii) से

$$m\alpha = -(mg/l).x$$

या
$$\text{त्वरण } \alpha = (-g/l).x \quad \text{... (iv)}$$



चित्र 1.17

आवर्ती गति के त्वरण के समीकरण $\alpha = -\omega^2 y$ से तुलना करने पर,

$$\omega^2 = \frac{g}{l}$$

समीकरण (iv) में $\omega^2 = g/l$ रखने पर

$$\alpha = -\omega^2 x$$

$$\text{त्वरण} \propto x \text{ (विस्थापन)}$$

अत: सरल आवर्त गति में किसी गोलक का त्वरण उसके विस्थापन x के अनुक्रमानुपाती होता है तथा त्वरण की दिशा विस्थापन की दिशा के विपरीत होती है।

गोलक की सरल आवर्त का आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{g/l}} \qquad [\because \omega^2 = g/l]$$

YADAVRK100%

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad \dots (18)$$

समीकरण (18) से स्पष्ट है कि—

(1) लोलक का आवर्त काल गोलक के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है।

(2) लोलक का आवर्त काल आयाम पर निर्भर नहीं करता है।

(3) $T \propto \sqrt{l}$

(4) $T \propto 1/\sqrt{g}$

(5) अनन्त लम्बाई के लोलक का आवर्त काल 84·6 मिनट होता है।

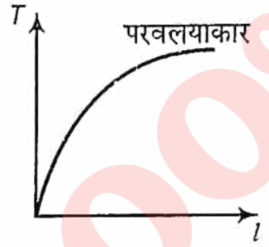
(6) l व T के बीच वक्र (चित्र 1.18)

(7) l व T^2 के बीच वक्र (चित्र 1.19)

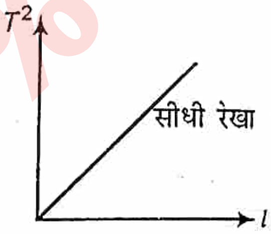
(8) $\sqrt{l}$ व T के बीच वक्र (चित्र 1.20)

(9) $\frac{1}{\sqrt{g}}$ व T के बीच वक्र (चित्र 1.21)

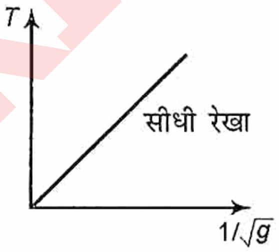
(10) g व T^2 के बीच वक्र (चित्र 1.22)



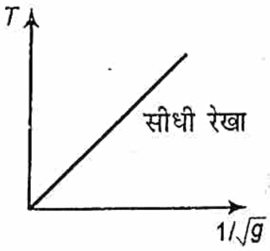
चित्र 1.18



चित्र 1.19



चित्र 1.20

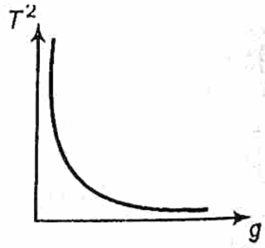


चित्र 1.21

(11) जब किसी लिफ्ट के अन्दर उसकी छत से बंधा एक लोलक लटक रहा हो तथा लिफ्ट, त्वरित गति से ऊपर ज़ा रही हो तब g का प्रभावी मान बढ़ जाता है, फलस्वरूप लोलक का आवर्तकाल (T) घट जाता है।

(12) जब लिफ्ट त्वरित गति से नीचे आती है तब g का प्रभावी मान घट जाता है तथा लोलक का आवर्त काल बढ़ जाता है।

(13) यदि लिफ्ट की डोरी टूट जाये तब लिफ्ट मुक्त पिण्ड की भाँति नीचे गिरेगी, अत: g का प्रभावी मान शून्य हो जायेगा तथा लोलक का आवर्त काल अनन्त हो जाएगा।



चित्र 1.22

(14) पहाड़ पर या खान में जाने से g का मान घट जाता है, अत: लोलक घड़ी का आवर्त काल पहाड़ पर या खान में जाने से बढ़ जाता है।

(15) उपग्रह के अन्दर ($g = 0$) लोलक का आवर्तकाल अनन्त हो जाएगा तथा वह दोलन नहीं करेगा।

(16) भूमध्य रेखा पर g का मान न्यूनतम होता है, अत: T का मान सर्वाधिक होता है।

(17) ध्रुवों (poles) पर g का मान सर्वाधिक होता है, अत: T का मान न्यूनतम होता है।

§ 1.26 सेकण्ड लोलक (Second Pendulum)

वह लोलक जिसका आवर्त काल 2 सेकण्ड होता है सेकण्ड लोलक कहलाता है।

A simple pendulum, whose time period is 2 second, is called second pendulum.

$\because$
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

माना किसी स्थान पर $g = 9{\cdot}8$ मीटर/सेकण्ड^2 तथा $T = 2$ सेकण्ड तब उपरोक्त सूत्र से,

YODAVRK100%

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$= \frac{9 \cdot 8 \times 2^2}{4 \times \pi^2}$$

$$= 0 \cdot 992 \text{ मीटर}$$

$$= 99 \cdot 2 \text{ सेमी}$$

अत: यदि किसी लोलक की प्रभावी लम्बाई 99 · 2 सेमी कर दी जाए तो उसका आवर्तकाल 2 सेकण्ड होगा तब वह सेकण्ड लोलक कहलायेगा।

§ 1.27 स्प्रिंग द्रव्यमान प्रणाली (Spring Mass system)

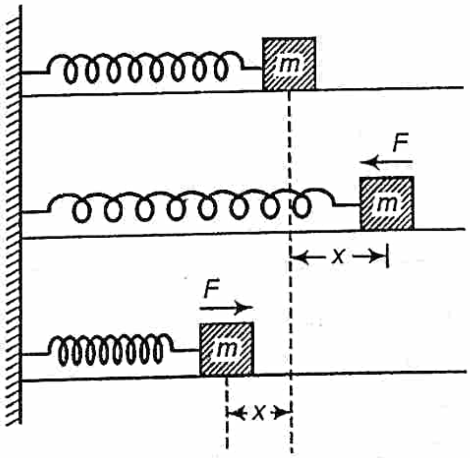
किसी नगण्य द्रव्यमान की स्प्रिंग से m द्रव्यमान के पिण्ड को संयोजित कर, बने निकाय (system) का दोलन निम्न दो प्रकार से कराया जा सकता है—

(1) स्प्रिंग द्रव्यमान प्रणाली का क्षैतिज तल में दोलन
(Horizontal oscillation of mass, attached to spring)

(2) स्प्रिंग द्रव्यमान प्रणाली का ऊर्ध्वाधर तल में दोलन
(Vertical oscillation of mass, attached to spring)

1.27.1 स्प्रिंग द्रव्यमान प्रणाली का क्षैतिज तल में दोलन (Horizontal Oscillation of Mass, attached to Spring)

माना नगण्य द्रव्यमान की एक क्षैतिज स्प्रिंग, जिसका बल नियतांक k है, का एक सिरा एक दृढ़ आधार से बंधा है तथा दूसरे से द्रव्यमान m का एक पिण्ड बंधा है जो कि एक घर्षणहीन क्षैतिज तल पर चलने के लिए स्वतंत्र है। चित्र 1.23 (a) में स्प्रिंग अपनी मूल लम्बाई (unstretched) में तथा पिण्ड साम्य स्थिति में है। चित्र 1.23 (b) में, पिण्ड को x दूरी तक विस्थापित करने पर प्रत्यास्थता के कारण स्प्रिंग पर एक प्रत्यानयन बल F लगता है। हुक के नियमानुसार $F = -kx$, जहाँ k स्प्रिंग का बल नियतांक है। ऋणात्मक चिह्न यह दर्शाता है कि बल F, x के विपरीत है। इस बल के कारण स्प्रिंग सिकुड़ता है तथा स्प्रिंग द्वारा यही बल F द्रव्यमान m पर आरोपित होता है। m के अपनी साम्य स्थिति में आने पर $x = 0$ होने के कारण इस बल का मान शून्य हो जाता है, लेकिन द्रव्यमान m अपनी गति के जड़त्व के कारण बायीं ओर x दूरी तक जाकर विराम अवस्था में आता है (चित्र 1.23 (c))। तब स्प्रिंग संपीडित होता है, तथा इस पर एक प्रत्यानयन बल $F(= -kx)$ विपरीत दिशा में लगता है। स्प्रिंग द्वारा यही बल F पिण्ड पर लगता है। इस बल के कारण पिण्ड पुन: चलता है। इस प्रकार पिण्ड प्रत्यानयन बल F के अन्तर्गत साम्य स्थिति के इधर-इधर दोलन करने लगता है।



चित्र 1.23

∴ पिण्ड पर लगने वाला (प्रत्यानयन) बल

$F = -kx$, यहाँ x पिण्ड का विस्थापन है तथा k स्प्रिंग का बल नियतांक है।

यदि पिण्ड में त्वरण α हो, तब

$$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{-kx}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x \qquad \left[\text{जहाँ } \omega^2 = \frac{k}{m}\right]$$

$$\alpha \text{ (त्वरण)} \propto -y \text{ (विस्थापन)}$$

YADAVRK100%

इस प्रकार पिण्ड का त्वरण α उसके विस्थापन x के समानुपाती है तथा ऋणात्मक चिन्ह के कारण त्वरण की दिशा साम्य स्थिति की ओर है। अत: पिण्ड की गति सरल आवर्त गति है। इसका आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} \qquad \left[\because \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}\right]$$

अत: $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \ldots (19)$$

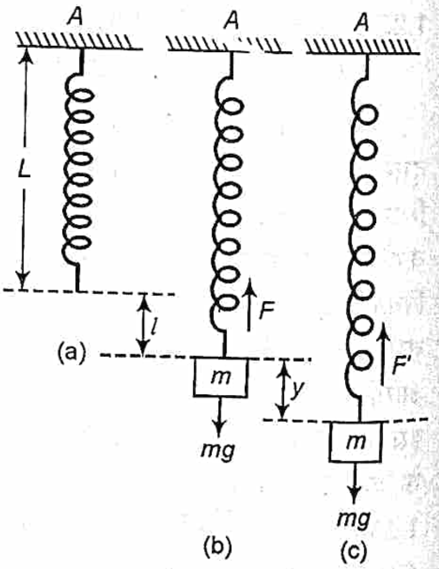
तथा आवृत्ति, $\because$ $$n = \frac{1}{T}$$

अत: $$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \ldots (20)$$

तथा कोणीय वेग $$\omega = 2\pi n = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \ldots (21)$$

1.27.2. स्प्रिंग द्रव्यमान प्रणाली का ऊर्ध्वाधर तल में दोलन (Vertical Oscillation of Mass attached to Spring)

माना नगण्य द्रव्यमान की ऊर्ध्व स्प्रिंग का सिरा किसी दृढ़ आधार से बँधा है (चित्र 1.24 (a)) तथा दूसरे सिरे से m द्रव्यमान का एक पिण्ड बँधा है। पिण्ड के भार के कारण स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि (l) हो जाती है (चित्र 1.24 (b)) इस दशा में स्प्रिंग पर इसकी प्रत्यास्थता के कारण एक प्रत्यानयन बल ($F = -kl$) ऊपर की ओर लगता है। पिण्ड के स्प्रिंग से जुड़े होने के कारण, स्प्रिंग (द्रव्यमान नगण्य) यही प्रत्यानयन बल F, पिण्ड पर ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर लगाता है। पिण्ड पर एक दूसरा बल इसका भार mg है, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर लगता है। चूँकि पिण्ड संतुलन (त्वरण = 0) में है। (चित्र 1.24 (b)), अत: इस पर परिणामी बल शून्य होना चाहिए। इसलिए,



चित्र 1.24

$$F + mg = 0$$

अथवा $$-kl + mg = 0$$

अथवा $$mg = kl \qquad \ldots (i)$$

यदि पिण्ड को नीचे की ओर थोड़ा खींचकर छोड़ दें तो स्प्रिंग द्वारा पिण्ड पर लगे प्रत्यानयन बल के कारण पिण्ड साम्य स्थिति की ओर ऊपर आने लगता है। साम्य स्थिति पर पिण्ड पर लगने वाला प्रत्यानयन बल शून्य हो जाता है। किन्तु गति के जड़त्व के कारण पिण्ड साम्य स्थिति के दूसरी ओर (अर्थात् ऊपर की ओर) जाकर विराम अवस्था में आता है तथा स्पिंग संपीडित होता है। तब स्प्रिंग द्वारा लगाये प्रत्यानयन बल के कारण, पिण्ड वापस साम्य स्थिति की ओर (नीचे) आने लगता है। इस प्रकार पिण्ड साम्य स्थिति के दोनों ओर ऊपर-नीचे दोलन करने लगता है।

माना, दोलन करते समय किसी क्षण पिण्ड अपनी साम्य स्थिति से y दूरी नीचे है (चित्र 1.24 (c))। इस क्षण स्प्रिंग की लम्बाई में कुल वृद्धि $= l + y$, अत: इस क्षण स्प्रिंग द्वारा पिण्ड पर लगाया गया बल $F' = -k\,(l + y)$ ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर है। पिण्ड पर एक अन्य बल mg, उसके भार के कारण ऊर्ध्व नीचे की ओर लग रहा है, अत: पिण्ड पर लगने वाला नेट बल

$$F'' = F' + mg \quad \text{अथवा} \quad F'' = -k\,(l + y) + mg$$

$$= -ky \qquad [\because -kl + mg = 0]$$

YADAVRK100%

अर्थात् $m\alpha = -ky$ [∵ नेट बल = द्रव्यमान × त्वरण)

$$\alpha = \frac{-k}{m}y = -\omega^2 y \qquad \left[\text{जहाँ } \omega^2 = \frac{k}{m}\right]$$

इस प्रकार पिण्ड की गति में त्वरण α, उसके विस्थापन y के समानुपाती है तथा ऋणात्मक चिह्न के कारण त्वरण की दिशा साम्य स्थिति की ओर है। अत: पिण्ड की गति सरल आवर्त गति है। इसका आवर्तकाल,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

तथा आवृत्ति

$$n = \frac{1}{T}$$

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

तथा कोणीय वेग

$$\omega = 2\pi n$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

T का एक अन्य सूत्र, $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ भी है $\left(\because \frac{m}{k} = \frac{l}{g}, \text{ समीकरण (i)}\right)$ जहाँ l पिण्ड द्वारा स्प्रिंग में होने वाली वृद्धि है।

नगण्य द्रव्यमान के स्प्रिंग से बंधे पिण्ड की दोलन गति क्षैतिज अथवा ऊर्ध्वाधर, दोनों ही दिशाओं में होने पर इसका आवर्तकाल, आवृत्ति तथा कोणीय वेग का सूत्र एक ही होता है।

1.27.3 दो स्प्रिंग के विभिन्न संयोजन से जुड़ा द्रव्यमान (Mass attached with different combinations of two springs)

यदि m द्रव्यमान के पिण्ड को किन्हीं दो स्प्रिंग (बल नियतांक क्रमश: k_1 तथा k_2) से विभिन्न क्रमों में संयोजित कर गति कराया जाए तो द्रव्यमान स्प्रिंग (क्षैतिज अथवा समान्तर तल) के समरूप संयोजन के लिए गति की स्थितियाँ एक समान होती हैं।

(1) स्प्रिंग समान्तर क्रम में

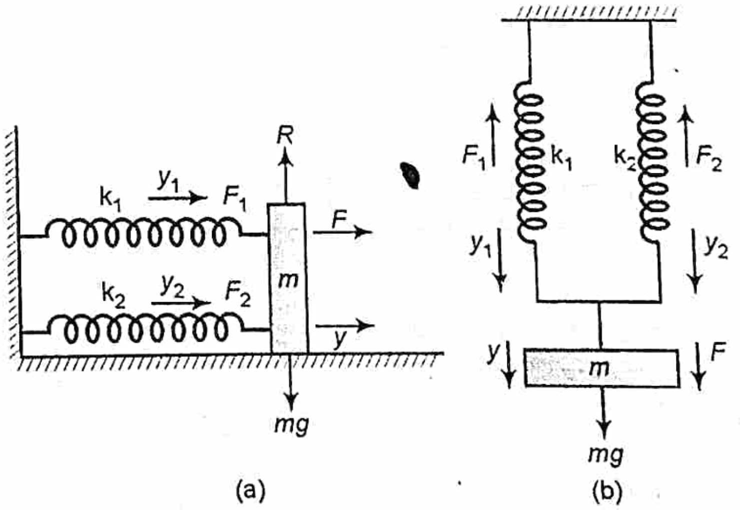
चित्र 1.25, यदि बल F द्रव्यमान m के पिण्ड को y दूरी खींचता है तो प्रत्येक स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि y होगी अर्थात् $y_1 = y_2 = y$। दोनों स्प्रिंगों के बल नियतांक भिन्न-भिन्न होने के कारण सूत्र $F = -ky$ से F_1 तथा F_2 भिन्न-भिन्न होंगे, किन्तु पिण्ड के संतुलन के लिए,

$$F = F_1 + F_2$$

$$ky = k_1 y + k_2 y$$

$$k = k_1 + k_2$$

जहाँ k, स्प्रिंगों के समान्तर संयोग के तुल्य स्प्रिंग का बल नियतांक है।



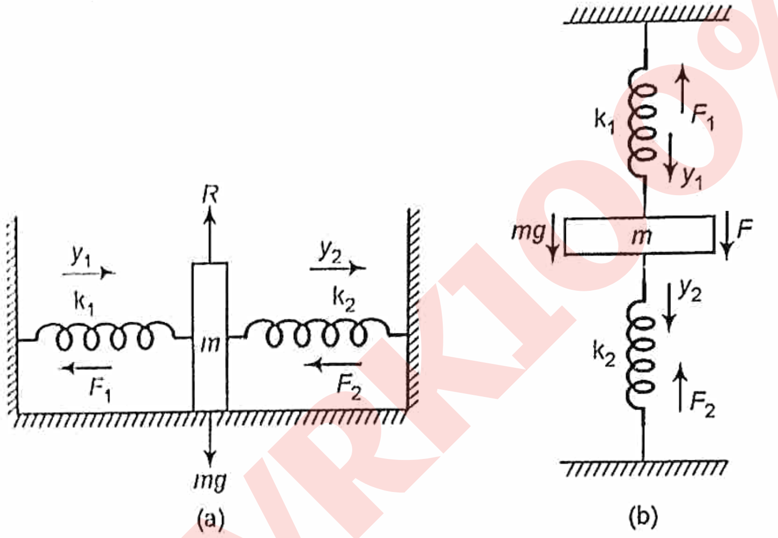
चित्र 1.25

अतः समीकरण $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ से

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad \text{... (22)}$$

(2) स्प्रिंग श्रेणीक्रम में तथा पिण्ड उनके बीच में

चित्र 1.26 यदि बल F द्वारा एक स्प्रिंग की लम्बाई में वृद्धि y हो तो दूसरे स्प्रिंग की लम्बाई में संपीडन y ही होगा।



चित्र 1.26

अतः $y_1 = y_2 = y$

$\because$ $k_1 \neq k_2$ अतः सूत्र $F = ky$ से $F_1 \neq F_2$

लेकिन $F = F_1 + F_2$

अर्थात् $ky = k_1 y_1 + k_2 y_2$

अर्थात् $k = k_1 + k_2$ $\quad [\because y_1 = y_2 = y]$

अतः समीकरण $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ से

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

(3) स्प्रिंग श्रेणीक्रम में तथा पिण्ड एक सिरे पर

चित्र 1.27, क्योंकि स्प्रिंगों के द्रव्यमान नगण्य (massless) हैं, अतः दोनों स्प्रिंगों में बल समान होने चाहिएँ, अर्थात्

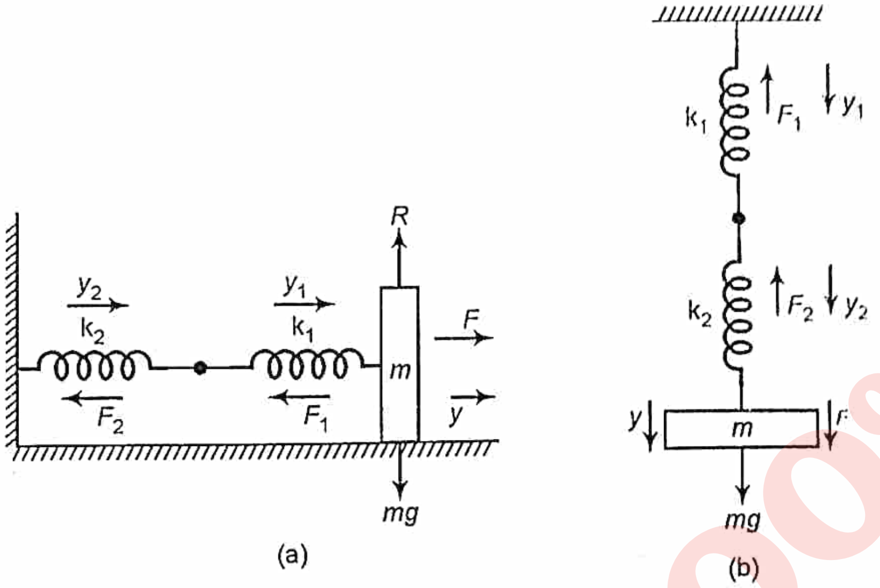
$$F_1 = F_2 = F$$

क्योंकि k_1 तथा k_2 भिन्न हैं, अतः सूत्र $F = ky$ से उनकी लम्बाई में वृद्धियाँ y_1 तथा y_2 भिन्न-भिन्न होंगी अर्थात् $y_1 \neq y_2$ लेकिन

$$y = y_1 + y_2$$

अथवा
$$\frac{F}{k} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2}$$

YADAVRK100%



चित्र 1.27

अथवा $$\frac{1}{k}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$$ $[\because\ k < k_1$ तथा $k < k_2]$

अतः समीकरण $T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ से,

$$T=2\pi\sqrt{m\left[\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}\right]} \qquad \dots (23)$$

दो स्प्रिंगों के श्रेणीक्रम में; $$k=\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}$$

यदि $k_1=k_2$ तो $$k=\frac{k_1}{2}$$

इस प्रकार यदि k_1 बल नियतांक की n स्प्रिंग श्रेणी क्रम में जोड़ी जायें तो तुल्य स्प्रिंग का बल नियतांक, $k=\frac{k_1}{n}$ होगा। स्प्रिंग की लम्बाई (l) बढ़ने से इसके बल नियतांक का मान घटता है अर्थात् $k\propto\frac{1}{l}$.

- किसी स्प्रिंग के बल नियतांक k का मान स्प्रिंग बनाने में प्रयोग किए तार पर (इसकी लम्बाई, त्रिज्या r तथा पदार्थ), स्प्रिंग की त्रिज्या R तथा स्प्रिंग की लम्बाई l पर निर्भर करता है। वास्तव में $k=\frac{\eta r^4}{4nlR^3}$, η तार के पदार्थ का दृढ़ता गुणांक (Modulus of Rigidity) तथा n स्प्रिंग की एकांक लम्बाई में फेरों की संख्या है।
- कड़े (stiff) स्प्रिंग का k अधिक होता है।
- यदि बल नियतांक k_1 की स्प्रिंग को लम्बाई में $l_1 : l_2$ के अनुपात में दो भागों में विभाजित कर दिया जाए तो l_1 और l_2 भाग वाले स्प्रिंगों के बल नियतांक क्रमशः

$$K_1=(k)\,l_1=\frac{k(l_1+l_2)}{l_1}=k\left[1+\frac{l_2}{l_1}\right] \qquad \dots (A)$$

तथा $$K_2=(k)l_2=\frac{k(l_1+l_2)}{l_2}=k\left[1+\frac{l_1}{l_2}\right] \qquad \dots (B)$$

यदि $l_1 : l_2 = 1 : n \quad \Rightarrow \quad l_2 = nl_1$

अतः समीकरण (A) तथा (B) से $k_1=k(1+n)$ तथा $k_2=k\left[1+\frac{1}{n}\right]$

YADAVRK100%

§ 1.28 सरल आवर्त गति करते पिण्ड की ऊर्जा (Energy of a Body executing S.H.M.)

सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड में गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा दोनों होती हैं। इन दोनों ऊर्जाओं की गणना करके पिण्ड की कुल ऊर्जा ज्ञात की जा सकती है।

गतिज ऊर्जा (Kinetic Energy)—माना सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड का किसी क्षण t पर विस्थापन y, आयाम a तथा कोणीय वेग ω है, तब उसका वेग—

$$v = \omega\sqrt{a^2 - y^2}$$

अतः पिण्ड की गतिज ऊर्जा—

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(\sqrt{a^2 - y^2})^2$$

$$K = \frac{1}{2}m\,\omega^2(a^2 - y^2) \quad \ldots (24)$$

स्थितिज ऊर्जा (Potential Energy)—

यदि पिण्ड में त्वरण α हो तो—

$$\alpha = -\omega^2 y$$

तथा प्रत्यानयन बल—

$$F = m \times \alpha$$

$$= m(-\omega^2 y)$$

$$= -m\omega^2 y$$

चित्र 1.27 में पिण्ड पर कार्यरत बल F तथा पिण्ड के विस्थापन y के मध्य खींचा गया ग्राफ प्रदर्शित किया गया है। ग्राफ के नीचे का क्षेत्रफल पिण्ड की स्थितिज ऊर्जा के बराबर है। अतः

स्थितिज ऊर्जा—

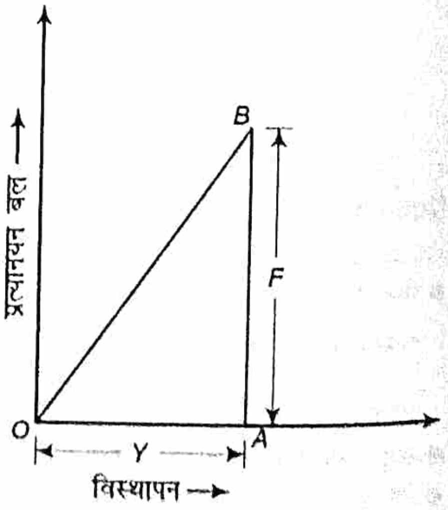
$$U = \text{क्षेत्रफल } AOB$$

$$U = \frac{1}{2}[AO \times AB]$$

$$U = \frac{1}{2} \times y \times F$$

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 \qquad [\because F = m\omega^2 y]$$

$$\therefore \quad U = \frac{1}{2}m\,\omega^2 y^2 \quad \ldots (25)$$



चित्र 1.27 : पिण्ड पर कार्यरत बल तथा विस्थापन के मध्य ग्राफ

समीकरण (24) तथा (25) द्वारा पिण्ड की सम्पूर्ण ऊर्जा—

$$E = U + K$$

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2 + \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$$

YADAVRK100%

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2 \qquad \text{... (26)}$$

या

$$E = 2\pi^2 m n^2 a^2 \qquad [\because \omega = 2\pi n]$$

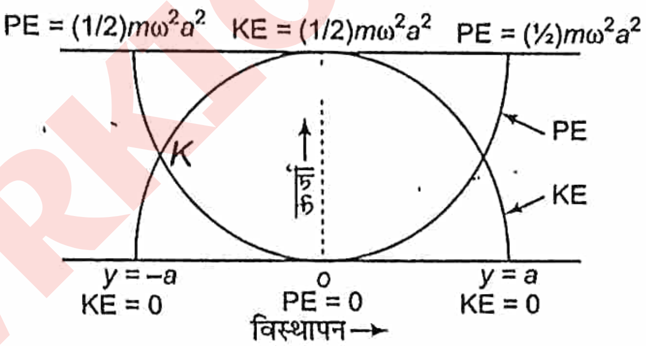
उपरोक्त समीकरणों से स्पष्ट है कि सम्पूर्ण ऊर्जा का मान आयाम के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात्

$$E \propto a^2$$

सरल आवर्त गति में ऊर्जा-रूपान्तरण (Energy Transformation In S.H.M.)

सरल आवर्त गति में पिण्ड की ऊर्जा, ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्त का सरलतम उदाहरण है।

सरल आवर्त गति के अन्तर्गत दोलन करते हुए पिण्ड में गतिज ऊर्जा (K) तथा स्थितिज ऊर्जा (E) दोनों होती हैं। पिण्ड के दोलन काल के समय ये ऊर्जाएँ एक-दूसरे में रूपान्तरित होती रहती हैं परन्तु ऊर्जा संरक्षण सिद्धान्त के अनुसार पिण्ड की गतिज ऊर्जा व स्थितिज ऊर्जा का योग अर्थात् सम्पूर्ण ऊर्जा ($E = K + U$) गतिपथ के प्रत्येक बिन्दु पर सदैव नियत होती है। इस सम्पूर्ण ऊर्जा का मान पिण्ड की अधिकतम गतिज ऊर्जा अथवा अधिकतम स्थितिज ऊर्जा के मान के बराबर होता है।



चित्र 1.28 : S.H.M. गति करते हुए एक पिण्ड का ऊर्जा-विस्थापन चक्र

पिण्ड की गतिज ऊर्जा माध्य स्थिति (mean position) में अधिकतम $\frac{1}{2} m\omega^2 a^2$ होती है तथा स्थितिज ऊर्जा इस समय शून्य होती है। पिण्ड के विस्थापन की चरम स्थिति (extreme position) में गतिज ऊर्जा शून्य होती है तथा स्थितिज ऊर्जा अधिकतम $\frac{1}{2} m\omega^2 a^2$ होती है।

चित्र 1.28 में सरल आवर्त गति करते हुए एक पिण्ड की ऊर्जाएँ प्रदर्शित की गयी हैं। माना पिण्ड का किसी समय साम्य स्थिति से विस्थापन y है तब पिण्ड की गतिज ऊर्जा (K),

$$K = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2 - y^2) \qquad \text{... (i)}$$

पिण्ड की गतिज ऊर्जा साम्य स्थिति में ($y = 0$) अधिकतम होती है। अतः अधिकतम गतिज ऊर्जा,

$$K = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2 \qquad \text{... (ii)}$$

यह पिण्ड की सम्पूर्ण ऊर्जा ($E + K$) के तुल्य है अर्थात् साम्य स्थिति से गुजरते समय पिण्ड की समस्त ऊर्जा, गतिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है। अतः

पिण्ड की स्थितिज ऊर्जा = पिण्ड की सम्पूर्ण ऊर्जा − गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 a^2 - \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2 - y^2)$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 y^2$$

पिण्ड की अधिकतम स्थितिज ऊर्जा $y = a$ पर होती है।

अतः अधिकतम स्थितिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} m\omega^2 a^2$ ... (iii)

जो कि पिण्ड की सम्पूर्ण ऊर्जा के तुल्य है।

इस प्रकार अधिकतम विस्थापन की स्थिति में पिण्ड की समस्त ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है।

YADAVRK100%

§ 1.29 मुक्त, अवमन्दित तथा प्रणोदित दोलन (Free, Damped and Forced Oscillations)

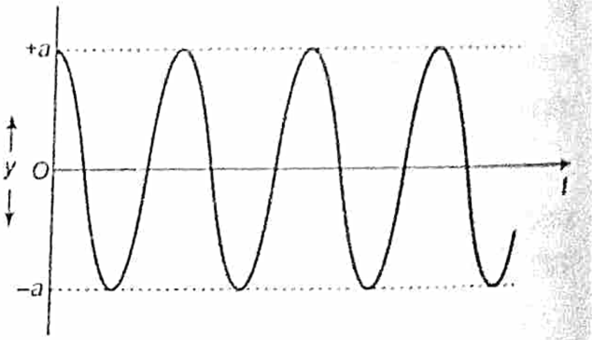
यदि किसी ऐसी वस्तु को, जो दोलन कर सकती है, साम्य (equilibrium) स्थिति से कुछ विस्थापित कर दिया जाये तब विस्थापन बल हटाने पर वह एक निश्चित आवृत्ति से दोलन करने लगती है। दोलन की आवृत्ति वस्तु के गुणों अर्थात् उसके आकार, प्रत्यास्थता (elasticity) आदि पर निर्भर करती है।

1.29.1 मुक्त दोलन (Free Oscillation)

किसी कम्पन कर सकने वाली वस्तु में होने वाले वे कम्पन जो केवल वस्तु के आन्तरिक बल (प्रत्यानयन बल) के कारण होते हैं तथा जिन पर कोई भी बाह्य बल (घर्षण बल अथवा कोई अन्य) अपना प्रभाव नहीं डालता है, वस्तु के मुक्त कम्पन कहलाते हैं। इनके आवर्तकाल को मुक्त आवर्तकाल तथा इनकी आवृत्ति को वस्तु के कम्पन की स्वाभाविक आवृत्ति कहते है।

"An oscillation without help of any external force with its own natural frequency is called free oscillation."

आदर्श रूप से मुक्त कम्पन करने वाली वस्तु का आयाम नियत रहता है। अर्थात् वस्तु की ऊर्जा में कोई ह्रास नहीं होता है और वह नियत समय तक नियत आयाम के कम्पन करती रहती है, (चित्र 1.29) व्यवहार में ये मुक्त कम्पन सम्भव नहीं है। आदर्श रूप के मुक्त कम्पनों के उदाहरण, निर्वात में स्वरित्र अथवा सरल लोलक के कम्पन, पदार्थ के भीतर परमाणुओं का कम्पन आदि। मुक्त कम्पनों में किसी क्षण वस्तु पर लगने वाला प्रत्यानयन बल साम्य स्थिति से वस्तु के विस्थापन के समानुपाती होता है।



चित्र 1.29

एकांक विस्थापन की स्थिति में वस्तु पर लगने वाले प्रत्यानयन बल को वस्तु की कठोरता (stiffness of the body), S कहते हैं। यदि वस्तु का द्रव्यमान m हो, तो वस्तु के मुक्त कम्पन का आवर्तकाल,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{S}}$$

स्वाभाविक आवृत्ति, $$f_o = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{m}}$$

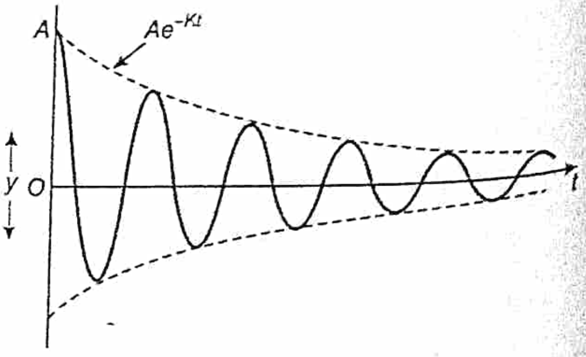
स्वाभाविक कोणीय आवृत्ति

$$\omega_o = 2\pi f_o = \sqrt{\frac{S}{m}}$$

अतः मुक्त कम्पन का आवर्तकाल तथा आवृत्ति केवल वस्तु के द्रव्यमान तथा कठोरता के अनुपात पर निर्भर करती है। द्रव्यमान के बढ़ने अथवा कठोरता के घटने पर, T का मान बढ़ जाता है तथा आवृत्ति घट जाती है।

1.29.2 अवमंदित दोलन (Damped Oscillation)

जब वस्तु के गतिशील भागों के बीच घर्षण हो अथवा वस्तु किसी माध्यम जैसे हवा, पानी आदि में गति (कम्पन) करती है, तो वस्तु की गति के विरुद्ध कोई अवरोधी अथवा घर्षण बल कार्य करता है। फलतः वस्तु की ऊर्जा का कुछ भाग घर्षण के विरुद्ध खर्च हो जाता है, जो वस्तु में अथवा माध्यम में स्थापित तरंगों द्वारा माध्यम में विकरित (radiate) हो जाता है। इन दोनों प्रकार की ऊर्जा ह्रासों के प्रभाव के कारण वस्तु को प्रारम्भिक विस्थापन में दी गयी ऊर्जा धीरे-धीरे लागतार क्षय होती रहती है, फलस्वरूप वस्तु



चित्र 1.30

YADAVRK100%

के कम्पन का आयाम धीरे-धीरे कम होता जाता है तथा अन्त में शून्य हो जाता है अर्थात् वस्तु कम्पन करना बन्द कर देती है, चित्र 1.30।

कम्पन करने वाली वस्तु के कम्पन आयाम में होने वाले इस क्षय को अवमंदन (damping) कहते हैं। अवमंदन की उपस्थिति में होने वाले इन कम्पनों को अवमन्दित कम्पन कहते हैं।

"Those simple harmonic motions, in which amplitude continuously decreases, are called damped oscillations."

किसी वस्तु द्वारा किये गये कम्पन, वास्तव में वस्तु के अवमन्दित मुक्त कम्पन ही होते हैं। कम्पन करने वाली वस्तु का वेग $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ कम होने की स्थिति में माध्यम द्वारा वस्तु पर लगाया गया बल अवमंदन बल $\left(= r\frac{dy}{dt}\right)$ वस्तु के वेग के समानुपाती होता है, r को अवमन्दन नियतांक (damping constant) कहते हैं। अवमन्दित कम्पन करते हुए वस्तु की गति का समीकरण निम्नलिखित है—

$$m\frac{dv}{dt} = -sy - rv$$

अथवा $$m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + sy = 0 \qquad \left(\because\ v = \frac{dy}{dt}\right)$$

अवमन्दन के कम मान के लिए इसी समीकरण का निम्न हल* प्राप्त होता है—

$$y = ae^{-kt}\sin(\omega_d t + \phi),$$

जहाँ $k = \frac{r}{2m}$, a तथा ϕ कोई नियतांक है।

तथा $$\omega_d = \sqrt{\omega_o^2 - k^2}$$

अत: वस्तु के कम्पनों के अवमन्दन के निम्न दो प्रभाव होते हैं—

(1) आयाम में हानि (Loss in amplitude)—कम्पन का आयाम नियत नहीं रहता है तथा क्षय पद e^{-kt} के कारण समय t के बढ़ने पर निरन्तर घटता रहता है और अन्तत: शून्य हो जाता है या कम्पन समाप्त हो जाते हैं।

(2) आवृत्ति में कमी (Fall of frequency)—वस्तु की कोणीय आवृत्ति ω_o से घट कर ω_d रह जाती है तथा $\omega_d = \sqrt{\omega_o^2 - k^2}$, r के कम मान के लिए $\left(k = \frac{r}{2m}\right)$ का मान भी कम होता है तब $\omega_d \approx \omega_o = \sqrt{\frac{s}{m}}$ (अवमन्दन की

---

* $$m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + sy = 0$$

or $$mD^2y + rDy + sy = 0 \quad \text{or} \quad (mD^2 + rD + s)y = 0$$

$\because$ Auxiliary equation

Put $D \to M$

So, $$mM^2 + rM + s = 0$$

Now, $$M = \frac{-r \pm \sqrt{r^2 - 4ms}}{2m} = -\frac{r}{2m} \pm \frac{\sqrt{r^2 - 4ms}}{2m} = -\frac{r}{2m} \pm \sqrt{-1\left(\frac{4ms}{4m^2} - \frac{r^2}{4m^2}\right)}$$

$$= -\frac{r}{2m} \pm i\sqrt{\frac{s}{m} - k^2}$$

So, $$M = -k \pm i\omega_d \text{ (Complementary solution)}$$

$$y = e^{-kt}(c_1 \cos\omega_d t + c_2 \sin\omega_d t) = e^{-kt}(a\sin\phi\cos\omega_d t + a\sin\omega_d t.\cos\phi)$$

$$y = ae^{-kt}\sin(\omega_d t + \phi)$$

where ϕ and a are constants, $k = \frac{r}{2m}$ and $w_d = \sqrt{w_0^2 - k^2}$

अनुपस्थिति में वस्तु की स्वाभाविक कोणीय आवृत्ति)। इस स्थिति में अवमन्दन का कोई प्रभाव वस्तु की स्वभाविक आवृत्ति पर नहीं होता है, परन्तु कम्पन के आयाम पर होता है।

अवमन्दित मुक्त कम्पनों के उदाहरण निम्न हैं—

स्वरित्र द्विभुज के कम्पन, सरल लोलक के कम्पन, स्वरमापी (sonometer) के तार के कम्पन, हारमोनियम के रीड कम्पन, तन्तु के कम्पन, धारामापी (galvanometer) के कम्पन आदि।

1.29.3 प्रणोदित दोलन (Forced Oscillation)

यदि किसी वस्तु को आवेग देकर विस्थापित करने के बजाय, वस्तु पर कोई ऐसा बाह्य आवर्त बल (external periodic force) लगाया जाये जिसका आवर्तकाल (अथवा आवृत्ति) वस्तु की स्वभाविक आवर्तकाल (अथवा आवृत्ति) से भिन्न हो, तो बल वस्तु को आवर्ती आवेग (periodic impulse) देता है। इस प्रकार वस्तु को ऊर्जा प्राप्त होने लगती है जो वस्तु द्वारा दोलन के दौरान अवमन्दन बलों के विरुद्ध किये गये कार्य में हुई ऊर्जा की क्षति की पूर्ति करती है। इसका प्रभाव यह होता है कि वस्तु सतत् दोलन करने लगती है। प्रारम्भ में वस्तु अपने स्वभाविक आवृत्ति से ही कम्पन करती है जबकि वस्तु पर आरोपित बाह्य आवर्त बल इस वस्तु पर अपनी आवृत्ति आरोपित करने का प्रयास करता है, परन्तु शीघ्र ही वस्तु के स्वभाविक आवृत्ति (मुक्त) के दोलन समाप्त हो जाते हैं और तब वस्तु आरोपित बल की आवृत्ति से नियत आयाम तथा कलान्तर के दोलन करती है, इन दोलनों को ही प्रणोदित दोलन कहते हैं। बाह्य आवर्त बल को प्रेरक (driver), प्रणोदित दोलन करने वाली वस्तु को प्रेरित (driven) तथा वस्तु पर आरोपित आवृत्ति को प्रणोदित आवृत्ति (forcing frequency) कहते हैं। अतः **किसी बाह्य आवर्त बल के अन्तर्गत, वस्तु द्वारा आवर्त बल की आवृत्ति से किये गये नियत आयाम तथा कलान्तर के दोलनों को प्रणोदित दोलन कहते हैं।**

"When a body does not oscillate with its own natural frequency but oscillates with the frequency of some external force, then this type of oscillation is called forced oscillation."

आरोपित बाह्य आवर्ती बल F को निम्न समीकरण से प्रदर्शित करते हैं—

$$F = F_o \sin \omega t,$$

जहाँ F = बाह्य आवर्ती बल का तात्क्षणिक मान

F_o = उच्चतम मान है।

§ 1.30 अनुनाद (Resonance)

वस्तुओं में प्रणोदित दोलन (forced oscillations) बाह्य आवर्त बल (external periodic force) के अन्तर्गत उत्पन्न होते हैं तथा इन दोलनों की आवृत्ति बाह्य बल की आवृत्ति के तुल्य होती है, वस्तु के प्राकृतिक दोलन की आवृत्ति के तुल्य नहीं। परन्तु वस्तु की अनुक्रिया (response) प्रणोदित तथा प्राकृतिक आवृत्ति के सम्बन्ध पर निर्भर करती है।

यदि बाह्य बल की आवृत्ति, वस्तु की स्वाभाविक आवृत्ति के ही बराबर हो अथवा उसकी पूर्ण गुणज (integral multiple) हो तब वस्तु के प्रणोदित (forced) दोलनों का आयाम बहुत अधिक हो जाता है। इसी क्रिया को अनुनाद (resonance) कहते हैं।

• **पोषित कम्पन (Maintained Vibrations)**

यदि अवमन्दित कम्पन में वस्तु को किसी ऊर्जा स्रोत (अर्थात् बल) द्वारा उतनी ऊर्जा दे दी जाये जितनी उस वस्तु द्वारा एक कम्पन में अवमन्दन बल के विरुद्ध व्यय की जाती है तो वस्तु को दी गयी प्रारम्भिक ऊर्जा में कोई ह्रास नहीं होता है तथा वस्तु नियत आयाम के कम्पन उस समय तक करती रहती है जब तक उसे ऊर्जा दी जाती रहती है। इस प्रकार वस्तु के मुक्त (अवमन्दित) कम्पनों को पोषित कम्पन कहते हैं। पोषित कम्पन उस समय तक ही होते हैं जब तक वस्तु को ऊर्जा देते रहते हैं। ऊर्जा देना बन्द कर देने पर वस्तु के कम्पन अवमन्दित कम्पन होने के कारण तथा ऊर्जा ह्रास के कारण कम्पन का आयाम निरन्तर घटता रहता है और अन्त में शून्य हो जाने पर कम्पन समाप्त हो जाता है। यहाँ उल्लेखनीय है कि पोषित कम्पनों में वस्तु को ऊर्जा प्रदान करने वाला बाह्य बल एक नियत तथा अनावर्ती बल (constant and non-periodic force) होता है। इस बल तथा वस्तु का सम्पर्क सतत् न होकर केवल नियमित समयान्तरालों (regular intervals) पर ही होता है, अर्थात् प्रत्येक कम्पन में वस्तु का बल से सम्पर्क केवल एक क्षण के लिए होता है और बल उसी क्षण वस्तु को ऊर्जा प्रदान कर देता है। वैद्युत पोषित स्वरित्र द्विभुज, गायक ज्वाला (singing flame) तथा रिजके ट्यूब (Rijke tube) आदि के कम्पन पोषित कम्पन ही हैं।

"If the frequency of the external periodic force acting on a body becomes equal to the natural frequency or its integral multiple of the body, then there is a sudden increase in the amplitude of oscillations. This phenomenon is called resonance."

माना पिण्ड की स्वाभाविक आवृत्ति n_F तथा बाह्य बल की आवृत्ति n_E हो एवं पिण्ड पर, आरोपित आवर्ती बाह्य बल का आयाम F_o हो, तो दोलनों का आयाम,

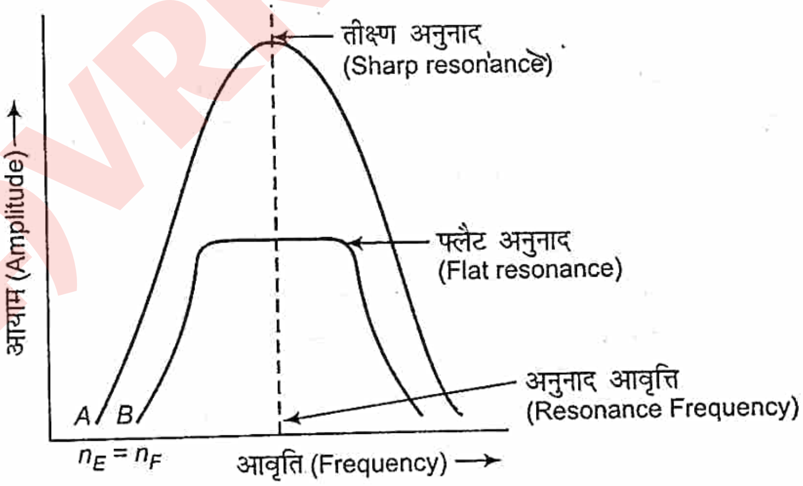
$$a = \frac{F_o}{4\pi^2 m\,(n_E^2 - n_F^2)}$$

अनुनाद की अवस्था में बाह्य आरोपित बल सदैव वस्तु के दोलन की कला (in phase with the oscillations) में होता है। अत: आवर्त बल द्वारा वस्तु को दिये गये आवेग (successive impulses) के प्रभाव से दोलनों का आयाम लगातार बढ़ता जाता है, परन्तु आयामं में वृद्धि के साथ घर्षण प्रतिरोध (वायु तथा अन्य माध्यम के कारण) भी बढ़ता जाता है जिससे वस्तु की ऊर्जा का क्षय भी बढ़ता जाता है। अन्त में एक ऐसी अवस्था आती है जब बाह्य बल द्वारा प्रणाली को दी गयी ऊर्जा, वस्तु द्वारा क्षय ऊर्जा के बराबर होती है। यह सन्तुलन की स्थिति होती है तथा आयाम के बहुत अधिक बड़ा (excessively large) होने से पूर्व ही आ जाती है।

यदि प्रणाली द्वारा ऊर्जा का बिल्कुल भी क्षय न हो तब आयाम अनन्त हो जायेगा जो कि सम्भव नहीं है।

1.30.1 अनुनाद की तीक्ष्णता (Sharpness of Resonance)

यदि बाह्य बल की आवृत्ति को वस्तु की दोलन की प्राकृतिक आवृत्ति से थोड़ा-सा (slightly) कम या अधिक करने से दोलनों के आयाम में बहुत अधिक कमी हो जाये तब यह तीक्ष्ण अनुनाद (sharp resonance) कहलाता है, वक्र रेखा A (चित्र 1.31)। इसके विपरीत यदि आयाम में साधारण-सी कमी आये तब यह फ्लैट अनुनाद (Flat resonance) कहलाता है वक्र रेखा B, (चित्र 1.31)।



चित्र 1.31

"In the case of resonance, natural frequency of vibration of a body (n_E) happens to be equal to the frequency of external periodic force (n_F). If 'n_E' is slightly increased or decreased and we observe a sudden drop in the amplitudes of vibration, then this quality is defined as the sharpness of resonance."

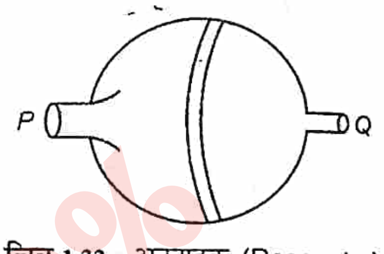
अनुनाद के उदाहरण (Examples of Resonance)

(1) ध्वनि अनुनाद (Sound Resonance)—यदि एक कम्पन करते हुए ट्यूनिंग फार्क को किसी खोखले बक्से पर खड़ा कर दें जिसमें बन्द वायु के आयतन की स्वाभाविक आवृत्ति, ट्यूनिंग फार्क की मूल आवृत्ति के बराबर हो, तब ध्वनि बहुत तीव्र प्रतीत होती है।

तारयुक्त वाद्ययन्त्रों में अनुनाद के सिद्धान्त पर उत्पन्न ध्वनि की तीव्रता बढ़ाई जाती है। उदाहरणत: वायलिन, सितार आदि वाद्ययन्त्रों में अनेक तार परस्पर समीप लगे रहते हैं। ये तार विभिन्न आवृत्तियों के लिए ट्यून्ड होते हैं। जब कोई प्रधान तार बजाया जाता है तब उसी आवृत्ति वाला समीप का तार स्वयं कम्पन करने लगता है तथा अनुनादित हो जाता है जिससे ध्वनि की तीव्रता बढ़ती है।

(2) मैकेनिकल अनुनाद (Mechanical Resonance)—सैनिकों द्वारा किसी पुल को पार करते समय पुल पर कदम से कदम मिलाकर मार्च नहीं किया जाता है क्योंकि, यदि सैनिकों के मार्च करने की आवृत्ति पुल की स्वाभाविक आवृत्ति (natural frequency) के तुल्य हो जायेगी तब पुल में अधिक आयाम के कम्पन उत्पन्न हो जायेंगे जिससे पुल टूट सकता है।

(3) अनुनादक (Resonator)—यह धातु का बना एक खोखला गोला होता है जिस पर एक छोटी नली व एक छोटा छेद होता है। नली से ध्वनि तरंगों को प्रवेश कराया जाता है जबकि छेद से सुना जाता है। गोले के भीतर की वायु की एक निश्चित आवृत्ति होती है जो गोले की आवृत्ति पर निर्भर करती है। जब किसी ध्वनि तरंग की आवृत्ति गोले की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर हो जाती है तब अनुनाद के कारण तेज ध्वनि सुनाई पड़ती है। इस प्रकार किसी ध्वनि तरंग की आवृत्ति ज्ञात की जा सकती है। सामान्यतः गोले पर उसकी स्वाभाविक आवृत्ति लिखी रहती है, (चित्र 1.32)।



चित्र 1.32 : अनुनादक (Resonator)

§ 1.31 *Q*-गुणांक (Quality Factor)

प्रणोदित दोलनों में अवमन्दन बलों के कारण क्षय ऊर्जा की पूर्ति बाह्य बल द्वारा किये गये कार्य से होती है। Q-गुणांक, किसी अवमन्दित प्रणाली की दक्षता की माप है। Q का मान प्रणाली को प्रत्येक कम्पन में बाह्य बल द्वारा प्रदान की गयी ऊर्जा एवं प्रत्येक कम्पन में क्षय ऊर्जा के अनुपात के समानुपाती होता है, अर्थात्—

$$Q = 2\pi\,\frac{\text{दोलित्र में एक कम्पन में संचित ऊर्जा}}{\text{एक कम्पन में क्षय ऊर्जा}}$$

Q-गुणांक को स्टोरेज-गुणांक (storage factor) भी कहते हैं। अवमन्दन कम होने पर Q-गुणांक का मान बढ़ता है। यदि दोलित्र में कोई ऊर्जा क्षय न हो तब Q का मान अनन्त होता है तथा वह मुक्त दोलित्र (free oscillator) के समान कम्पन करता है, परन्तु यह स्थिति प्राप्त करना सम्भव नहीं है। यह एक विमाहीन राशि है।

साधित आंकिक उदाहरण (Solved Numerical Examples)

उदाहरण 8 : सरल आवर्त गति करती हुई किसी वस्तु का आवर्तकाल 12 सेकण्ड तथा आयाम 8 cm है। एक सिरे से 3 cm की दूरी तय करने में कितना समय लगेगा?

(UPBTE 1984)

हल—सरल आवर्त गति कर रहे कण का विस्थापन समीकरण

$$y = a\sin\omega t \qquad \text{... (i)}$$

प्रश्नानुसार, कण का आयाम 8 सेमी है, अतः जब कण एक सिरे से 3 सेमी पर होगा तब मध्यमान स्थिति से उसकी दूरी $y = 8 - 3 = 5$ सेमी होगी। मध्यमान स्थिति से 5 सेमी दूरी तय करने में लगा समय समीकरण (1) से ज्ञात किया जा सकता है।

समीकरण (1) से,

$$y = a\sin\omega t$$

या $$y = a\sin\frac{2\pi}{T}.t \qquad \left[\because\ \omega = \frac{2\pi}{T}\right]$$

या $$5 = 8\sin\frac{2\pi}{12}t$$

या $$\frac{5}{8} = \sin\left(\frac{\pi}{6}.t\right) \qquad [y, a, T \text{ के मान रखने पर}]$$

या $$\frac{\pi}{6}.t = \sin^{-1}\left(\frac{5}{8}\right) = 38°41'$$

YADAVRK100%

$$= 38 \cdot 7^\circ$$

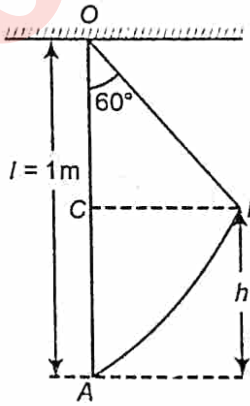
$$\therefore \quad t = \frac{38 \cdot 7^\circ}{30^\circ} = 1 \cdot 29 \text{ सेकण्ड}$$

चूँकि गति करने वाली वस्तु का आवर्तकाल 12 सेकण्ड है, अत: मध्यमान स्थिति से एक तरफ जाने का समय 3 सेकण्ड होगा। इसलिए एक सिरे से 3 सेमी दूरी तय करने में लगा समय

$$= 3 - 1 \cdot 29 = \mathbf{1 \cdot 71 \text{ सेकण्ड}}$$

उदाहरण 9 : 1 मीटर लम्बा एक सरल लोलक है। उसके गोलक को 60° द्वारा विक्षेपित किया गया। अब गोलक को छोड़ दिया गया। जब रस्सी ऊर्ध्वाधर दिशा से गुजर रही हो, उस समय गोलक का वेग ज्ञात कीजिए। ($g = 9 \cdot 80 \text{ m/sec}^2$) (UPBTE 1999)

हल—चित्रानुसार,



$$\frac{OC}{OB} = \cos 60^\circ$$

$$\therefore \quad OC = OB \cos 60^\circ$$

या $$OC = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

$$h = OA - OC = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \text{ m}$$

B पर स्थितिज ऊर्जा $= mgh$

तथा A पर गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore$ B की स्थितिज ऊर्जा ही A पर गतिज ऊर्जा में परिवर्तित होती है।

अत: $$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

या $$\frac{1}{2}v^2 = gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \times 9 \cdot 8 \times \frac{1}{2}}$$

$$\mathbf{v = 3 \cdot 13 \text{ m/s}}$$

उदाहरण 10 : सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड का अवर्तकाल 0.25 सेकण्ड है। यदि आयाम 4 सेमी हो तो पिण्ड का अधिकतम वेग तथा त्वरण ज्ञात करो।

हल—प्रश्नानुसार, $T = 0 \cdot 25$ सेकण्ड

$$\therefore \quad n = \frac{1}{0 \cdot 25} = 4$$

तथा $a = 4$ सेमी

$\therefore$ अधिकतम वेग, $$v_{max} = a\omega = a\,(2\pi n)$$

$$= 4 \times (2 \times \pi \times 4)$$

$$= 100 \cdot 53 \text{ cm/s}$$

अधिकतम त्वरण, $\alpha_{max} = a\omega^2 = a\,(2\pi n)^2$ ($\because$ अधिकतम त्वरण, $\alpha = a\omega^2$)

YADAVRK100%

$$= 4 \times (2 \times \pi \times 4)^2$$

$$= 2526 \cdot 62 \, cm / s^2$$

उदाहरण 11 : सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का साम्य स्थिति से 3 cm दूरी पर त्वरण $12 cm / s^2$ है। इसका आवर्तकाल ज्ञात करो। **(UPBTE 1995)**

हल—यदि S.H.M. कर रहे किसी कण का, किसी क्षण साम्य स्थिति से विस्थापन y हो, तो कण का त्वरण

$$a = \omega^2 y$$

यहाँ $a = 12 \text{ cm}/s^2$ तथा $y = 3$ cm

∴ $12 \, cm / s^2 = \omega^2 . 3 \, cm$

या $\omega^2 = \frac{12}{3} = 4 \, s^{-2}$

अतः आवर्तकाल, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3 \cdot 14}{2} = 3 \cdot 14 s$

उदाहरण 12 : 0 · 80 kg का एक पिण्ड सरल आवर्त गति कर रहा है। इसका आवर्तकाल 0 · 2 सेकण्ड तथा आयाम 15 cm है। पिण्ड का त्वरण तथा बल ज्ञात कीजिए जबकि वह माध्य स्थिति से 5 सेमी दूर हो।

हल—हम जानते हैं कि

$$\text{त्वरण} = -\omega^2 \times (\text{विस्थापन})$$

$$= \left[\frac{2\pi}{T}\right]^2 \times (\text{विस्थापन})$$

$$= \frac{4\pi^2}{T^2} \times (\text{विस्थापन})$$

$$= \frac{4\pi^2}{(0 \cdot 2)^2} \times \frac{5}{100}$$

$$= 49 \cdot 35 \, m / s^2$$

अतः पिण्ड पर बल, $F = ma$

$$= 0 \cdot 80 \times 49 \cdot 35$$

$$= 39 \cdot 5 \, N$$

उदाहरण 13 : एक कण 0 · 08 मीटर के आयाम से सरल आवर्त गति में कम्पन कर रहा है। इसके सन्तुलन की स्थिति से कितने विस्थापन पर इसकी स्थितिज ऊर्जा इसकी सम्पूर्ण ऊर्जा की आधी होगी? **(UPBTE 1999)**

हल—सरल आवर्त गति में स्थितिज ऊर्जा,

$$\text{P.E.} = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2,$$ जहाँ y विस्थापन है।

सरल आवर्त गति कर रहे कण की सम्पूर्ण ऊर्जा,

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2,$$ जहाँ a = आयाम

प्रश्नानुसार, कण के संतुलन की स्थिति में,

$$\text{P.E.} = \frac{1}{2} E$$

उदाहरण 16 : सरल आवर्त गति करने वाले एक पिण्ड का आवर्तकाल दो सेकण्ड है। कितने समय पश्चात् $t=0$ समय से इसका विस्थापन इसके आयाम का आधा हो जाएगा? **(UPBTE 2001)**

हल—प्रश्नानुसार, सरल आवर्त गति (S.H.M.) में विस्थापन y का समीकरण,

$$y = a\sin(\omega t + \phi)$$

यदि विस्थापन $t=0$ पर शून्य है, जैसा कि दिया है, तब

$$0 = a\sin\phi \quad \text{या} \quad \phi = 0$$

इसलिए $$y = a\sin\omega t$$

या $$y = a\sin\frac{2\pi t}{T} \qquad \left[\because \omega = \frac{2\pi}{T}\right] \quad ...(i)$$

माना $t=0$ से t' समय बाद विस्थापन आयाम का आधा है

तब, $$y = \frac{a}{2} \text{ तथा } t = t'$$

y तथा t के मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\frac{a}{2} = a\sin\frac{2\pi t'}{T} \quad \text{या} \quad \frac{\sin 2\pi t'}{T} = \frac{1}{2}$$

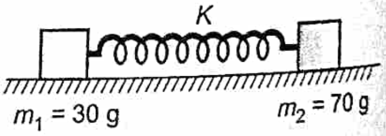
दिया है : $T = 2$ $$\frac{\sin 2\pi t'}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{या} \quad \sin\pi t' = \frac{1}{2} \quad \text{या} \quad \pi t' = 30^\circ$$

$$t' = \frac{1}{6}\text{ s}$$

उदाहरण 17 : 2×10^3 N/m नियतांक वाली स्प्रिंग के सिरों पर क्रमशः 30 g और 70 g के द्रव्यमान जुड़े हैं, उनके दोलन की आवृत्ति ज्ञात कीजिए। **(UPBTE 2005)**

हल—दिया है :

स्प्रिंग का बल नियतांक



$$k = 2\times10^3 \text{ N/m}$$
$$m_1 = 30\text{ g} = 0\cdot03\text{ kg}$$
$$m_2 = 70\text{ g} = 0\cdot07\text{ kg.}$$

चूँकि निकाय समान्तर क्रम में है, अतः यदि निकाय का नेट द्रव्यमान m_0 हो, तो

$$m_0 = \frac{m_1\times m_2}{m_1+m_2} = \frac{0\cdot03\times0\cdot07}{0\cdot03+0\cdot07} \qquad \left[\because \frac{1}{m_0} = \frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right]$$

या $$m_0 = 21\times10^{-3}\text{ kg.}$$

दोलन की नयी आवृत्ति

$$n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_0}}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\times\sqrt{\frac{2\times10^3}{21\times10^{-3}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2}{21}\times10^6}$$

$$= \frac{0\cdot308\times10^3}{2\pi} = 49 \text{ दोलन प्रति सेकण्ड}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 18 : सरल आवर्त गति (S.H.M.) करते हुए कण की स्थितिज ऊर्जा उसकी गतिज ऊर्जा की दोगुनी है। माध्य स्थिति से कण का विस्थापन क्या है? (UPBTE 2007)

हल—माना कण का माध्य स्थिति से सरल आवर्त गति (S.H.M.) करते हुए विस्थापन 'y' है। इस स्थिति में स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

तथा गतिज ऊर्जा (K.E.)

$$k = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$$

लेकिन प्रश्नानुसार दिया है, $U = 2K$

तब, $$\frac{1}{2}m\omega^2 y^2 = 2\times\frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$$

या $$\frac{1}{2}\omega^2 y^2 = \omega^2(a^2 - y^2)$$

या $$y^2 = 2a^2 - 2y^2$$

या $$y = \pm a\sqrt{2/3}$$

अतः माध्य स्थिति से किसी भी ओर विस्थापन

$$= \sqrt{2/3} \times \text{आयाम}$$

उदाहरण 19 : सरल आवर्त गति की क्या विशेषताएँ हैं? एक ऊर्ध्वाधर लटकी स्प्रिंग के निचले सिरे पर बंधे 0·20 kg द्रव्यमान से उसमें 5 mm का खिंचाव उत्पन्न हो जाता है। यदि द्रव्यमान को ऊर्ध्वाधर दोलित कराया जाये तो इसका दोलनकाल ज्ञात करो। ($g = 10\ m/s^2$) (UPBTE 2008)

हल—सरल आवर्त गति की विशेषताएँ—सरल आवर्त गति में निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं—

(i) यह एक सीधी रेखा में इधर-उधर दोनों ओर आवर्त गति करती है।

(ii) त्वरण, हमेशा उस रेखा में एक नियत माध्य बिन्दु (Fixed Point) की ओर निर्देशित करता है।

(iii) त्वरण, हमेशा विस्थापन की दिशा के विपरीत तथा उस बिन्दु से विस्थापन के समानुपाती (proportional) होता है।

प्रश्नानुसार, दिया है :

$$m = 0{\cdot}20\ \text{kg} \qquad y = 5\ \text{mm} = 5\times10^{-3}\ \text{m}$$

सूत्र के अनुसार,

$$F = -ky \quad \text{या} \quad k = \frac{-F}{y} = -\frac{mg}{y} = \frac{0{\cdot}20\times10}{5\times10^{-3}} = 400\ \text{N/m}^2$$

दोलित द्रव्यमान का दोलनकाल (periodic time),

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{0{\cdot}20}{400}} = 0{\cdot}14\ \text{s}$$

$\therefore$ $$\mathbf{T = 0{\cdot}14\ s}$$

उदाहरण 20 : सरल आवर्त गति (SHM) से आप क्या समझते हैं? t समय पर एक कण का विस्थापन $y = 0{\cdot}2 \sin 10\,\pi t$ है, जहाँ y सेमी में तथा t सेकण्ड में है। दर्शाइये कि कण की गति सरल आवर्त गति है। $t = 0{\cdot}5$ सेकण्ड पर इसका वेग ज्ञात कीजिए। **(UPBTE 2011)**

हल—प्रश्नानुसार, दूसरे भाग में दिया है :

$$y = 0{\cdot}2 \sin 10\pi t$$

चूँकि सरल आवर्त गति करने वाले कण का मानक समीकरण $y = a \sin \omega t$ होता है। यदि दिये हुए समीकरण की तुलना मानक समीकरण से की जाए तो $y = 0{\cdot}2 \sin 10\,\pi t$ मानक समीकरण के समतुल्य है, इसलिए कण की गति सरल आवर्त गति है. समीकरणों की तुलना करने पर,

$\omega = 10\pi$ cm/s, $a = 0{\cdot}2$ cm तथा $t = 0{\cdot}5$ सेकण्ड

$t = 0{\cdot}5$ रखने पर, $y = 0{\cdot}2 \sin 10\,\pi \times 0{\cdot}5 = 0{\cdot}2 \sin 5\,\pi$

या

$$y = 0{\cdot}2 \sin 5\,\pi \qquad \ldots(1)$$

समीकरण (1) में $a = 0{\cdot}2$ cm, $\omega = 5\,\pi$

लेकिन

$$\text{अधिकतम गति} = \pm\, a\omega = \pm\, 0{\cdot}2 \times 5\,\pi = \pm\,\pi \text{ cm/s}$$

कण का अधिकतम वेग = $\pm\,\pi$ या 3·14 cm/s

ध्वनिकी (Acoustics)

§ 1.32 परिचय (Introduction)

ध्वनि एक प्रकार की ऊर्जा है, जो द्रव्य में तरंगों के रूप में उत्पन्न होती है एवं संचरित होती है। सभी कम्पनशील वस्तुएँ ध्वनि उत्पन्न करती हैं। प्रत्येक वस्तु द्वारा उत्पन्न ध्वनि की प्रकृति अलग होती है, क्योंकि यह उत्पादक स्रोत के कम्पन की आवृत्ति पर निर्भर करती है।

किसी खुले स्थान पर खड़े होकर वार्तालाप करने पर ध्वनि में गूंज नहीं होती है, परन्तु किसी बड़े हॉल में वार्तालाप करने पर गूंज उत्पन्न होती है। यह गूंज, ध्वनि के उत्पन्न होने के कुछ समय पश्चात् तक सुनायी देती है। यह गूंज, व्यवधान उत्पन्न करती है और इस कारण से वार्तालाप स्पष्ट रूप से समझ में नहीं आ पाता है। इसलिए आजकल वास्तुविद् (Architect) सिनेमा हॉलों, सभागारों (auditorium) आदि की डिजाइन करते समय विभिन्न अभियांत्रिक पहलुओं के साथ-साथ ध्वनि के अभिलक्षणों एवं उनके परिणामी प्रभावों के बारे में भी विचार करते हैं जिससे ध्वनि स्रोतों द्वारा उत्पन्न ध्वनियाँ बगैर किसी व्यवधान के कक्ष में कहीं भी बैठे श्रोता द्वारा स्पष्टत: तथा मधुरतम् रूप में सुनी जा सकें।

भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अन्तर्गत सार्वजनिक भवनों उदाहरणत: थियेटरों, सिनेमाहॉलों, व्याख्यान कक्षों, दर्शक कक्षों आदि में उत्पन्न ध्वनि एवं प्रभावों के बारे में अध्ययन किया जाता है, जिससे कि श्रोताओं को सर्वोत्तम श्रव्य ध्वनि (audible sound) मिल सके, ध्वनिकी कहलाती है।

"Acoustics deals with the study of sound and sound waves. The characteristic of a building, especially an auditorium, with regard to its ability to enable speech and music to be heard clearly within it."

§ 1.33 ध्वनि (Sound)

कान को जो कुछ सुनाई देता है उसे ध्वनि कहते हैं। ध्वनि ऊर्जा का वह स्वरूप है जिसका अनुभव हमें श्रवण इन्द्रिय के द्वारा होता है। A vibration in an elastic medium at a frequency and intensity that is capable of being heard by the human ear. जब कोई वस्तु कम्पन करती है, तो यान्त्रिक तरंगें उत्पन्न होती हैं, परन्तु प्रत्येक यांत्रिक तरंग से हमारे कानों को ध्वनि का अनुभव नहीं होता है। यांत्रिक तरंगों की निश्चित आवृत्ति परास 20 हर्ट्ज से 20 किलोहर्ट्ज तक की आवृत्ति के कम्पनों को ही हमारा कान सुन सकता है। इसे श्रवण सीमा (audible range) कहते हैं। ध्वनि का तात्पर्य यान्त्रिक तरंगों की इस आवृत्ति परास से ही है। सामान्यत: ध्वनि दो प्रकार की होती है—

(i) संगीतिक (सुस्वर) ध्वनि (Musical sound)
(ii) शोर (कोलाहल) (Noise)।

(i) संगीतिक (सुस्वर) ध्वनि (Musical Sound)—वह ध्वनि जो हमारे कानों को प्रिय, सुखद, मधुर, सुहावनी, मनोहर (pleasant) प्रतीत होती है, उसे संगीतिक ध्वनि कहते हैं। यह किसी वस्तु के एक निश्चित आवृत्ति के नियमित कम्पनों द्वारा उत्पन्न होती है। इसमें नियमित, निश्चित न्यून आवर्तकाल अथवा अधिक आवृत्ति के श्रेणीबद्ध संपीडन तथा विरलन होते हैं। इसमें आकस्मिक आयाम परिवर्तन नहीं होता है।

स्वरित्र द्विभुज, स्वरमापी, बांसुरी, वायलिन, तबला आदि द्वारा उत्पन्न ध्वनियाँ संगीतिक ध्वनियाँ हैं।

(ii) शोर (Noise)—वे ध्वनियाँ जो हमारे कानों को सुखद प्रतीत नहीं होती हैं बल्कि अप्रिय अर्थात् कर्कश प्रतीत होती हैं उन ध्वनियों को शोर कहते हैं। ये ध्वनियाँ वस्तुओं के अनियमित कम्पनों द्वारा उत्पन्न होती हैं। इनकी कोई निश्चित आवृत्ति नहीं होती है।

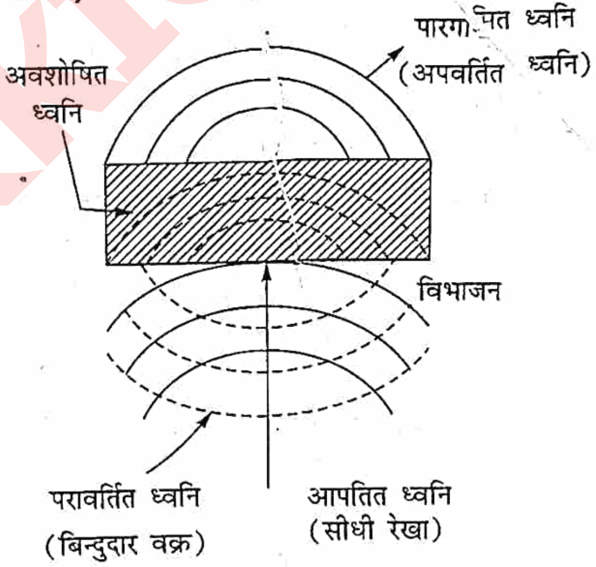
पत्तियों की खड़खड़ाहट, बंदूक से गोली छूटने पर उत्पन्न आवाज, वाहनों के हॉर्न का तेजी से बजना, बहुत से खेलते बच्चों द्वारा उत्पन्न ध्वनियाँ, आदि शोर हैं।

§ 1.34 ध्वनि का परावर्तन, अपवर्तन तथा अवशोषण (Reflection, Refraction and Absorption of Sound)

जब किसी सभागार (auditorium) में किसी स्रोत से ध्वनि उत्पन्न की जाती है तो यह चारों ओर फैल जाती है तथा कक्ष में स्थित विभिन्न धरातलों जैसे दीवारों, छत, फर्श आदि से टकराती हैं।

किसी धरातल पर आपतित होने वाली यह ध्वनि चित्र 1.33 के अनुसार तीन भागों में विभक्त हो जाती है—

(i) परावर्तित ध्वनि।
(ii) आवशोषित ध्वनि।
(iii) अपवर्तित ध्वनि अथवा पारगमित ध्वनि।



चित्र 1.33

(i) ध्वनि का परावर्तन (Reflection of Sound)—ध्वनि का वह भाग जो धरातल से टकराने के पश्चात् उसी माध्यम में परावर्तन के नियमों के अनुसार परावर्तित होता है परावर्तित ध्वनि कहलाता है। यदि कोई ध्वनि, जो बहुत कम समय के लिए उत्पन्न की गयी हो और श्रोता के पास $\frac{1}{10}$ सेकण्ड अथवा इससे अधिक समय बाद परावर्तित होकर पहुँचती है तब श्रोता को यह मूल ध्वनि की पुनरावृत्ति अथवा प्रतिध्वनि सुनाई देगी। प्रतिध्वनि उत्पन्न करने के लिए परावर्तक सतह ध्वनि स्रोत से कम से कम 16·5 मीटर की दूरी पर होना चाहिए।

परावर्तित तरंगों एवं आपतित तरंगों की कला में भी अन्तर होता है। यह भी सम्भव है कि परावर्तित तरंगें एवं आपतित तरंगें श्रोता को विपरीत कला में प्राप्त हों। ऐसी स्थिति में विनाशी व्यतिकरण (destructive interference) होगा तथा श्रोता को कोई ध्वनि सुनाई नहीं देगी। अत: यह आवश्यक है कि ध्वनि स्रोत, परावर्तन करने वाले तल एवं श्रोता की स्थिति ऐसी हो कि परावर्तित तरंगों एवं सीधी प्राप्त होने वाली तरंगों में विनाशी व्यतिकरण कम से कम हो।

(ii) अवशोषित ध्वनि (Absorbed sound)—ध्वनि का वह भाग जो किसी तल के पदार्थ के द्वारा अवशोषित कर लिया जाता है अवशोषित ध्वनि कहलाती है।

(iii) ध्वनि का अपवर्तन (Refraction of sound)—ध्वनि का वह भाग जो किसी तल को पार कर जाता है पारगमित अथवा अपवर्तित ध्वनि कहलाता है तथा इस क्रिया को ध्वनि का अपवर्तन कहते हैं।

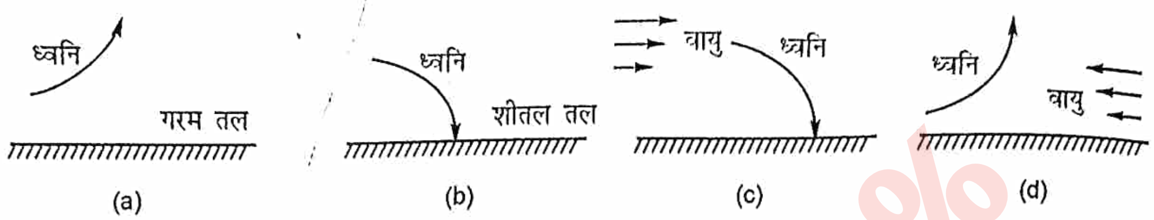
अपवर्तन एक माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम में ध्वनि की चाल में भिन्नता के कारण उत्पन्न होता है, ऐसा ध्वनि के गमन पथ का माध्यम बदलने पर होता है।

ध्वनि के अपवर्तन का प्रभाव

(1) अपवर्तन में ध्वनि की आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है।

(2) अपवर्तन में ध्वनि की तरंगदैर्घ्य परिवर्तित हो जाती है।

(3) ग्रीष्मकाल में ध्वनि बहुत दूर तक सुनाई नहीं देती है जैसा चित्र 1.34 (a) से स्पष्ट है।



चित्र 1.34

(4) शीतकाल अथवा रात्रि के शान्त वातावरण में दूर स्थित श्रोता तक ध्वनि पहुँच जाती है [चित्र 1.34 (b)]।

(5) वायु की दिशा में ध्वनि अधिक दूर तक जाती है, चित्र 1.34 (c)।

(6) वायु की दिशा के विपरीत ध्वनि अधिक दूर तक नहीं जाती है, चित्र 1.34 (d)।

§ 1.35 तरंगों की तीव्रता (I) (Intensity of Waves (I))

(i) किसी माध्यम में किसी स्थान पर तरंग संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से एकांक समय में गुजरने वाली ऊर्जा को उस स्थान पर तरंग की तीव्रता कहते हैं।

Amount of sound energy passing through any medium crossing unit area normal to their direction in unit time is called intensity of sound wave at that place, or it is equal to the average sound power in unit area.

माध्यम के किसी बिन्दु अथवा स्थान पर तरंग की तीव्रता

$$I = \frac{Q}{At} = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v = \frac{1}{2}\omega^2 a^2 \rho v \text{ वाट/मीटर}^2$$

यहाँ पर $Q = t$ सेकण्ड में माध्यम के क्षेत्रफल A से प्रवाहित ऊर्जा,

a = तरंग का आयाम,

v = तरंग चाल,

ρ = माध्यम का घनत्व,

n = तरंग की आवृत्ति,

तथा $\omega\ (=2\pi n)$ तरंग की कोणीय आवृत्ति है।

(ii) यदि तरंग (ध्वनि) संचरण में, माध्यम में होने वाले दाब परिवर्तन में दाब आयाम p_{max} तथा तरंग का संचरण नियतांक (propagation constant) $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ तथा माध्यम का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक (Bulk modulus) B हो, तो

$$p_{max} = B\,ak = \rho v^2 a \frac{\omega}{v} \qquad \because\ v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \therefore\ B = \rho v^2$$

$$= \rho v a \omega$$

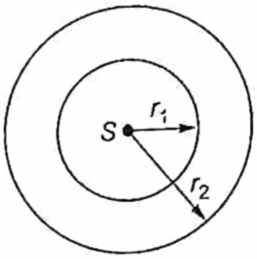
अतः ध्वनि तरंगों के लिए तथा $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$

$$I = \frac{(p^2_{max})}{2\rho v} \text{ वाट/मीटर}^2 \qquad ...(27)$$

अतः ध्वनि तरंगों की तीव्रता, दाब व आयाम पर निर्भर करती है।

"Intensity of sound energy depends upon pressure and amplitude."

(iii) P शक्ति के बिंदु स्रोत से r दूरी पर तीव्रता $I = \dfrac{P}{4\pi r^2}$ वाट/मीटर^2 तथा रेखीय स्रोत से r दूरी पर तीव्रता $I = \dfrac{P}{2\pi rL}$ वाट/मीटर^2 होती है, जहाँ L स्रोत की लम्बाई तथा r स्रोत से उस बिंदु की दूरी है जहाँ तीव्रता ज्ञात करनी होती है। यदि r_1 दूरी पर तीव्रता I_1 तथा r_2 दूरी पर तीव्रता I_2 हो, तो (चित्र 1.35) बिन्दु स्रोत के लिए



चित्र 1.35

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad ...(28)$$

तथा रेखीय स्रोत के लिये $\dfrac{I_1}{I_2} = \dfrac{r_2}{r_1}$ होते हैं। ...(29)

(iv) तीव्रता स्तर—ध्वनि की न्यूनतम तीव्रता I_o को जो सामान्य कानों द्वारा सुनी जा सकती है, श्रवण की देहली (Threshold of hearing) तीव्रता कहते हैं।

"Minimum audible intensity of sound is known as threshold of hearing."

$I_o = 10^{-12}$ वाट/मीटर^2 होता है। सामान्य मनुष्य 10^{-12} वाट/मीटर^2 से 1 वाट/मीटर^2 तक की ध्वनि तीव्रता को सुन सकता है। ध्वनि तीव्रता स्तर को डेसीबेल (decibel) में β से प्रदर्शित करते हैं तथा वेबर-फैचर नियम (Weber-Fechner law) के अनुसार,

$$\beta = \log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right] \text{ बेल}$$

या

$$\boldsymbol{\beta = 10\log_{10}\left[\frac{I}{I_0}\right]} \text{ डेसीबेल} \quad ...(30)$$

यहाँ $I_0 = 10^{-12}$ वाट/मीटर^2

यदि $I = 2I_0$

$$\beta = 10\log_{10}2 = 10 \times 0\cdot3010$$
$$= 3 \text{ डेसीबेल}$$

यदि $I = 10I_0$

$$\beta = 10\log_{10}10 = 10 \text{ डेसीबेल होती है।}$$

§ 1.36 संगीतिक ध्वनियों के अभिलक्षण (Characteristics of Musical Sound)

संगीतिक ध्वनियों के तीन अभिलक्षण होते हैं—

(1) प्रबलता (Loudness)

(2) तारत्व (Pitch)

(3) गुणता (Quality or Timbre)।

1.36.1 प्रबलता (Loudness)

प्रबलता ध्वनि का वह अभिलक्षण है जिसके कारण ध्वनि कान को धीमी अथवा तेज सुनाई पड़ती है।

The loundness of a sound is the magnitude of the sensation of sound produced in the observer's ear.

यह निम्न बातों पर निर्भर करती है—

(a) श्रोता की ध्वनि स्रोत से दूरी बढ़ने पर प्रबलता घटती है।

(b) ध्वनि तरंग के आयाम बढ़ने पर प्रबलता बढ़ती है।

(c) ध्वनि के स्रोत के आकार के बढ़ने से प्रबलता बढ़ती है। कम्पित वस्तु का आकार (Size of vibrating body) बड़ा होने पर ध्वनि प्रबल सुनाई पड़ती है।

(d) **माध्यम के घनत्व का प्रभाव** (Effect of density of medium)—ध्वनि की प्रबलता माध्यम के घनत्व के अनुक्रमानुपाती होती है। अधिक घनत्व वाले माध्यम में प्रबलता अधिक होती है तथा ध्वनि तेज सुनाई पड़ती है। वायु की अपेक्षा CO_2 का घनत्व अधिक होने के कारण CO_2 में ध्वनि वायु की अपेक्षा तेज सुनाई देती है।

(e) **माध्यम की गति पर**—वायु की गति की दिशा यदि ध्वनि के संचरण की दिशा में हो तो ध्वनि की प्रबलता बढ़ जाती है। यदि ध्वनि संचरण तथा वायु की गति की दिशा विपरीत हो, तो ध्वनि की प्रबलता घट जाती है।

(f) **कान की संवेदिता या सुग्राहिता** (Sensitivity)—भिन्न-भिन्न मनुष्यों के कानों की सुग्राहिता भिन्न-भिन्न होने के कारण एक ही तीव्रता की ध्वनि की प्रबलता भिन्न-भिन्न मनुष्यों को भिन्न-भिन्न प्रतीत होती है। कान की संवेदिता (Sensitivity) ध्वनि की आवृत्ति पर भी निर्भर करती है। अत: समान तीव्रता परंतु विभिन्न आवृत्तियों वाली ध्वनियाँ एक ही मनुष्य को भिन्न-भिन्न प्रबलताओं की प्रतीत होती है।

(g) ध्वनि की प्रबलता $\log I$ के अनुक्रमानुपाती होती है। अत: प्रबलता $L = K \log I$, नियतांक K को वेबर फैचर नियतांक कहते हैं।

1.36.2 तारत्व (Pitch)

तारत्व ध्वनि का वह अभिलक्षण है, जो गंभीर/भारी (grave) तथा तीक्ष्ण (shrill) ध्वनियों के बीच अन्तर स्पष्ट करता है।

"Pitch is the characteristic of a musical note by which the ear assigns to it a place in a musical scale."

तारत्व मुख्यत: ध्वनि की आवृत्ति पर, लेकिन कुछ ध्वनि की प्रबलता पर भी निर्भर करता है। यदि आवृत्ति अधिक है तो तारत्व भी अधिक होगा अर्थात् ध्वनि तीक्ष्ण होगी। यदि आवृत्ति कम है तो तारत्व कम तथा ध्वनि मोटी होगी। अत:

(i) तारत्व $\propto$ आवृत्ति

(ii) तारत्व एक मानसिक अनुभूति है जिसे केवल महसूस किया जाता है।

(iii) तारत्व एक मनोवैज्ञानिक राशि (physiological quantity) है, भौतिक राशि (physical quantity) नहीं।

(iv) तारत्व एक विमाहीन राशि है।

उदाहरणत: शेर की दहाड़ की आवृत्ति कम होती है। अत: तारत्व कम होता है, लेकिन मच्छर की भिनभिनाहट की आवृत्ति अधिक होती है, अत: तारत्व अधिक होता है।

सामान्यत: स्त्रियों तथा बच्चों की ध्वनि का तारत्व अधिक जबकि पुरुषों की ध्वनि का तारत्व कम होता है।

1.36.3 गुणता (Quality or Timbre)

ध्वनि का वह अभिलक्षण जो हमें समान तीव्रता तथा समान आवृत्ति की ध्वनियों में भेद कराता है, गुणता कहलाता है।

"The property by which we can distinguish between two sounds of the same pitch and loudness is called quality or timbre."

यदि हम दो विभिन्न वाद्य यंत्रों से समान आवृत्ति व समान तीव्रता की ध्वनियाँ उत्पन्न करें तो भी हमें दोनों ध्वनियों में कुछ अन्तर प्रतीत होता है तथा हम पहचान लेते हैं कि कौन सी ध्वनि किस वाद्य यंत्र की है।

इन ध्वनियों में उनमें उपस्थित गुण (quality) में अंतर होता है जो उसमें उपस्थित संनादियों (harmonics) पर निर्भर करता है। यदि संनादियों की संख्या अधिक है तो ध्वनि कानों को अधिक मधुर प्रतीत होती है तथा यदि यह कम है तो ध्वनि मधुर प्रतीत नहीं होती। उदाहरणार्थ : सितार, बाँसुरी आदि में संनादियों की संख्या अधिक होने के कारण इसमें उत्पन्न ध्वनि मधुर लगती है तथा सीटी, हारमोनियम (बंद मुँह वाले बाजों) आदि में संनादियों की संख्या कम होने के कारण ध्वनि उतनी मधुर प्रतीत नहीं होती।

$$\text{मधुरता} \propto \text{संनादियों की संख्या}$$

§ 1.37 ध्वनि की प्रबलता एवं तीव्रता स्तर–डेसीबेल (Loudness and Intensity Level of Sound–Decibel)

ध्वनि तीव्रता का मापन वाट/सेमी^{2} में किया जाता है। परंतु व्यवहार में यह इतना महत्वपूर्ण नहीं है कि किसी तरंग की तीव्रता क्या है बल्कि दो ध्वनि तरंगों की तीव्रता की तुलना अधिक महत्वपूर्ण है।

किसी ध्वनि की तीव्रता का स्तर ज्ञात करने के लिए उसकी तुलना एक आधार स्तर (reference level) से की जाती है। हमारे कान 10^{-12} वाट/मी^{2} से कम तीव्रता की ध्वनि नहीं सुन सकते। अत: ध्वनियों की तुलना इसी तीव्रता (10^{-12} वाट/मी^{2}) से की जाती है। यह तीव्रता I_o से प्रदर्शित की जाती है। ध्वनि की प्रबलता एवं तीव्रता में अंतर है। तीव्रता एक भौतिक राशि है जबकि प्रबलता (L) हमारे कान की संवेदिता पर निर्भर करती है। प्रबलता (L) को फॉन या सोन (phon or sone) में मापा जाता है तथा यह तीव्रता (I) के लघुगणक के समानुपाती होता है। अर्थात्

$$L \propto \log I \qquad \text{या} \qquad L = K \log I$$

माना किसी ध्वनि की प्रबलता L_1 तथा इसकी तीव्रता I_1 है। यदि मनुष्य को सुनाई दे सकने योग्य ध्वनि स्तर की प्रबलता L_o तथा तीव्रता I_o (मानक निर्देश तीव्रता) है, तब

$$L_1 = K \log I_1$$

तथा

$$L_0 = K \log I_0$$

इन दोनों ध्वनियों की प्रबलता में अन्तर L हो तो $(L_1 - L_0)$ उस ध्वनि, का तीव्रता स्तर कहलाता है। अत: तीव्रता स्तर

$$L = K \log I_1 - K \log I_0$$

$$\boldsymbol{L = K \log \frac{I_1}{I_0}} \qquad \text{... (31)}$$

यहाँ K एक नियतांक है। इसका मान 1 रखने पर तीव्रता स्तर $\log \frac{I_1}{I_0}$ का मान (bell or B) में होता है। परन्तु bel एक बहुत बड़ी इकाई है, अत: इसके स्थान पर डेसीबेल (decibel) का प्रयोग किया जाता है। डेसीबेल एक लघुगणकीय स्केल है। यह dB से व्यक्त किया जाता है। एक डेसीबेल, बेल के $\frac{1}{10}$ वें भाग के बराबर होता है।

$$\left[1\,\text{dB} = \frac{1}{10}\,\text{bel}\right]$$

इस प्रकार K का मान 10 लेने पर $\log \frac{I_1}{I_0}$ का मान dB में होगा। अत:

$$\textbf{डेसीबेल में तीव्रता स्तर} = \boldsymbol{10 \log \frac{I_1}{I_o}}\,\textbf{dB}$$

(i) यदि ध्वनि की तीव्रता I_1 का मान I_0 के बराबर है तब यह शून्य डेसीबेल स्तर होगा।

(ii) यदि तीव्रता स्तर 1 dB है, तब

$$1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

YADAVRK100%

$\therefore \quad \log \frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{10}$

या $\quad \frac{I_1}{I_0} = (10)^{\frac{1}{10}}$

या $\quad I_1 = 1{\cdot}26\, I_0$

अर्थात् ध्वनि की तीव्रता में 26% परिवर्तन का अर्थ है कि ध्वनि का स्तर 1 dB है।

(iii) यदि तीव्रता स्तर 10 dB है, तब

$$10 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$$

$\therefore \quad \log \frac{I_1}{I_0} = 1$

$$\frac{I_1}{I_0} = 10$$

अत: $\quad I_1 = 10 I_0$

अर्थात् 10 dB ध्वनि स्तर का अर्थ है कि ध्वनि की तीव्रता, प्रमाणिक ध्वनि की तीव्रता की 10 गुनी है।

निम्न तालिका में कुछ व्यावहारिक ध्वनियों की तीव्रताओं तथा उनके संगत प्रबलताओं के लगभग मान दिये गए हैं—

क्रम संख्या	ध्वनि स्रोत	तीव्रता w/cm^2	प्रबलता (डेसीबेल dB में)
1.	श्रवण की देहली (Threshold of hearing)	10^{-16}	0
2.	1 मीटर दूरी पर फुसफुसाहट (Whisper 1 metre away)	10^{-14}	20
3.	सामान्य बातचीत (Ordinary conversation)	10^{-10}	60
4.	सघन ट्रैफिक से उत्पन्न शोर (Heavy street traffic)	10^{-8}	80
5.	20 फीट पर शेर की दहाड़ (Roaring of Lion at 20 feet)	10^{-7}	90
6.	पीड़ा की देहली (Threshold of pain)	10^{-4}	120
7.	30 मीटर दूरी पर जेट वायुयान की ध्वनि (Sound of Jet plane from 30 m distance)	10^{-2}	140

§ 1.38 प्रतिध्वनि (Echo)

यदि कोई ध्वनि किसी परावर्तक तल से टकराकर (परावर्तित होकर) पुन: सुनाई दे तो इसे प्रतिध्वनि (Echo) कहते हैं। A sound that reaches a listener after being reflected from a surface is called an echo. इसकी आवृत्ति मूल आवृत्ति के बराबर होती है, परन्तु कला में अन्तर होता है। चूँकि ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्घ्य प्रकाश तरंगों की तुलना में अधिक होती है, अत: ध्वनि तरंगों के परावर्तन के लिए परावर्तक तल का क्षेत्रफल अधिक होना चाहिए। श्रोता किसी ध्वनि की प्रतिध्वनि केवल तभी सुन सकता है जब मूल ध्वनि की प्रतिध्वनि उसके पास $\frac{1}{10}$ सेकण्ड के अन्तराल पर पहुँचती है।

माना श्रोता तथा परावर्तक तल के मध्य d दूरी है। अत: श्रोता द्वारा उत्पन्न की गयी ध्वनि, श्रोता से परावर्तक तल तथा परावर्तक तल से पुन: श्रोता तक पहुँचने में $2d$ दूरी तय करेगी। यदि ध्वनि की चाल v हो तो कुल लगा समय

$$t = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{ध्वनि की चाल}} = \frac{2d}{v}$$

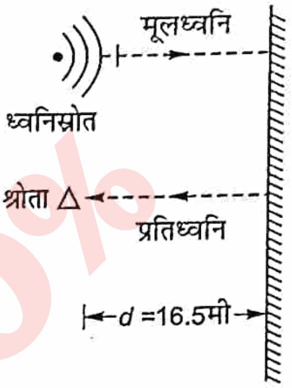
YADAVRK100%

अत: परावर्तक तक की दूरी $d = \dfrac{vt}{2}$ ... (32)

यदि किसी श्रोता की प्रतिध्वनि $\frac{1}{10}$ सेकण्ड के पूर्व सुनाई दे तो वह मूल ध्वनि तथा प्रतिध्वनि में विभेद नहीं कर पायेगा। अत: यह आवश्यक है कि परावर्तक सतह श्रोता से कम से कम 16·5 मीटर की दूरी पर हो।

माना श्रोता परावर्तक सतह से d दूरी पर है, तब ध्वनि द्वारा तय की गयी दूरी $= 2d$

मूल ध्वनि व प्रतिध्वनि में समयान्तराल $= \frac{1}{10}$ से



चित्र 1.36

$$\text{ध्वनि का वेग} = 330 \text{ मी/से}$$

$$\text{समय} = \text{दूरी/चाल}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{2d}{330}$$

अत:
$$d = \frac{330}{10 \times 2}$$

$$d = 16 \cdot 5 \text{ मी}$$

यदि ध्वनि स्रोत के दोनों ओर उचित दूरियों पर दो परावर्तक तल हों, तब इन तलों से ध्वनि बार-बार परावर्तित होती है तथा परिणामस्वरूप बार-बार प्रतिध्वनियाँ सुनाई पड़ती हैं। इन प्रतिध्वनियों को **बहुलित-प्रतिध्वनि** (Multi Echo) कहते हैं।

प्रतिध्वनि का प्रयोग किसी स्थान पर समुद्र की गहराई का पता लगाने में किया जाता है।

समुद्री जहाज द्वारा समुद्र के जल में उच्च आवृत्ति की ध्वनि तरंगें प्रेषित की जाती हैं। ये तरंगें समुद्री तल से परावर्तन के पश्चात् पुन: समुद्री सतह पर आ जाती हैं। इन तरंगों द्वारा समुद्री सतह से तल तक तथा परावर्तन के पश्चात् पुन: तल से समुद्री सतह तक आने में लगा समय ज्ञात कर समुद्र की गहराई (दूरी) पनडुब्बी, समुद्री चट्टान इत्यादि की गहराई ज्ञात करते हैं। यह विधि SONAR (Sound Navigation and Ranging) कहलाती है जबकि सभागारों, सिनेमागृहों इत्यादि में प्रतिध्वनियों के प्रभाव को समाप्त करने के उपाय किये जाते हैं अन्यथा ये मूल ध्वनियों के साथ मिश्रित हो जाती हैं तथा श्रोता को अस्पष्ट ध्वनि सुनाई देने लगती है।

§ 1.39 ध्वनि का अवशोषण (Absorption of Sound)

किसी तल के पदार्थ द्वारा ध्वनि को अवशोषित करने की क्रिया को ध्वनि का अवशोषण कहते हैं।

"The process of absorbing the sound by the material of any surface is known as absorption of sound."

जब ध्वनि तरंगें किसी तल पर आपतित होती हैं तो उनका कुछ भाग तल के पदार्थ द्वारा अवशोषित कर लिया जाता है। अवशोषित ध्वनि ऊर्जा की मात्रा तल की प्रकृति तथा उसके क्षेत्रफल पर निर्भर करता है। इस प्रक्रिया में ऊर्जा का कुछ भाग ऊष्मा उत्पन्न करने तथा शेष भाग पदार्थ में कम्पन उत्पन्न करने में व्यय हो जाता है।

किसी तल द्वारा किसी समय में अवशोषित ऊर्जा तथा उसी समय में उस पर आपतित कुल ध्वनि ऊर्जा के अनुपात को धरातल का **अवशोषण गुणांक** (Absorption Coefficient) कहते हैं। इसे a द्वारा व्यक्त करते हैं। अत:

$$a = \frac{\text{तल द्वारा अवशोषित ध्वनि ऊर्जा}}{\text{तल पर आपतित कुल ऊर्जा}}$$

अवशोषण गुणांक पदार्थ की प्रकृति तथा ध्वनि की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

§ 1.40 पूर्ण अवशोषक (Perfect Absorber) ओपन विन्डो यूनिट (Open Window Unit O.W.U.)

ध्वनि ऊर्जा जब किसी खुली खिड़की पर आपतित होता है तो उसका कोई भाग परावर्तित नहीं होता है क्योंकि सम्पूर्ण ध्वनि ऊर्जा बाहर निकल जाती है। अत: इससे स्पष्ट होता है कि खुली खिड़की अथवा दरवाजा एक पूर्ण अवशोषक है।

खुली खिड़की (open window) के पदों में अवशोषण गुणांक—

"तल के किसी क्षेत्रफल द्वारा अवशोषित ध्वनि ऊर्जा तथा समान क्षेत्रफल के पूर्ण अवशोषक (open window) द्वारा अवशोषित ध्वनि ऊर्जा के अनुपात को पदार्थ का अवशोषण गुणांक कहते हैं।"

"The absorption coefficient of a given material is the ratio of sound energy absorbed to the total incident energy."

माना किसी तल के 20 मी^{2} क्षेत्रफल द्वारा जितनी ऊर्जा अवशोषित की जाती है, उतनी ही (open window) के 1 मी^{2} क्षेत्रफल द्वारा की जाती है, अतः धरातल का अवशोषण गुणांक—

$$=\frac{1}{20}=0{\cdot}05$$

किसी भी तल का अवशोषण गुणांक सदैव 0 व 1 के बीच होता है। Open window का अवशोषण गुणांक 1 होता है। किसी पदार्थ का अवशोषण गुणांक ओपेन विण्डो के पदों में (मात्रक मानते हुए) दर्शाया जाता है तथा इसे संक्षेप में **सेबाइन्स** (Sabines) या O.W.U. (open window unit) कहते हैं।

कुछ सामान्य पदार्थों के अवशोषण गुणांक

क्रम संख्या	पदार्थ	अवशोषण गुणांक (a) (O.W.U. में)
1.	खुली खिड़की (open window)	1 · 0
2.	ईंटों की दीवार (बिना पेंट के)	0 · 03
3.	ईंटों की दीवार (पेंट के)	0 · 016
4.	दरी या कालीन (carpets)	0 · 15 और 0 · 25
5.	लकड़ी का फर्नीचर	0 · 15
6.	लकड़ी की कुर्सी	0 · 17
7.	दरवाजे की लकड़ी	0 · 06
8.	पॉलिश की हुयी लकड़ी	0 · 03
9.	पर्दे	0 · 15
10.	संगमरमर	0 · 01
11.	खिड़की के शीशे	0 · 025
12.	ड्रेपरी	0 · 40 से 0 · 73
13.	बालों का $1\frac{1''}{2}$ मोटा फेल्ट (hair felt)	0 · 500
14.	कुशन	0 · 20
15.	सेलोंटक्स	0 · 36
16.	हॉल के दर्शक	4 · 3 से 4 · 7

§ 1.41 अनुरणन (Reverberation)

किसी खुली जगह में उत्पन्न की गयी ध्वनि श्रोता को केवल एक ही बार सुनाई देती है क्योंकि ध्वनि स्रोत से श्रोता तक सीधे आती है। परन्तु जब ध्वनि किसी हॉल या सभागार में उत्पन्न की जाती है तो यह सभी दिशाओं में फैल जाती है और सभागार की दीवारों, फर्श तथा छत आदि से टकराकर उत्तरोत्तर परावर्तित होकर श्रोता तक पहुँचती है। अतः श्रेता को सीधी

सभागार या भाषण कक्ष (Auditorium or speech hall)

=1 से 2 सेकण्ड

कार्य कक्ष या फैक्टरी (Work-room or factory)

=0·5 सेकण्ड या उससे कम

कोरस गीत के लिए (Choral performance)

=2 सेकण्ड या 4 सेकण्ड।

§ 1.44 अनुरणन काल को प्रभावित करने वाले कारक (Factors governing Reverberation Time)

अनुरणन काल (T) को प्रभावित करने वाले कारक निम्नलिखित हैं—

(1) तलों की परावर्तन शक्ति (Reflecting properties of surfaces)—यदि तल ध्वनि के अच्छे परावर्तक हों तो अनुरणन काल का मान अधिक होगा। अर्थात् अनुरणन काल (T) परावर्तन शक्ति (परावर्तकता) के समानुपाती होता है।

$$T \propto \text{परावर्तकता}$$

(2) अवशोषण गुणांक (a) (Coefficient of absorption)—परावर्तक तल का अवशोषण गुणांक (a) कम होने पर अनुरणन काल (T) का मान अधिक होगा अर्थात्

$$T \propto \frac{1}{a}$$

(3) ध्वनि की तीव्रता (Intensity of sound)—ध्वनि की तीव्रता का परिमाण अधिक होने पर, अनुरणन काल (T) का मान अधिक होता है।

(4) उत्पन्न स्वर की आवृत्ति (Frequency of sound produced)—आवृत्ति अधिक होने पर ध्वनि का अवशोषण अधिक होगा, अतः अनुरणन काल (T) कम होगा।

(5) कमरे का आयतन—कमरे का आयतन (V) अधिक होने पर अनुरणन काल T का मान अधिक होगा। अर्थात् T, आयतन V के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात्—

$$T \propto V$$

§ 1.45 अनुरणन को नियन्त्रित करने की विधियाँ (Methods of Controlling Reverberation)

अनुरणन अथवा गूँज को निम्नलिखित विधियों द्वारा नियन्त्रित किया जा सकता है—

1. ओपन विन्डो का प्रयोग करके।
2. फर्श पर कालीन बिछाकर।
3. बड़े परावर्तक तलों पर ध्वनि अवशोषक पदार्थ लगाकर अथवा गुम्बदनुमा हॉल में कृत्रिम छत लगाकर।
4. दीवारों को चित्रों व नक्शों से सुसज्जित करके।
5. दरवाजे व खिड़की बन्द कर भारी पर्दे डालकर।
6. श्रोताओं की संख्या बढ़ाकर।
7. छत से उल्टे घड़े लटकाकर।
8. दीवार की वक्रता को समाप्त करके।

§ 1.46 सभागार में ध्वनिकता के गुण (Acoustics Property in Auditorium)

यदि भवन का ध्वनिक निर्माण प्रारूप (acoustic design) उत्तम है तब उसमें भाषण, संगीत इत्यादि स्पष्ट सुनाई देगा। अतः भवन का ध्वनिक निर्माण प्रारूप (acoustic design) ऐसा होना चाहिए जिससे न्यूनतम ध्वनिक दक्षता प्राप्त हो सके। भवनों का ध्वनिक निर्माण प्रारूप बनाते समय ध्वनि के परावर्तन, व्यतिकरण (interference) तथा अवशोषण पर विशेष ध्यान दिया जाता है। एक अच्छे ध्वनिक भवन की विशेषताएँ निम्नलिखित हैं—

(i) बाह्य शोर का न होना (Protection against outer noise)—प्रायः सभागार में लगे दरवाजों तथा खिड़कियों से बाहर का शोर अन्दर आ जाता है जिससे श्रोताओं को भाषणकर्त्ता की स्पष्ट ध्वनि सुनाई नहीं देती, अतः खिड़की व दरवाजे सभी बन्द रखने चाहिएँ तथा उन पर भारी पर्दे पड़े रहने चाहिएँ।

(ii) प्रतिध्वनियों का न होना (Absence of Echoes)—प्रतिध्वनि से भाषण की मूल ध्वनि नष्ट हो जाती है, अतः सभागार में प्रतिध्वनि नहीं होना चाहिए।

(iii) ध्वनि का एक समान वितरण (Uniform distribution of sound)—ध्वनि ऊर्जा के एक समान वितरण के लिए सभागार में वक्र सतहें (curved surfaces) कम होने चाहिएँ अथवा वे अवशोषक पदार्थों से ढकी होनी चाहिएँ। भाषणकर्त्ता के पीछे की दीवार परवलयाकार होनी चाहिए तथा भाषणकर्त्ता उसकी नाभि पर होना चाहिए, इससे परावर्तित किरणें समान्तर होकर सारे सभागार में फैल जायेंगी।

(iv) पर्याप्त प्रबलता (Adequate loudness)—सभागार में सभी को ध्वनि सुनाई दे इसके लिए सभागार की दीवारें चिकनी एवं छत नीची होनी चाहिए।

(v) चरम अनुरणन काल (Optimum time of Reverberation)—यदि किसी सभागार का अनुरणन काल बहुत कम है तो सभागार में गुँजन न होने के कारण ध्वनि की प्रबलता कम हो जाती है तथा भाषणकर्ता को अधिक जोर से बोलना पड़ता है। यदि अनुरणन काल अधिक है तो पहले स्वर की गुँजन समाप्त होने से पहले दूसरा स्वर अधिकतम हो जाता है। इस कारण ध्वनि अस्पष्ट सुनाई देती है। अतः भाषणकर्त्ता के लिए अनुरणन काल अधिक तथा श्रोता के लिए कम होना चाहिए अर्थात् सभागार का अनुरणन काल नियत होना चाहिए। इस नियत मान को अनुरणन काल का चरम मान कहते हैं। इसका मान सभागार के आयतन व ध्वनि की प्रकृति पर निर्भर करता है। सामान्यतः इसका मान 1.0 से 2.5 सेकण्ड के बीच रखते हैं।

§ 1.47 भवनों का ध्वनिक निर्माण प्रारूप (Acoustic Design of Buildings)

भवन निर्माण में निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए—

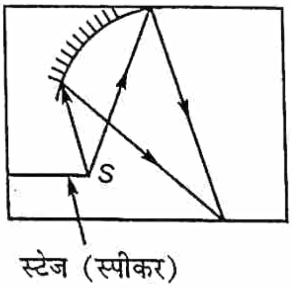
(i) ध्वनि का अनुरणन काल (Reverberation time of sound)—ध्वनिकी की दृष्टि से एक उत्तम भवन का अनुरणन काल न तो बहुत कम और न ही बहुत अधिक होना चाहिए। यदि अनुरणन काल बहुत कम है तब भवन में ध्वनि समाप्त हो जाएगी तथा उसमें ध्वनि की अनुभूति ऐसी होगी जैसे किसी मीनार अथवा कमरे की छत पर होती है। पदार्थों की अवशोषण क्षमता अलग-अलग आवृत्तियों पर अलग-अलग होती है। अतः भवन निर्माण में ऐसा पदार्थ प्रयुक्त करना चाहिए जिससे उच्च आवृत्ति पर अनुरणन काल कम तथा कम आवृत्ति पर अधिक न हो।

(ii) ध्वनि का प्रबलता (Loudness of sound)—श्रोताओं तक पहुँचने वाली ध्वनि की प्रबलता निम्न विधियों द्वारा बढ़ायी जा सकती है—

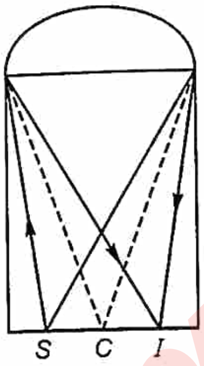
(a) सभी परावर्तक सतहों के परावर्तन गुणों को प्रयोग कर ध्वनि को सभी स्थानों तक समान रूप से पहुँचाना।

(b) लाउडस्पीकर द्वारा ध्वनि प्रबलता बढ़ाना।

(iii) परावर्तक तल (Reflecting surfaces)—वक्राकार सतहों के अनुचित डिजाइन से भवन में प्रतिध्वनि उत्पन्न हो सकती है। चित्र 1.37 में एक अनुचित स्थान पर रखा गया अवतल (concave) पृष्ठ ध्वनि ऊर्जा को हॉल में केवल आगे की पंक्तियों में बैठे दर्शकों पर फोकस करता है, अतः पीछे की पंक्तियों में बैठे दर्शकों को बहुत कम ध्वनि सुनाई देगी।

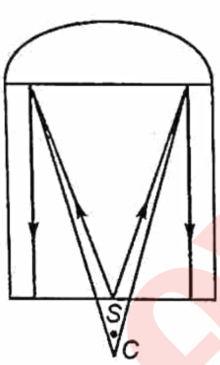


चित्र 1.37

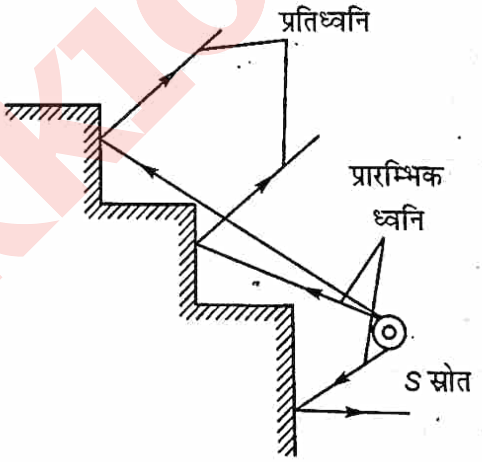


चित्र 1.38

चित्र 1.386 में कक्ष की अवतल आकार की छत का वक्रता केन्द्र फर्श के समीप पड़ रहा है, अतः वक्रता केन्द्र के पास के स्थान पर ध्वनि अधिक तथा बाकी जगहों पर कम पहुँचेगी। चित्र 1.39 की भाँति छत की वक्रता त्रिज्या दोगुनी करने पर अनुचित फोकसिंग का प्रभाव समाप्त हो जाएगा तथा सभी दर्शकों को लगभग समान तीव्रता की ध्वनि प्राप्त होगी।



चित्र 1.39



चित्र 1.40

(iv) इकीलान प्रभाव (Echelon Effect)—जब किसी ऐसे स्थान पर ध्वनि उत्पन्न की जाती है जहाँ ध्वनि स्रोत के सामने अनेक परावर्तक पृष्ठ (सीढ़ी) हो तब समान समयान्तराल पर कई प्रतिध्वनि सुनाई देंगी। यही प्रतिध्वनियों का प्रभाव है चित्र 1.40। इसे कम करने के लिए सीढ़ी को कालीन से ढक देते हैं।

(v) अवांछनीय कोलाहल (Extraneous noise)—यह दो प्रकार का होता है—

(a) वायुजनित (air borne)

(b) भवन संरचना के कारण (Structure borne)

कमरे के दरवाजे, खिड़की व अन्य खुले स्थानों पर वायु के कारण कोलाहल उत्पन्न होता है जिसे आसानी से नियन्त्रित नहीं किया जा सकता। संरचना के कारण उत्पन्न कोलाहल ध्वनि के रास्ते में अवरोधक लगाने से कम किया जा सकता है।

(vi) भवन में अनुनाद (Resonance in Building)—बड़े भवनों की अनुनाद आवृत्ति प्रायः श्रव्य सीमा से काफी कम होती है, अतः अनुनाद अप्रिय प्रभाव उत्पन्न नहीं करता।

(vii) व्यतिकरण (Interference)—किसी सभागार में श्रोता तक ध्वनि अनेक परावर्तन पृष्ठों से परावर्तित होकर पहुँचती है, अतः ये विभिन्न कलाओं में होती हैं। इन तरंगों के अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी तरंग ही श्रोता को सुनाई देती है अतः कुछ स्थानों पर ध्वनि अधिकतम तथा कुछ पर न्यूनतम होगी जो व्यावहारिक दृष्टि से दोषपूर्ण है; जिन क्षेत्रों पर ध्वनि न्यूनतम होती है उन्हें नीरवता क्षेत्र (Silence zone) कहते हैं। नीरवता क्षेत्र कम करने के लिए भवन की छत तथा दीवारों पर ध्वनि अवशोषक पदार्थ लगा देते हैं।

YADAVRK100%

साधित आंकिक उदाहरण (Solved Numerical Examples)

उदाहरण 21 : एक सिनेमा हॉल का आयतन 9500 घन मीटर तथा इसका अनुरणन काल 1 · 7 सेकण्ड है। हॉल में कुल ऊर्जा अवशोषण कितना होगा?

हल—दिया है $V = 9500 \text{ m}^2$ तथा $T = 1{\cdot}7$ से

गुंजन काल, $$T = \frac{0{\cdot}165\,V}{\Sigma aS}$$

कुल ऊर्जा अवशोषण, $$\Sigma aS = \frac{0{\cdot}165\,V}{T}$$ (V तथा T के मान रखने पर)

$$= \frac{0{\cdot}165 \times 9500}{1{\cdot}7}$$

$$= \mathbf{922{\cdot}05\ O.W.U.}$$

उदाहरण 22 : एक सभागार का गुंजन काल ज्ञात करो जिसका आयतन 4500 घन मी तथा क्षेत्रफल 1975 वर्ग मीटर है। धरातल का औसत अवशोषण गुणांक 0·3 O.W.U. है।

हल—दिया है, $V = 4500 \text{ m}^3$, $\Sigma S = 1975 \text{ m}^2$ तथा $a = \Sigma a = 0{\cdot}3$ O.W.U.

धरातलों द्वारा कुल अवशोषण $\Sigma aS = \bar{a} \times S$, जहाँ $\bar{a}$ = औसत अवशोषण गुणांक, S = कुल क्षेत्रफल

अतः गुंजन काल, $$T = \frac{0{\cdot}165\,V}{\Sigma aS}$$

$$= \frac{0{\cdot}165\,V}{\bar{a} \times S}$$ ($V, \bar{a}$ तथा S के मान रखने पर)

$$= \frac{0{\cdot}165 \times 4500}{0{\cdot}3 \times 1975}$$

$$= \mathbf{1{\cdot}25}$$ **सेकण्ड**

उदाहरण 23 : एक सिनेमा हॉल का आयतन 7200 घन मीटर है। कुर्सियाँ, दीवारों तथा पर्दों आदि के करण कुल प्रभावी अवशोषण क्षमता ओपन विण्डो के पदों में 320 वर्ग मीटर है। अनुरणन काल ज्ञात करो। यदि हॉल दर्शकों से पूरा भरा हो और दर्शकों के कारण प्रभावी अवशोषण क्षमता ओपन विण्डो के पदों में 160 वर्ग मीटर हो, तो गुंजन काल में परिवर्तन ज्ञात करो। (UPBTE 2001)

हल—दिया है : $V = 720 \text{ m}^3$

(i) गुंजन काल, $$T_1 = \frac{0{\cdot}165 \times V}{\Sigma aS}$$

$$= \frac{0{\cdot}165 \times 7200}{320}$$

$$= \mathbf{3{\cdot}71}$$ **सेकण्ड**

(ii) द्वितीय स्थिति में, कुल अवशोषण क्षमता $= 320 + 160 = 480$

∴ गुंजन काल, $$T_2 = \frac{0{\cdot}165 \times V}{\Sigma aS} = \frac{0{\cdot}165 \times 7200}{480}$$

$$= \mathbf{2{\cdot}475}$$ **सेकण्ड**

अतः गुंजन काल में परिवर्तन $= T_1 - T_2$

$= 3\cdot71 - 2\cdot475$

$= 1\cdot235$ **सेकण्ड**

उदाहरण 24 : एक मनुष्य खान में चीखता है। उसके चीख की प्रतिध्वनि 4·8 बाद सुनाई देती है। यदि ध्वनि की चाल 330 m है, तो खान की गहराई ज्ञात करो।

हल—परावर्तन हेतु ध्वनि को, खान की तलहटी तक जाने में लगा समय

$$= \frac{\text{कुल समय}}{2} = \frac{4\cdot8}{2}$$

$= 2\cdot4$ **सेकण्ड**

∴ खान की गहराई = वेग × समय

$= 330 \times 2\cdot4$ [∵ वेग = दूरी/समय]

$= 714$ **मीटर**

उदाहरण 25 : एक ध्वनि की तीव्रता 10^5 गुना बढ़ा दी जाती है। उसका ध्वनि-स्तर कितने डेसीबेल बढ़ जाएगा? **(UPBTE 2004)**

हल—ध्वनि के ध्वनि-स्तर को निम्न सूत्र द्वारा प्रदर्शित किया जाता है—

$$L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} \text{ dB} \qquad \ldots \text{(i)}$$

यहाँ दिया है $\frac{I}{I_0} = 10^5$ (∵ तीव्रता 10^5 गुना बढ़ा दी जाती है)

∴ समीकरण (i) से ध्वनि स्तर में बढ़ोत्तरी,

$$L = 10 \log_{10} 10^5 \text{ dB}$$

$= 50$ **dB**

उदाहरण 26 : ध्वनि की गुणता किस प्रकार अच्छी की जा सकती है? **(UPBTE 2005)**

हल—हम जानते हैं कि ध्वनि की गुणता ध्वनि में उपस्थित अधिस्वरों की संख्या पर निर्भर करती है, अत: यदि अधिस्वरों की संख्या को बढ़ा दिया जाए तो ध्वनि की गुणता बढ़ जाएगी।

उदाहरण 27 : एक हॉल में अनुरणन काल की गणना करो जिसका आयतन 1800 घन मीटर है तथा जिसमें 140 व्यक्तियों के बैठने की व्यवस्था है। (i) जब हॉल खाली (empty) हो (ii) जब हॉल श्रोताओं से पूरा भरा हो, (iii) जब श्रोता केवल गद्देदार सीटों (cushioned seat) पर बैठे हों। अन्य आंकड़े निम्नवत् हैं—

क्र सं	धरातल	क्षेत्रफल	अवशोषण गुणांक O.W.U. में
1.	प्लास्टर की हुई दीवार	114 m^2	$0\cdot04$
2.	लकड़ी का फर्श	140 m^2	$0\cdot07$
3.	प्लास्टर की हुई छत	180 m^2	$0\cdot5$
4.	लकड़ी के दरवाजे	30 m^2	$0\cdot06$
5.	बुनी हुई कुर्सियाँ	20 अदद	$0\cdot8$ (प्रत्येक कुर्सी का)
6.	गद्देदार कुर्सियों की संख्या	120 अदद	$1\cdot0$ (प्रत्येक कुर्सी का)
7.	श्रोताओं की संख्या	100 अदद	$4\cdot6$ (प्रत्येक श्रोता का)

VEDAVRK100%

हल—दिया है :

प्रश्नानुसार, हॉल का आयतन $= 1800 \text{ m}^3$

प्लास्टर की हुई दीवार द्वारा अवशोषण $= a_1 S_1$

$= 0{\cdot}04 \times 114$

$= 4{\cdot}56$

लकड़ी की फर्श द्वारा अवशोषण $= a_2 S_2$

$= 0{\cdot}07 \times 140$

$= 9{\cdot}8$

प्लास्टर की हुई छत द्वारा अवशोषण $= a_3 S_3$

$= 0{\cdot}5 \times 180$

$= 90$

लकड़ी के दरवाजे द्वारा अवशोषण $= a_4 S_4$

$= 0{\cdot}06 \times 30$

$= 1{\cdot}8$

बुनी हुई कुर्सियों द्वारा अवशोषण $= a_5 S_5$

$= 0{\cdot}8 \times 20$

$= 16$ O.W.U.

गद्देदार कुर्सियों द्वारा अवशोषण $= a_6 S_6$

$= 1{\cdot}0 \times 120$

$= 120$ O.W.U.

∴ हॉल में कुल अवशोषण $\Sigma as = a_1 s_1 + a_2 s_2 + a_3 s_3 + a_4 s_4 + a_5 s_5 + a_6 s_6$

$= 4{\cdot}56 + 9{\cdot}8 + 90 + 1{\cdot}8 + 16 + 120$ O.W.U.

$= 242{\cdot}16$ O.W.U.

(i) जब हॉल खाली (empty) है

गूंजन काल $T = \dfrac{0{\cdot}165\, V}{\Sigma aS} = \dfrac{0{\cdot}165 \times 1800}{242{\cdot}16}$

$=$ **1·22 सेकण्ड**

(ii) जब हॉल पूरा भरा है अर्थात् 140 आदमी बैठे हैं (20 श्रोता बुनी हुई कुर्सियों पर तथा 120 गद्देदार कुर्सियों पर)। इस स्थिति में $a_1 s_1$, $a_2 s_2$, $a_3 s_3$, $a_4 s_4$ यथावत रहेगा तथा श्रोता कुर्सियों पर बैठेंगे अत:

140 श्रोताओं द्वारा अवशोषण $= a_7 s_7$

$= 140 \times 4{\cdot}6$

$= 644$ O.W.U.

अत: इस स्थिति में कुल अवशोषण $= \Sigma aS$

$= 644 + 106{\cdot}16$

$= 750{\cdot}16$

अत: गुंजन काल, $T = \frac{0\cdot165 \times V}{\Sigma aS}$

$= \frac{0\cdot165 \times 1800}{750\cdot16}$

$= 0\cdot39$ **सेकण्ड**

(iii) जब श्रोता गद्देदार सीटों पर बैठे हैं अर्थात् हाल में केवल 100 श्रोता हैं। इस स्थिति में $a_1s_1, a_2s_2, a_3s_3, a_4s_4, a_5s_5$ और a_6s_6 यथावत रहेगा तथा 20 गद्देदार कुर्सियाँ खाली बची रहेंगी।

100 श्रेताओं द्वारा अवशोषण $= a_8s_8$

$= 100 \times 4\cdot6$

$= 460$ O.W.U.

अत: 20 कुर्सियों द्वारा अवशोषण $= a_9s_9 = 20 \times 1\cdot0 = 20$ O.W.U.

कुल अवशोषण $\Sigma aS = 4\cdot56 + 9\cdot8 + 90 + 1\cdot8 + 16 + 460 + 20$ O.W.U.

$= 602\cdot1$ O.W.U.

$T = \frac{0\cdot165 \times V}{\Sigma aS}$

$= \frac{0\cdot165 \times 1800}{602\cdot1}$

$= 0\cdot49$ **सेकण्ड**

उदाहरण 28 : यदि ध्वनि तीव्रता का मान देहली श्रवणता का 100 गुना हो तो ध्वनि की प्रबलता ज्ञात कीजिए।

हल—प्रश्नानुसार, $I = 100\, I_0$, जहाँ I_0 देहली श्रवणता है। अत: प्रबलता

$$L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0} = 10 \log_{10} \frac{100\, I_0}{I_0}$$

या $$L = 10 \log_{10} 10^2 = \mathbf{20\ dB}$$

उदाहरण 29 : 100 dB ध्वनि स्तर की ध्वनि तीव्रता ज्ञात कीजिए।

हल—प्रश्नानुसार, दिया है $L = 100$ dB

अत: सूत्र $L = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$ से

$$100 = 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}$$

या $$\frac{I}{I_0} = 1 \times 10^{10}$$ (एण्टीलॉग लेने पर)

अत: $$I = I_0 \times 10^{10} = 10^{-12} \times 10^{10} = 10^{-2}$$

या $$I = 0\cdot01 \text{ वाट/मी}^2$$

उदाहरण 30 : समान आवृत्ति की दो तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 1 : 49 है। उनके आयामों का अनुपात क्या होगा?

हल— $\because$ $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{1}{49}$$

अतः $$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{7}$$

या $$a_1 : a_2 = 1:7$$

पराध्वनिकी (Ultrasonics)

पराध्वनिकी का आशय पराश्रव्य तरंगों (ultrasound waves) के अध्ययन से है।

§ 1.48 आवृत्ति के आधार पर यांत्रिक तरंगों के प्रकार (Kinds of Mechanical Waves on the Basis of Frequency)

आवृत्ति के आधार पर यांत्रिक तरंगों को निम्न तीन वर्गों में बाँटा जाता है—

(i) श्रव्य तरंगें अथवा ध्वनि तरंगें (Audiable waves or sound waves)—वे यांत्रिक तरंगें जिनकी आवृत्ति 20 हर्ट्ज तथा 20 किलोहर्ट्ज के मध्य होती है, श्रव्य तरंगें कहलाती हैं। इनकी तरंगदैर्ध्य 16.6 मीटर से 1.66 सेमी तक होती है। हम इन्हीं आवृत्तियों की तरंगों को सुनते तथा बोलते हैं।

(ii) अवश्रव्य तरंगें (Infrasonic sound waves)—वे यांत्रिक तरंगें जिनकी आवृत्ति 20 हर्ट्ज से कम होती है, अवश्रव्य तरंगें कहलाती हैं। इनकी तरंगदैर्ध्य 16.6 मीटर से अधिक होती है। ये तरंगें बहुत ही भारी वस्तुओं के कम्पन करने पर उत्पन्न होती हैं, जैसे—भूकम्प की तरंगें। कुत्ते तथा चमगादड़ इन तरंगों को सुन लेते हैं।

(iii) पराश्रव्य तरंगें (Ultrasonic waves)—वे यांत्रिक तरंगें जिनकी आवृत्ति श्रवण की उच्चतम सीमा से भी ऊपर अर्थात् 20 किलोहर्ट्ज से अधिक होती है, पराश्रव्य तरंगें कहलाती हैं। इनकी तरंगदैर्ध्य 1.66 सेमी से कम होती है। इनकी आवृत्ति श्रव्य सीमा से अधिक होने के कारण हम इनको नहीं सुन पाते हैं। कुत्ते तथा चमगादड़ इन तरंगों को सुन सकते हैं तथा चमगादड़ इन तरंगों को उत्पन्न भी कर लेता है जो रात्रि के समय उसके उड़ने में सहायक होता है।

§ 1.49 पराश्रव्य तरंगें (Ultrasonic waves)

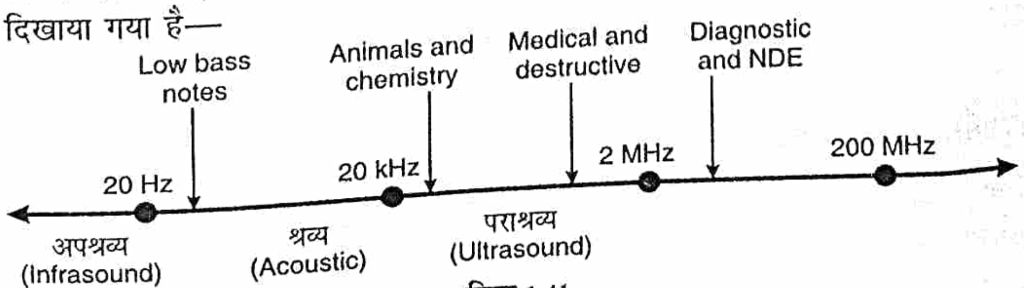
पराश्रव्य (ultrasound) शब्द उन ध्वनि तरंगों के लिए उपयोग में लाया जाता है जिसकी आवृत्ति इतनी अधिक होती है कि वह मनुष्य के कानों को सुनाई नहीं देती। साधारणतया मानव श्रवणशक्ति का परास 20 से लेकर 20,000 कंपन प्रति सेकण्ड तक होता है। इसलिए 20,000 से अधिक आवृत्तिवाली ध्वनि को पराश्रव्य ध्वनि कहते हैं।

Ultrasonics The study and use of pressure waves that have a frequency in excess of 20,000 Hz and are therefore inaudible to the human ear.

सामान्यतया ध्वनि का वेग गैस में 330 मीटर प्रति से, द्रव में 1,200 मी प्रति सें, तथा ठोस में 4,000 मी प्रति से होता है। अतएव पराश्रव्य ध्वनि का तरंगदैर्ध्य साधारणतया 10^{-4} सेमी तक होता है। पराश्रव्य तरंगों की सूक्ष्मता प्रकाश तरंगों के तरंगदैर्ध्य के तुल्य होती है।

अपनी सूक्ष्मता के ही कारण ये तरंगें उद्योग-धंधों तथा अन्वेषण कार्यों में अति उपयुक्त सिद्ध हुई हैं और आजकल इनका महत्त्व अत्यधिक बढ़ गया है।

चित्र 1.41 में अपश्रव्य (infrasound), श्रव्य (audible) और पराश्रव्य (ultrasound) तरंगें और उनकी आवृत्ति का परास (रेंज) दिखाया गया है—



चित्र 1.41

YADAVRK100%

§ 1.50 पराश्रव्य ध्वनि का उत्पादन (Production of Ultrasound Waves)

पराश्रव्य ध्वनि तरंगों को उत्पन्न करने की निम्न विधियाँ हैं—

1. यांत्रिक जनित्र (Mechanical generator)—सन् 1899 में वैज्ञानिक कोनिंग ने छोटे-छोटे स्वरित्रों के द्वारा 90,000 कम्पन प्रति सेकण्ड तक की पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न की थीं। वैज्ञानिक इडेमान ने गाल्टन सीटी के द्वारा एक निश्चित आयाम वाले 1,00,000 कम्पन प्रति सेकण्ड की पराश्रव्य तरंग उत्पन्न की तथा हॉफमान ने काँच की छड़ को उसकी लम्बाई की समान्तर दिशा में कंपित कर 33,000 कंपन वाली अधिक ऊर्जा की पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न की।

2. विद्युत जनित्र (Electrical generator)—वैज्ञानिक अटबर्ग ने स्फुलिंग-अंतराल (spark gap) के द्वारा 3,00,000 आवृत्ति वाली पराश्रव्य ध्वनि पैदा की किंतु यह ध्वनि कई भिन्न-भिन्न आवृत्तियों का मिश्रण थी और इनका आयाम भी अनिश्चित था अतः यह अनुपयोगी साबित हुई।

3. चुंबकीय आकारांतर जनित्र (Magneto-striction generator)—यदि लोहचुंबकीय (ferromagnetic) पदार्थ की छड़ अथवा नली को उसकी लम्बाई के समांतर किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाए तो आण्विक पुनर्व्यवस्था के कारण उसकी लम्बाई में परिवर्तन हो जाता है। इस घटना को चुम्बकीय आकारांतर कहते हैं।

लम्बाई का यह परिवर्तन चुम्बकीय बलक्षेत्र की दिशा पर निर्भर नहीं होता है। यदि कोई लोहचुम्बकीय पदार्थ प्रत्यावर्ती चुम्बकीय क्षेत्र पर रखा जाए तो यह अपनी स्वाभाविक अथवा अभिस्वर आवृत्ति से कंपित होकर पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न करेगा। इस विधि से अधिकतम आवृत्ति 200 किलोहर्ट्ज तक उत्पन्न की जा सकती है।

4. दाब-विद्युत जनित्र (Piezo-electric generator)—सन् 1880 में पी० और पी० जे० क्यूरी ने बताया कि यदि सममिति रहित (non-symmetrical) स्फटिकों या क्रिस्टलों के किन्हीं विशेष अक्षों पर दबाव लगाया जाए तो उनके दो तलों पर विजातीय विद्युतावेश उत्पन्न होते हैं। कुछ दिनों बाद इन्हीं के द्वारा इससे विपरीत प्रभाव का भी आविष्कार किया गया, अर्थात् यह प्रमाणित किया गया कि बल लगाने से इन क्रिस्टलों की लम्बाई में परिवर्तन होता है। इस घटना को दाब-विद्युत प्रभाव कहते हैं। सन् 1917 में लैंजेविन ने क्वार्ट्ज क्रिस्टल को उसकी स्वाभाविक आवृत्ति से कंपित करने के लिए एक समस्वरित विद्युत परिपथ के द्वारा उसे उत्तेजित किया। यदि विद्युत परिपथ की आवृत्ति क्रिस्टल की आवृत्ति के बराबर हो, तो क्रिस्टल अनुनादित कंपन करने लगता है। क्रिस्टल अपनी स्वाभाविक आवृत्ति की अभिस्वरित आवृत्ति तथा निश्चित आयामवाली पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न करता है। पराश्रव्य ध्वनि उत्पन्न करने की यही आधुनिक विधि है।

§ 1.51 पराश्रव्य ध्वनि के परिचायक (Detectors of ultrasound waves)

पराश्रव्य ध्वनि के मुख्यतः चार प्रकार के परिचायक होते हैं—

यांत्रिक परिचायक (Mechanical detector)

जब गैस माध्यम में बिल्कुल हल्के चूर्ण, अथवा द्रव, के कण छोड़े जाते हैं तब वे पराश्रव्य ध्वनि के द्वारा अपने अवस्थितित्व के अनुसार चालित होते हैं। उनकी गति के अध्ययन से पराश्रव्य ध्वनि का परिचय प्राप्त होता है।

ऐंठन लोलक अथवा विकिरणमापी (radiometer) से भी पराश्रव्य तरंगों का ज्ञान होता है। एक विशेष यंत्र के मंडलक पर ये तरंगें गिरकर, उस पर दाब डालकर उसे घुमाती हैं। मंडलक का घूमना उसके आलंबन सूत्र में लगे दर्पण के द्वारा नापा जाता है।

ऊष्मीय परिचायक (Thermal detector)

ये तरंगें विद्युत सुचालक तारों पर गिरकर क्रमशः ऊष्मा अथवा शीत पैदा करती हैं। ताप के इस परिवर्तन से तार का विद्युत प्रतिरोध बदलता है। इस गुण का उपयोग इन तरंगों के बारे में जानकारी प्राप्त करने में किया जाता है।

प्रकाशित परिचायक (Light detector)

पराश्रव्य तरंगों से जो अप्रगामी तरंगें बनती हैं, उनसे माध्यम का अपवर्तनांक कहीं बढ़ जाता है और कहीं घट जाता है। इस प्रकार के माध्यम में से प्रकाश के जाने पर रेखांकन (striation) हो जाता है। इन रेखाओं के ज्ञान से इन तरंगों का परिचय होता है। प्रगामी तरंगें भी स्ट्रोबोस्कोपी प्रदीपन (stroboscopic illumination) के द्वारा इसी विधि से व्यक्त हो जाती है।

वैद्युत परिचायक (Electrical detector)

बेरियम टाइटेनेट के क्रिस्टल के दाबविद्युत गुण का उपयोग कर उससे माइक्रोफोन बनाया जाता है और उसके द्वारा इन तरंगों का अस्तित्व मालूम किया जाता है।

§ 1.52 पराश्रव्य तरंगों का इंजीनियरिंग एवं चिकित्सा विज्ञान में अनुप्रयोग (Engineering and medical application of ultrasound waves)

1. **पदार्थों का परीक्षण** (Observation of matters)—साधारणतया शुद्ध धातुओं में पराश्रव्य तरंगों का संचरण विकारहीन होता है, किन्तु उनमें यदि कही टूट-फूट हो, अथवा समांगिता न हो, तो वहाँ पर इन तरंगों का परावर्तन अथवा अवशोषण हो जाता है। इस प्रकार संचरण में गडबड़ी होने से त्रुटि का पता चल जाता है। इसी विधि का उपयोग मस्तिष्क के ट्यमर, अथवा कैंसर, जैसी बीमारी का पता लगाने में भी होने लगा है।

2. **प्रतिध्वनि परासन** (Echo effect)—इनसे प्रतिध्वनि परासन का काम भी लिया जाता है। पनडुब्बियों द्वारा कुहरे एवं धुंध में प्लावी हिमशैल का ज्ञान इसी के द्वारा प्राप्त किया जाता है। समुद्र की गहराई की तथा अन्य जहाजों की दूरी की नाप भी इसी विधि से होती है।

3. **व्यासारण एवं कलिलीकरण**—पराश्रव्य तरंगों द्वारा एक-दूसरे में न घुलने वाले द्रवों का पायस (emulsion) बन जाता है। यहाँ तक कि इन तरंगों के प्रभाव से धातु भी द्रव में अपना पायस बनाती हैं। फोटोग्राफी के काम में आने वाला चाँदी का हैलाइड भी इसी विधि से बनता है। इन तरंगों के प्रभाव से उच्च बहुलक (polymer) अणु टूट जाते हैं और इस प्रकार स्टार्च से शर्करा बनती है। पराश्रव्य ध्वनि की पायसीकरण क्रिया (emulsification process) का उपयोग अच्छी धातु बनाने के काम में भी होता है। लोहे में नाइट्रोजन का निवेशन भी इससे सुगमतापूर्वक होता है।

4. **अपक्षेपण क्रिया** (Coagulation Process)—गैस माध्यम में ठोस एवं द्रव के छोटे-छोटे कण पराश्रव्य ध्वनि से अपक्षेपित होकर जमा हो जाते हैं। इस प्रकार बड़े नगरों के कल कारखानों से निकलने वाला हानिकारक धुआँ नगर के बाहर जाने से रोका जाता है। ठीक इसी प्रकार कुहरा तथा धुंध भी दूर किए जाते हैं।

5. **रासायनिक प्रभाव** (Chemical effect)—कई रासायनिक अभिक्रियाओं का वेग इन तरंगों के कारण बढ़ जाता है। लंबी शृंखला वाले बहुलकों को इससे तोड़ा भी जा सकता है।

6. **ऊष्मीय प्रभाव** (Thermal effect)—पराश्रव्य तंरगों द्वारा ऊष्मा का उपयोग डायाथर्मी (diathermy) में होता है। इससे हड्डी की मज्जा को बिना हड्डी पर प्रभाव डाले गरम किया जाता है।

7. **जैविक प्रभाव** (Biological effect)—छोटे प्राणी, जैसे मछली, मेढ़क, प्रोटोजोआ इत्यादि इन तरंगों द्वारा मर जाते हैं। जीवाणुओं में इनके प्रभाव से परिवर्तन हो जाता है। इनसे दूध को जीवाणुरहित कर सकते हैं। इससे माँस को अधिक दिनों तक ताजा रख सकते हैं तथा शराब का जीर्णन बढ़ाया जा सकता है।

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. **यांत्रिक तरंगें**—(i) किसी द्रव्यमान माध्यम से उत्पन्न वह विक्षोभ जो अपनी आकृति बदले बिना माध्यम में एक निश्चित चाल से आगे बढ़ता है, यांत्रिक तरंग कहलाता है।
   (ii) यांत्रिक तरंगें दो प्रकार की होती हैं—(a) अनुदैर्ध्य तरंगें और (b) अनुप्रस्थ तरंगें।
   (iii) यदि तरंग की आवृत्ति n, तरंगदैर्ध्य λ तथा तरंग चाल v हो, तो $v = n\lambda$

2. **प्रगामी तरंग का समीकरण**—X-अक्ष की धनात्मक दिशा में जाने वाली किसी प्रगामी तरंग का समीकरण $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ या $y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$

तथा X-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में जाने वाली प्रगामी तरंग का समीकरण

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \text{ या } y = a\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

3. **तरंग की तीव्रता**—(i) किसी माध्यम में तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड जितनी ऊर्जा प्रवाहित होती है, उसे तरंग की तीव्रता कहते हैं। इसका मान

$$I = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v$$

जहाँ n तरंग की आवृत्ति, a आयाम, v तरंग की चाल तथा ρ माध्यम का घनत्व है।

(ii) तरंग में अधिकतम दाब परिवर्तन $p_{\max} = \sqrt{\frac{\rho v P}{2\pi r^2}}$

4. **कलान्तर**—(i) जब t बदलता है और x नियत रहता है, तो $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta t$

(ii) जब t नियत रहता है और x बदलता है, तो $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta x$

5. जब कोई कण एक निश्चित पथ पर नियत समयान्तराल के बाद बार-बार अपनी गति को दोहराता है, तो उसकी गति आवर्त अथवा आवर्ती गति कहलाती है।

6. प्रत्येक दोलन गति, आवर्ती गति होती है, परन्तु प्रत्येक आवर्ती गति दोलन गति नहीं होती है।

7. सरल आवर्त गति विस्थापन का समीकरण—

$$y = a \sin(\omega t + \phi)$$

8. सरल आवर्त गति में कण की आवृत्ति—

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

9. सरल आवर्त गति करते हुए कण का वेग—

$$v = \omega\sqrt{a^2 - y^2} \quad \text{अथवा} \quad v_{\max} = a\omega$$

10. सरल आवर्त गति में कण का त्वरण—

$$\alpha = -\omega^2 y \quad \text{अथवा} \quad \alpha_{\max} = \omega^2 a$$

11. सरल लोलक का आवर्तकाल— $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

12. सेकण्ड लोलक का आवर्त काल 2 सेकण्ड होता है तथा इसकी लम्बाई लगभग 1 मीटर होती है।

13. अनन्त लम्बाई के सरल लोलक का आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R_E}{g}} = 84.6 \text{ मिनट}$$

14. क्षैतिज स्प्रिंग से बँधे पिण्ड की गति का आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

15. यदि सरल लोलक एक ऐसे लिफ्ट में लटका है जो ऊपर की ओर त्वरित है तो इस स्थिति में लोलक का आवर्तकाल घट जायेगा। अत: आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}}$$ (जहाँ a = लिफ्ट का त्वरण)

16. यदि सरल लोलक एक ऐसे लिफ्ट में लटका है जो नीचे की ओर त्वरित है, तो इस स्थिति में लोलक का आवर्तकाल बढ़ जायेगा। अत: अब आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$$ (जहाँ a = लिफ्ट का त्वरण)

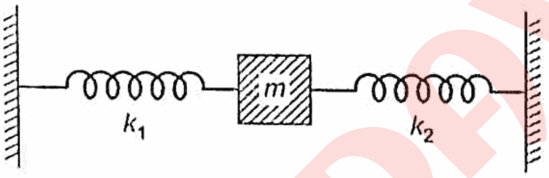
17. यदि लिफ्ट की डोरी अचानक टूट जाये तो लोलक का आवर्तकाल अनन्त हो जायेगा। अर्थात् आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-g}}$$ (मुक्त रूप से गिरते हुए लिफ्ट का त्वरण $a = g$)

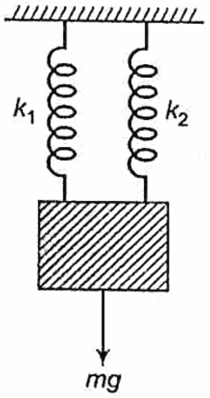
अत: $$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{0}} = \infty$$

18. चित्रानुसार, द्रव्यमान, स्प्रिंग के समान्तर क्रम संयोजन के लिए आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$



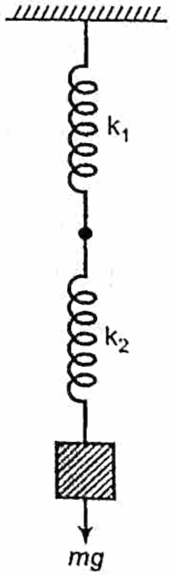
अथवा



YODAVRK100%

19. चित्रानुसार, द्रव्यमान, स्प्रिंग के श्रेणी क्रम संयोजन के लिए आवर्तकाल—

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\,(k_1 + k_2)}{k_1 . k_2}}$$



20. सरल आवर्त गति में पिण्ड की गतिज ऊर्जा—

$$K = \frac{1}{2}m\omega^2(a^2 - y^2)$$

स्थितिज ऊर्जा—

$$U = \frac{1}{2}m\omega^2 y^2$$

अत: कुल ऊर्जा—

$$E = K + U = \frac{1}{2}m\omega^2 a^2$$

या $$E \propto a^2$$

21. Q-गुणांक (Q-Factor)—

$$Q = 2\pi\,\frac{\text{एक कम्पन में संचित औसत ऊर्जा}}{\text{एक कम्पन में कुल क्षय ऊर्जा}}$$

ानिकता विज्ञान के सिद्धान्तों का उपयोग बड़े हॉलों में ध्वनि के वितरण को एक समान रूप से करने में किया जाता है।

ध्वनि का वह अभिलक्षण जिसके कारण हम समान आवृत्ति व समान तीव्रता की ध्वनि में अन्तर स्पष्ट कर सकते हैं, ‌गुणता कहलाता है।

ध्वनि का तारत्व ध्वनि की आवृत्ति पर निर्भर करता है।

ध्वनि तीव्रता का मात्रक जूल/से०-मी०^2 तथा विमा $[ML^0T^{-3}]$ है।

ध्वनि की प्रबलता $(L) = k \log_{10} I$

किसी तल से परावर्तित होकर सुनी जाने वाली ध्वनि को प्रतिध्वनि (echo) कहते हैं।

प्रतिध्वनि के लिए समय $t = \frac{2d}{v}$ तथा प्रतिध्वनि के लिए श्रोता तथा परावर्तक तल के मध्य न्यूनतम दूरी 16·5 मी की होनी चाहिए।

ध्वनि स्रोत के बंद हो जाने के बाद भी ध्वनि का कुछ समय पश्चात् तक ध्वनि का सुनाई देना अनुरणन कहलाता है।

अनुरणन काल $(t) = \frac{0{\cdot}165V}{\Sigma aS} = \frac{0{\cdot}165V}{A}$ (सैबाइन सूत्र)

अभ्यास (Exercise)

सरल आवर्त गति से क्या तात्पर्य है? इसके मुख्य अभिलक्षण (characteristics) बताएँ। [UPBTE 2011, 1990]

प्रणोदित दोलन (Forced vibration) तथा अनुनाद पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखें। [UPBTE 2010, 1990]

एक कम्पन करती हुई वस्तु की सरल आवर्त गति का समीकरण प्राप्त कीजिए और इसके द्वारा वेग व त्वरण ज्ञात कीजिए। [UPBTE 1992]

दोलन करते हुए सरल लोलक की गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का परिवर्तन ग्राफ दिखाइये। इसके दोलन काल के लिए सूत्र स्थापित कीजिए। दर्शाइए इसके दोलन सरल आवर्त होते हैं। [UPBTE 2012, 2010,1996, 95]

सरल लोलक का आवर्त काल कैसे प्रभावित होता है, जब— [UPBTE 1990]

(i) लोलक के पिण्ड का आकार बड़ा कर दें। [उत्तर : कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा]

(ii) लोलक को पृथ्वी के चारों ओर घूमते हुए उपग्रह पर ले जायें। [उत्तर : दोलन नही होंगे, $g = 0$]

(iii) लोलक की लम्बाई अनंत हो जाये? [UPBTE 2012] [उत्तर : $T = 2\pi\sqrt{R_e/g}$]

. सरल आवर्त गति करते हुए पिण्ड की दोलन गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। सिद्ध कीजिए कि उसकी सम्पूर्ण ऊर्जा दोलन के आयाम के अनुक्रमानुपाती होता है। [UPBTE 2002, 1998]

. सरल लोलक के लिए मूलभूत आवश्यकताओं का उल्लेख कीजिए। एक सरल लोलक लिफ्ट की छत से बँधा है जिसे 'a' त्वरण से ऊपर जाती लिफ्ट के भीतर दोलन कराया जाता है। इसके आवर्त काल का व्यंजक प्राप्त कीजिए। [UPBTE 1997]
[**संकेत** : तुल्य त्वरण $g' = g + a$]

8. सरल आवर्त गति से आप क्या समझते हैं? सरल आवर्त गति कण के विस्थापन के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। [UPBTE 2001]

9. स्वतन्त्र (free), अवरोधित (damped), और प्रणोदित (forced) कम्पनों में भेद कीजिए। अनुनाद से आप क्या समझते हैं? [UPBTE 2011, 06]

10. एक सरल लोलक की क्या आवश्यकताएँ होती हैं? सिद्ध कीजिए कम विस्थापन के लिए इसकी गति सरल आवर्त होगी। [UBPTE 2012, 04]

11. सरल आवर्त गति की विशेषताएँ लिखिये। M द्रव्यमान k बल नियतांक वाली ऊर्ध्वाधर स्प्रिंग के निचले सिरे से बँधा है। यदि इसे थोड़ा खींचकर स्वतन्त्र कर दिया जाये तो दिखाइए कि इसकी गति ऊर्ध्वाधर तल में सरल आवर्त गति होगी। इसकी दोलन की आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

[UPBTE 2009] [उत्तर : $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{M}}$]

12. सरल आवर्त गति करते हुए एक कण का साम्य स्थिति से 3 सेमी दूरी पर त्वरण 12 सेमी/सेकण्ड^2 है, इसका आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : $T = \pi$ सेकण्ड]

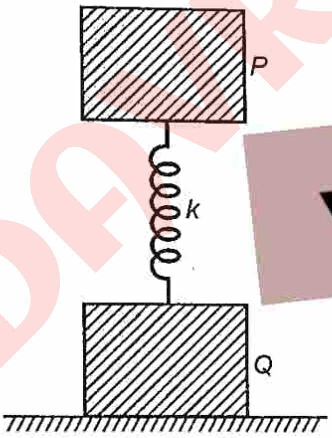
13. सरल आवर्त गति करते हुए कण का विस्थापन समीकरण $y = 0{\cdot}2\sin 50\pi\ (t + 0{\cdot}01)$ मीटर है, जबकि क्षण t पर कण का विस्थापन y है। कण का आयाम, आवर्तकाल, अधिकतम वेग तथा गति के आरम्भ के समय विस्थापन की गणना करिये।

[उत्तर : $a = 0{\cdot}2$ मीटर, $T = 0{\cdot}04$ सेकण्ड, $v_{max} = 10\pi$ मीटर/से, $y = 0{\cdot}2$ मीटर]

14. एक भारहीन स्प्रिंग से $1{\cdot}0$ kg का एक पिण्ड लटकाने पर उसकी लम्बाई 2 सेमी बढ़ जाती है। इस पिण्ड को 10 सेमी नीचे की ओर खींचकर छोड़ दिया जाता है। स्प्रिंग के कम्पन का दोलनकाल तथा स्प्रिंग की दोलन ऊर्जा ज्ञात कीजिए। ($g = 10$ मीटर/सेकण्ड^2)

[उत्तर : $T = 0{\cdot}28$ सेकण्ड, दोलन ऊर्जा $= 2{\cdot}5$ जूल]

15. दो पिण्ड P (द्रव्यमान 2 किग्रा) तथा Q (द्रव्यमान 1किग्रा) एक स्प्रिंग द्वारा एक-दूसरे से दृढ़तापूर्वक जुड़े हैं, जैसा कि चित्र में दिखाया गया है। स्प्रिंग का बल नियतांक 200 न्यूटन/मीटर है। P को 2 सेमी नीचे दबाकर छोड़ दिया जाता है। P के दोलन की आवृत्ति एवं उसकी दोलन ऊर्जा ज्ञात कीजिए।



yadavRk100%

[उत्तर : $n = \frac{5}{\pi}$ हर्ट्ज, दोलन ऊर्जा $= 0{\cdot}04$ जूल]

16. $0 \cdot 1$ किलोग्राम द्रव्यमान का कोई पिण्ड सरल आवर्त गति कर रहा है जिसका समीकरण $x = 0{\cdot}5\cos\left(100\,t + \frac{3\pi}{4}\right)$ मीटर है। इसके लिए ज्ञात कीजिए— (i) दोलन आवृत्ति (ii) प्रारम्भिक कला (iii) अधिकतम वेग (iv) अधिकतम त्वरण एवं (v) कुल ऊर्जा।

[उत्तर : $n = \frac{50}{\pi}$ सेकण्ड$^{-1}$ (या हर्ट्स), प्रारम्भिक कला $\phi = \frac{3\pi}{4}$, $v_{max} = 50$ मीटर/सेकण्ड, अधिकतम त्वरण $= 5000$ मीटर/सेकण्ड^2, कुल ऊर्जा $= 125$ जूल]

17. सरल आवर्त गति करने वाले किसी कण का त्वरण $\frac{\pi^2}{2}$ सेमी/से०^2 है, जबकि उसका विस्थापन 2 सेमी है। इसका आवर्तकाल ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : $T = 4$ सेकण्ड]

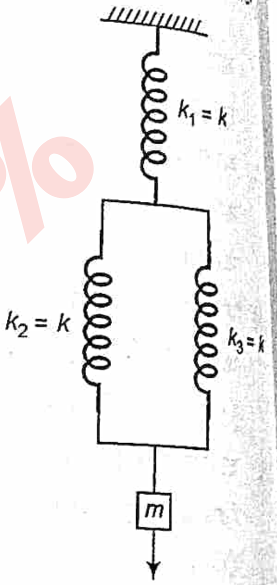
YADAV RK100%

18. एक भारहीन स्प्रिंग से 1 · 0 kg द्रव्यमान का पिण्ड लटकाने पर उसकी लम्बाई में 1 · 0 सेमी की वृद्धि हो जाती है। इसके ऊपर-नीचे दोलन का दोलनकाल व स्प्रिंग नियतांक ज्ञात कीजिए। [$g = 9 \cdot 8$ मीटर/सेकण्ड^2]

[उत्तर : $T = 0 \cdot 2$ सेकण्ड, $k = 980$ न्यूटन/मीटर]

19. किसी स्प्रिंग की लम्बाई में 0 · 1 मीटर का परिवर्तन करने पर स्प्रिंग की स्थितिज ऊर्जा में 0 ·5 जूल का परिवर्तन होता है। स्प्रिंग का बल नियतांक ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : $K = 100$ न्यूटन/मीटर]



20. एक भारहीन स्प्रिंग से 1 kg का भार लटकाने पर उसकी लम्बाई में 0 · 1 मीटर की वृद्धि हो जाती है। भार के ऊर्ध्वाधर दोलन का दोलनकाल निकालिए। ($g = 10$ मीटर/सेकण्ड^2)

[उत्तर : $T = 0 \cdot 628$ सेकण्ड]

21. सरल लोलक के आवर्तकाल में कितने प्रतिशत परिवर्तन होगा, यदि उसकी लम्बाई 9% बढ़ा दी जाए?

[उत्तर : आवर्तकाल में % परिवर्तन = 30% (बढ़ेगा)]

22. m द्रव्यमान की एक वस्तु तीन स्प्रिंगों से चित्र के अनुसार लटकी हुई है। प्रत्येक स्प्रिंग का बल नियतांक k है। यदि m द्रव्यमान को थोड़ा-सा विस्थापित कर दिया जाए तो दोलन का आवर्तकाल क्या होगा?

[उत्तर : $T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}$]

23. अनुरणन काल से आप क्या समझते हैं? यह किन-किन कारकों पर निर्भर करता है?

24. संगीतिक ध्वनि के मुख्य लक्षण क्या हैं? सविस्तार समझाइए।

25. भवन ध्वनिकी पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

[UPBTE 2013, 2012, 02, 1997, 1993]

26. ध्वनि के तारत्व, प्रबलता, गुणता और तीव्रता की परिभाषा दीजिए तथा ध्वनि की तीव्रता किन-किन बातों पर निर्भर करती है? उनका उल्लेख करें।

[UPBTE 2009, 04, 1992]

27. किसी ध्वनि की गुणता किस प्रकार अच्छी की जा सकती है?

[UPBTE 2005]

28. प्रतिध्वनि तथा अनुरणन की परिभाषा दीजिए। अनुरणन काल के लिए सेबाइन सूत्र लिखिए। अनुरणन काल को किस प्रकार कम किया जा सकता है?

[UPBTE 2007]

29. ध्वनि तीव्रता स्तर की इकाई "डेसिबेल" को परिभाषित कीजिए।

[UPBTE 1999]

30. छोटे कमरों में "प्रतिध्वनि" नहीं सुनाई देती है, परन्तु "अनुरणन" होता है, क्यों? अनुरणन काल के लिए सैबाइन-सूत्र लिखिए। अनुरणन किस प्रकार नियन्त्रित किया जाता है?

[UPBTE 2013]

31. एक सभागार का आयतन 7000 मीटर^3 है तथा ऊर्जा का कुल अवशोषण 8000 O.W.U. है। सभागार का अनुरणन काल ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : 0·144 से]

32. एक सभागार का आयतन 3000 मी^{3} तथा क्षेत्रफल 1850 मी^{2} है। धरातल का अवशोषण गुणांक 0·2 O.W.U. है। सभागार का अनुरणन काल ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : 1 · 33 से]

33. एक सभागार का आयतन 1,20,000 मी^{3} है तथा इसका अनुरणन काल 1 · 5 सेकण्ड है। सभागार की औसत अवशोषण क्षमता बताइए यदि कुल धरातल का योग 25,000 मी^{2} है।

[उत्तर : 0·528 O.W.U.]

34. किसी सभागार का आयतन 7500 मी^{2} तथा इसका अनुरणन काल 1 · 5 सेकेण्ड है। सभागार का कुल ऊर्जा अवशोषण बताइए।

[उत्तर : 825 O.W.U]

35. एक कक्ष का आयतन 1000 मी^{3} है तथा इसमें दर्शकों के बैठने की क्षमता 400 है। कक्ष का अनुरणन काल ज्ञात कीजिए। दिया है—

Chapter 2

तरंग प्रकाशिकी (WAVE OPTICS)

Syllabus

Wave motion

- Dual nature of light, wave theory of light, laws of reflection and refraction, Snell's law, Power of lens, magnification.
- Two-Source Interference, Double-Slit interference, Interference due to thin films, Fresnel's biprism.
- Use of interference making highly efficient solar panal.
- Diffraction, Single slit diffraction, intensity calculation etc.
- Polarization of electromagnetic waves, polarizing sheets, polarizing by Reflection (Brewser's law), Malus law, use of polarioids.

§ 2.1 परिचय (Introduction)

द्वैतता (Duality) प्रकृति का नियम है। ब्रह्मांड के अनसुलझे गूढ़ रहस्यों को सुलझाने के किए मनीषी, वैज्ञानिक द्वैतवाद की सहायता लेते हैं। आचार्यों, ऋषियों ने भी जीवन के अद्‌भुत वैशिष्ट्य को समझाने के लिए द्वैत अथवा अद्वैत का सहारा लिया है।

प्रकृति में प्रकाश ऊर्जा अपनी इसी विशिष्टता को दर्शाता है। प्रकाश के प्रकृति की खोज— तरंग रूप अथवा कण रूप (द्वैती प्रकृति) वैज्ञानिकों के लिए चुनौती रही है। प्रकाश के स्वरूप के सम्बन्ध में विज्ञान जहाँ तक पहुँचा है उतने से ही तमाम अनसुलझे रहस्य सुलझ गये हैं, परन्तु ज्ञान यात्रा अभी और शेष है ताकि हम जान सकें प्रकाश का स्वरूप उस विराट का स्वरूप, इस जगत् का स्वरूप।

§ 2.2 प्रकाश की प्रकृति (Nature of Light)

प्रकाश एक प्रकार की ऊर्जा है जो हमारी आँख के रेटिना को उत्तेजित करके हमें वस्तुओं का आभास कराती है। यदि सूर्य के प्रकाश की किरणों को किसी उत्तल लेंस के द्वारा किसी कागज पर संकेद्रित किया जाये तो कुछ क्षणों बाद कागज जल जाता है जिससे यह स्पष्ट होता है कि प्रकाश में ऊष्मीय प्रभाव भी होता है तथा इस बात की पुष्टि होती है कि प्रकाश ऊर्जा का ही एक रूप है।

प्रकाश ऊर्जा में निम्नलिखित अभिलाक्षणिक गुण होते हैं—

(i) प्रकाश सरल रेखा में चलता है।

(ii) प्रकाश निर्वात् में भी चल सकता है।

(iii) प्रकाश का परावर्तन होता है।

(iv) प्रकाश का अपवर्तन होता है।

(v) प्रकाश का वर्ण-विक्षेपण (dispersion) होता है—जब श्वेत प्रकाश किसी प्रिज्म से गुजरता है तो वह अनेक वर्णों (रंगों) के प्रकाश में विभक्त हो जाता है।

(vi) प्रकाश का व्यतिकरण (Interference) होता है—जब दो एकवर्णी प्रकाशपुंज एक साथ किसी एक ही स्थान (space) से होकर गुजरते हैं तो उस स्थान में प्रकाश की तीव्रता का पुनर्वितरण हो जाता है। कुछ बिन्दुओं पर तीव्रता अधिकतम हो जाती है, कुछ बिन्दुओं पर लगभग शून्य (अँधेरा) रहता है। इस घटना को 'व्यतिकरण' कहते हैं।

(vii) प्रकाश का विवर्तन (diffraction) होता है—यदि प्रकाश के मार्ग में कोई सूक्ष्म अवरोध आ जाये अथवा प्रकाश किसी महीन छिद्र से होकर गुजरे तो वह अवरोध अथवा छिद्र के किनारों पर आंशिक रूप से मुड़ जाता है। प्रकाश के इस प्रकार मुड़ने को 'विवर्तन' कहते हैं।

(viii) प्रकाश का ध्रुवण (polarization) होता है—जब प्रकाश टूरमैलीन नामक क्रिस्टल से गुजरता है तो क्रिस्टल द्वारा प्रकाश के वैद्युत क्षेत्र के कम्पनों को किसी एक दिशा में सीमित कर दिया जाता है इसे प्रकाश का ध्रुवण कहते हैं।

(ix) प्रकाश पदार्थ से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित कर सकता है—जब प्रकाश किसी धातु पर गिरता है तो धातु के पृष्ठ से इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। इस घटना को "प्रकाश-वैद्युत प्रभाव" कहते हैं।

इन तथ्यों को समझाने के लिए प्रकाश की प्रकृति के सम्बन्ध में विभिन्न सिद्धान्त प्रस्तुत किये गये हैं।

ये सिद्धान्त निम्न प्रकार हैं—

1. न्यूटन का कणिका सिद्धान्त (Newton's Corpuscular theory)
2. हाइगेन्स का तरंग सिद्धान्त (Huygen's Wave theory)
3. मैक्सवेल का विद्युत-चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त (Maxwell's Electromagnetic Wave theory)
4. प्लांक का क्वान्टम सिद्धान्त (Planck's Quantum theory)

§ 2.3 न्यूटन का कणिका-सिद्धान्त (Newton's Corpuscular Theory)

सर आइजक न्यूटन ने सन् 1675 में प्रकाश के कणिका सिद्धान्त का प्रतिपादन किया। इस सिद्धान्त के अनुसार—

(i) प्रत्येक प्रकाश-स्रोत से असंख्य सूक्ष्म व हल्के अदृश्य कण निकलते रहते हैं। इन कणों को 'कणिकाएँ' (Corpuscles) कहते हैं।

(ii) ये कणिकाएँ प्रकाश के वेग से सभी दिशाओं में सरल रेखाओं में चलती हैं तथा अपने साथ गतिज ऊर्जा ले जाती हैं।

(iii) जब ये कणिकाएँ आँख की रैटिना पर गिरती हैं तो वस्तु हमें दिखाई देने लगती है।

(iv) विभिन्न रंगों के प्रकाश की कणिकाएँ भिन्न-भिन्न आकार की होती हैं।

इस सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश के कुछ तथ्यों की व्याख्या की जा सकती है—

1. प्रकाश एक प्रकार की ऊर्जा है—प्रकाश के किसी पुंज की ऊर्जा इसकी कणिकाओं की गतिज ऊर्जा है।

2. प्रकाश का सरल रेखा में चलना—प्रकाश स्रोत से निकली हल्की कणिकाओं पर कोई बाह्य बल नहीं होता है। अत: न्यूटन के गति के प्रथम नियम के अनुसार कणिकाएँ सरल रेखा में ही चलेंगी।

3. प्रकाश का निर्वात में संचरण—कणिकाएँ निर्वात में से होकर जा सकती हैं।

4. प्रकाश का परावर्तन तथा अपवर्तन—कणिका-सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश के परावर्तन तथा अपवर्तन की व्याख्या करने के लिए न्यूटन ने विपरीत कल्पनाएँ कीं जैसे, परावर्तन तथा सघन माध्यम से विरल माध्यम में अपवर्तन को समझाने के लिए यह माना गया है कि जब कणिका परावर्तक अथवा अपवर्तक पृष्ठ के समीप पहुँचती है तो उस पर प्रतिकर्षण बल लगता है। परन्तु विरल माध्यम से सघन माध्यम में अपवर्तन को समझाने के लिए यह माना गया है कि कणिका पर पृष्ठ के समीप पहुँचने पर आकर्षण बल लगता है।

कणिका सिद्धान्त की अमान्यता के कारण

कणिका सिद्धान्त को निम्न कारणों से स्वीकार नहीं किया गया। कणिका सिद्धान्त के अनुसार—

1. प्रकाश का सघन माध्यम में वेग विरल माध्यम की अपेक्षा अधिक होना चाहिए। परन्तु फोको ने प्रयोग द्वारा पाया कि प्रकाश का वेग सघन माध्यम (जैसे—जल, काँच) में विरल माध्यम (जैसे वायु) की अपेक्षा अधिक नहीं, बल्कि कम होता है।

2. प्रकाश का वेग प्रकाश स्रोत के ताप पर निर्भर होना चाहिए क्योंकि प्रकाश स्रोत का ताप जितना ऊँचा होगा उतने ही अधिक वेग से प्रकाश कणिकाएँ निकलेंगी। परन्तु वास्तविकता यह है कि प्रकाश का वेग स्रोत के ताप पर निर्भर नहीं करता है।

3. यदि प्रकाश-स्रोत से लगातार प्रकाश कणिकाएँ निकलती रहती हैं तो प्रकाश स्रोत का द्रव्यमान भी कम होते रहना चाहिए। परन्तु ऐसा नहीं होता है।

4. यह सिद्धान्त प्रकाश के व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण, इत्यादि की व्याख्या नहीं कर सकता। उदाहरणत: प्रकाश के व्यतिकरण में दो प्रकाशपुँजों के मिलने से कुछ स्थानों पर अँधेरा हो जाता है। यह सम्भव नहीं है कि दो कणिकाएँ मिलकर एक दूसरे को नष्ट कर दें।

5. कणिका सिद्धान्त जिन घटनाओं की व्याख्या करता है, उनमें भी विपरीत कल्पनाएँ की गयी हैं। जैसे परावर्तन तथा विरल माध्यम से सघन माध्यम में अपवर्तन को समझाने के लिए परस्पर विरोधी अवैज्ञानिक कल्पनाएं की गयी हैं।

§ 2.4 हाइगेन्स का तरंग सिद्धान्त (Huygen's Wave Theory)

प्रकाश के तरंग सिद्धान्त का प्रतिपादन हालैण्ड के वैज्ञानिक हाइगेन्स ने सन् 1678 में किया था। हाइगेन्स के अनुसार **प्रकाश तरंगों के रूप में चलता है।** ये तरंगें प्रकाश स्रोत से निकल कर सभी दिशाओं में प्रकाश की चाल से चलती हैं। चूँकि तरंगों को चलने के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है, अत: हाइगेन्स ने एक सर्वव्यापी माध्यम **ईथर (ether)** की कल्पना की। इस काल्पनिक माध्यम के लिए यह माना गया कि यह भारहीन है तथा सभी पदार्थों में प्रवेश कर सकता है। इसमें तरंग प्रकाश संचरण के लिए आवश्यक सभी गुण होते हैं। उदाहरणत: प्रकाश अति तीव्र चाल (3×10^8 m/s) से चलता है।

अत: यह माना गया कि माध्यम ईथर का घनत्व बहुत कम तथा प्रत्यास्थता बहुत अधिक होती है*। इस प्रकार के काल्पनिक माध्यम में प्रकाश की तरंगें चलती हैं। जब ये तरंगें रैटिना पर गिरती हैं तो हमें वस्तुएँ दिखाई देने लगती हैं। विभिन्न रंगों की प्रकाश तरंगें भिन्न-भिन्न लम्बाइयों (wavelengths) की होती हैं।

§ 2.5 मैक्सवेल का विद्युत-चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त (Electromagnetic Wave Theory of Maxwell)

हाइगेन्स के तरंग सिद्धान्त में हाइगेन्स ने दो विरोधी कल्पनाएँ की थीं—पहला यह कि काल्पनिक माध्यम ईथर बहुत हल्का है तथा दूसरा यह कि माध्यम बहुत प्रत्यास्थ है। ये दोनों बातें एक साथ मानना तर्कसंगत नहीं थीं। अत: सन् 1873 में मैक्सवेल नामक वैज्ञानिक ने प्रकाश के सम्बन्ध में एक नवीन दृष्टिकोण प्रतिपादित किया। मैक्सवेल के अनुसार प्रकाश यांत्रिक कम्पनों से उत्पन्न तरंगें नहीं हैं, अपितु यह विद्युत-चुम्बकीय (electromagnetic) तरंगें हैं। मैक्सवेल सैद्धान्तिक गणना के आधार पर इस परिणाम पर पहुँचे कि दोलन करते हुए विद्युत परिपथ से विद्युत-चुम्बकीय तरंगों का विकिरण होना चाहिये। विद्युत-चुम्बकीय तरंगों का वेग विद्युत तथा चुम्बकीय मापों द्वारा गणनाओं से निकाला जा सकता था। यह वेग प्रकाश के वेग के बराबर था। अत: वे इस परिणाम पर पहुँचे कि प्रकाश विद्युत-चुम्बकीय तरंगों के रूप में चलता है। सन् 1888 में हर्ट्ज नामक वैज्ञानिक इस प्रकार की तरंगों को उत्पन्न करने में सफल हुए और इन्होंने विस्तृत प्रयोगों के आधार पर यह सिद्ध किया कि इन विद्युत-चुम्बकीय तरंगों में प्रकाश के सब गुण विद्यमान हैं। अत: उन्नीसवीं शताब्दी के अंत में मैक्सवेल का विद्युत-चुम्बकीय सिद्धान्त प्रकाश के परिपक्व सिद्धान्त के रूप में माना जाने लगा। परंतु मैक्सवैल के विद्युत-चुम्बकीय सिद्धान्त द्वारा प्रकाश-विद्युत प्रभाव, क्राम्पटन प्रभाव, जटिल जीमन प्रभाव तथा रमन-प्रभाव आदि घटनाओं की व्याख्या नहीं की जा सकी।

§ 2.6 प्लांक का क्वांटम सिद्धान्त (Planck's Quantum Theory of Light)

यद्यपि प्रकाश का तरंग सिद्धान्त सर्वमान्य हो चुका था फिर भी इस सिद्धान्त (wave theory of light) के आधार पर कुछ घटनाओं जैसे प्रकाश-विद्युत प्रभाव, क्राम्पटन प्रभाव, प्रकाश का उत्सर्जन एवं अवशोषण आदि की व्याख्या नहीं की जा सकती थी। इन घटनाओं की सफल व्याख्या जर्मन वैज्ञानिक प्लांक (Planck) ने सन् 1900 में अपने क्वान्टम सिद्धान्त (Quantum Theory) के आधार पर किया।

---

* $$\text{माध्यम में तरंग की चाल} = \sqrt{\frac{\text{माध्यम की प्रत्यास्थता}}{\text{माध्यम का घनत्व}}}$$

क्वान्टम सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश ऊर्जा का संचरण सतत (continuous) न होकर विविक्त ऊर्जा पैकेटों या बन्डलों के रूप में होता है। इन ऊर्जा पैकेटों को क्वांटा (quanta) या फोटॉन कहते हैं। प्रत्येक फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ होती है जहाँ h प्लांक नियतांक (Planck's constant) तथा ν प्रकाश की आवृत्ति है। स्पष्ट है कि प्रकाश ऊर्जा $h\nu, 2h\nu, 3h\nu, 4h\nu$ ... हो तो सकती हैं, इनके मध्य नहीं।

प्रकाशीय घटनाओं को प्लांक की इस क्वांटम परिकल्पना (quantum hypothesis) के आधार पर सिद्ध करने के लिए सन् 1905 में आइन्सटीन ने एक क्रांतिकारी विचार प्रस्तुत किया। आइन्सटीन के कथनानुसार प्रकाश ऊर्जा समस्त तरंगाग्र (Wave fronts) में समान रूप में वितरित न होकर मुक्त स्पेस (Free-space) में गतिमान छोटे-छोटे पैकेटों (जिन्हें क्वांटा या फोटॉन कहते हैं) के रूप में होती है। फोटॉन कणों (Particles) की तरह प्रकाश की चाल से चलते हैं तथा परमाणु द्वारा पूर्ण रूपेण अवशोषित या उत्सर्जित किए जा सकते हैं। इनकी ऊर्जा प्रकाश की आवृत्ति के समानुपाती ($E \propto \nu$) होती है। आइन्सटीन ने प्रकाश वैद्युत-प्रभाव की सफल व्याख्या एक फोटॉन और इलेक्ट्रॉन के बीच ऊर्जा के हस्तान्तरण के रूप में की। नील बोर (Niels Bohr) ने क्वांटम सिद्धान्त के बारे में बताया कि परमाणु प्रणालियाँ (atomic systems) कुछ निश्चित अवस्थाओं (discrete states) में ही रह सकती हैं या किसी अन्य सम्भव अवस्था में संक्रमण (Transition) कर सकती हैं परन्तु दो अवस्थाओं के बीच में नहीं रह सकती। इसी परिकल्पना के आधार पर उत्सर्जन तथा अवशोषण लाइन स्पैक्ट्रम की व्याख्या की गयी। क्रॉम्पटन सिद्धान्त को भी दो कणों (एक photon तथा एक electron) के मध्य टक्कर के रूप में समझाया गया। क्वांटम सिद्धान्त के अनुसार फोटॉन (photon) की ऊर्जा

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \qquad [\because \text{ वेग } v = n\lambda \quad \therefore n = \frac{v}{\lambda}] \quad \text{...(1)}$$

जहाँ

h = प्लांक का नियतांक $= 6 \cdot 6 \times 10^{-34}$ J s

c = प्रकाश की चाल $= 3 \times 10^8$ m/sec

λ = प्रकाश की तरंगदैर्ध्य (wavelength)

आइन्सटीन के द्रव्यमान-ऊर्जा सम्बन्ध (mass-energy relation) के अनुसार,

$$E = mc^2$$

जहाँ c = प्रकाश की चाल और E, m द्रव्यमान की क्षति से उत्पन्न होने वाली ऊर्जा है अर्थात् द्रव्यमान (m) को ऊर्जा (E) में और ऊर्जा (E) को द्रव्यमान (m) में बदला जा सकता है।

अतः फोटॉन का प्रकाश के वेग से चलने पर द्रव्यमान,

$$mc^2 = h\nu$$

या

$$m = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{c^2} \cdot \frac{c}{\lambda}$$

या

$$m = \frac{h}{\lambda c} \quad \text{...(2)}$$

तथा फोटॉन का संवेग,

$$P = mc \qquad \text{(यहाँ } m \text{ फोटॉन का गतिक द्रव्यमान है)}$$

$$P = \frac{h}{\lambda c} \cdot c = \frac{h}{\lambda} \quad \text{...(3)}$$

यदि किसी सतह (Surface) द्वारा अवशोषित या उत्सर्जित फोटॉनों की संख्या n है तो उस सतह द्वारा अवशोषित या उत्सर्जित ऊर्जा,

$$E = n\,h\cdot\nu \quad \text{...(4)}$$

स्पष्ट है कि किसी सतह द्वारा अवशोषित या उत्सर्जित ऊर्जा सतत (continuous) न होकर क्वांटाइज्ड (Quantized) होती है।

YEDAVRK100%

§ 2.7 प्रकाश की दोहरी प्रकृति (Dual Nature of the Light)

मैक्सवेल के विद्युत-चुम्बकीय तरंग सिद्धान्त के आधार पर प्रकाश से सम्बन्धित कुछ घटनाओं जैसे—प्रकाश-विद्युत प्रभाव, क्राम्पटन प्रभाव, रमन प्रभाव आदि; की व्याख्या प्रकाश की तरंग प्रकृति के आधार पर नहीं की जा सकती है तथा व्यतिकरण, विवर्तन तथा ध्रुवण की व्याख्या प्रकाश के कण प्रकृति के आधार पर नहीं की जा सकती है।

अत: प्रकाश कभी तरंग की तरह तो कभी कणों की तरह व्यवहार करता है। इसे ही प्रकाश की दोहरी प्रकृति कहते हैं।

वास्तव में प्रकाश में कणिका (फोटॉन) व तरंग दोनों ही के गुण विद्यमान होते हैं।

प्रकाश की दोहरी प्रकृति से प्रेरित होते हुए फ्रांसीसी वैज्ञानिक दी-ब्रोगली ने यह विचार दिया कि जब द्रव्य कण (इलेक्ट्रॉन आदि) गति करते हैं तो इनके साथ एक तरंग भी चलती है। इस तरंग को दी-ब्रोगली तरंग (de-Broglie wave) कहते हैं तथा इस तरंग की तरंगदैर्ध्य को दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य कहते हैं।

दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य
$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{...(5)}$$

जहाँ h प्लांक नियतांक है व p गतिमान कण का संवेग है।

$\because$
$$p = mv$$

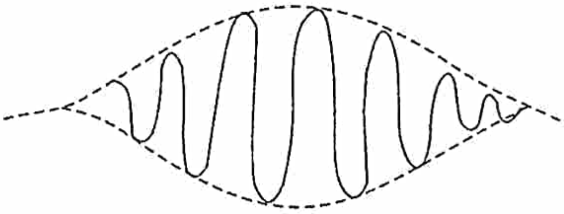
$\therefore$
$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \text{...(6)}$$

अर्थात् दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य, गतिमान कण के द्रव्यमान व वेग के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

यदि गतिमान द्रव्य कण की गतिज ऊर्जा k हो तो द्रव्य कण से सम्बन्धित दी-ब्रोगली तरंग की तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mk}} \quad \text{...(7)}$$

जब प्रकाश तरंगें अन्य तरंगों से अन्योन्य क्रिया करती हैं तो इससे उत्पन्न प्रभाव प्रकाश के तरंग सिद्धान्त का पालन करता है और जब प्रकाश किसी द्रव्य (matter) से अन्योन्य क्रिया करता है तो इससे उत्पन्न प्रभाव प्रकाश के कण स्वरूप (Particle Nature) का पालन करता है।



चित्र 2.1

आधुनिक क्वांटम सिद्धान्त प्रकाश की द्वैती प्रकृति की व्याख्या करने में सक्षम है। **फोटॉन की संरचना माध्य आवृत्ति के निकटवर्ती आवृत्तियों की अनन्त तरंगों के अध्यारोपण से होती है।** अध्यारोपण से एक सीमित विस्तार का तरंग पैकेट (Wave packet) या फोटॉन प्राप्त होता है (चित्र 2.1)। इस तरंग पैकेट या फोटॉन में तरंग (Wave) व कण (Particle) स्वरूप, दोनों का गुण विद्यमान होता है।

उदाहरण 1 : किसी इलेक्ट्रॉन की चाल 3×10^4 m/s है। इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिए। ($m_e = 9 \cdot 1 \times 10^{-31}$ kg)

हल—यहाँ $v = 3 \times 10^4$ m/s, $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg

दी-ब्रोगली के सम्बन्ध से इलेक्ट्रॉन की तरंगदैर्ध्य—

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

या
$$\lambda = \frac{6 \cdot 67 \times 10^{-34}}{9 \cdot 1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^4}$$

YADAVRK100%

या $\lambda = 2 \cdot 4 \times 10^{-8}$ मी

तरंगदैर्ध्य, $\lambda = 2 \cdot 4 \times 10^{-8}$ मीटर

उदाहरण 2 : किसी फोटॉन की तरंगदैर्ध्य 8000 Å है। ज्ञात कीजिए फोटॉन की (i) आवृत्ति (ii) ऊर्जा (प्रकाश की चाल = 3×10^8 m/s तथा प्लांक नियतांक = $6 \cdot 67 \times 10^{-34}$ J s.

हल—फोटॉन की तरंगदैर्ध्य $\lambda = 8000$ Å

(i) चूँकि फोटॉन की चाल—

$$c = \nu\lambda$$

∴ आवृत्ति

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$= \frac{3 \times 10^8}{8000 \times 10^{-10}}$$

$$= 3 \cdot 75 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

अतः आवृत्ति $\nu = 3 \cdot 75 \times 10^{14}$ **Hz**

§ 2.8 प्रकाश का परावर्तन एवं अपवर्तन (Reflection and Refraction of light)

प्रकाश की किरण किसी समांग माध्यम (homogeneous medium) में सीधी रेखा में चलती है, परन्तु जब प्रकाश किरण किसी एक समांग माध्यम से दूसरे माध्यम पर आपतित होती है तो निम्न दो प्रमुख घटनाएँ घटित हो सकती है

1. प्रकाश का परावर्तन (Reflection of light)
2. प्रकाश का अपवर्तन (Refraction of light)

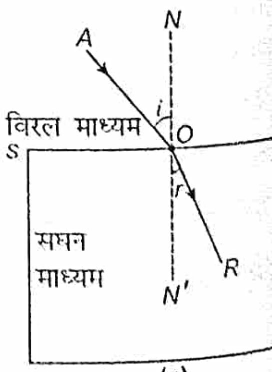
2.8.1 प्रकाश का परावर्तन (Reflection of light)

जब प्रकाश की किरण किसी एक समांग माध्यम से दूसरे माध्यम पर आपतित होती है और यदि दूसरे माध्यम की से आंशिक अथवा पूर्ण रूप से पुनः पहले माध्यम में लौट आती है, तब इस घटना को प्रकाश का परावर्तन कहते

"The return of all or part of a beam of particles or waves when it encounters the boundary between media is called reflection."

2.8.2 प्रकाश का अपवर्तन (Refraction of light)

जब प्रकाश की किरण एक माध्यम (medium) से दूसरे पारदर्शी माध्यम में प्रवेश कर जाती है तो अपने प्रारम्भिक पथ से विचलित हो जाती है। यह घटना प्रकाश का अपवर्तन कहलाती है।

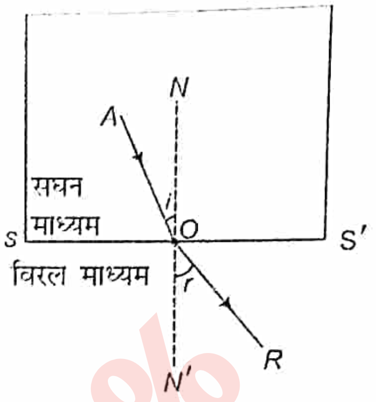


(a)

"The change of direction suffered by wave front as it passes obliquely from one medium to another in which its speed of propagation is altered."

प्रकाश-किरण प्रथम माध्यम में आपतित-किरण (Incident Ray) तथा दूसरे माध्यम में अपवर्तित-किरण (Refracted Ray) कहलाती है। दूसरे माध्यम में अपवर्तित-किरण, पहले माध्यम में आपतित-किरण के सापेक्ष या तो दोनों माध्यमों के पृथक्कारी तल (Surface of Separation) पर डाले गये अभिलम्ब की ओर झुक जाती है या अभिलम्ब से दूर हट जाती है (चित्र 2.2)।

प्रयोगों द्वारा पाया गया है कि जब प्रकाश का संचरण विरल माध्यम* (rarer medium) से सघन माध्यम (denser medium) में होता है, तब अपवर्तित-किरण अभिलम्ब की ओर झुक जाती है (चित्र 2.2 (a))। इसके विपरीत जब प्रकाश का संचरण सघन माध्यम से विरल माध्यम में होता है, तब अपवर्तित-किरण अभिलम्ब से दूर हट जाती है [चित्र 2.2 (b)]। चित्र 2.2 के अनुसार



(b)

चित्र 2.2

SS' = पृथक्कारी तल (Surface of Separation)

O = आपतन बिन्दु (Incident Point)

A_0 = आपतित किरण (Incident Ray)

NN' = अभिलम्ब (Normal)

O_R = अपवर्तित किरण (Refracted Ray)

$\angle AON = \angle i$ = आपतन कोण (Incident Angle)

$\angle RON' = \angle r$ = अपवर्तन कोण (Refraction Angle)

अपवर्तन के नियम (Laws of Refraction)

1. आपतित किरण, अपवर्तित किरण तथा अन्तरापृष्ठ के आपतन बिन्दु पर खींचा गया अभिलम्ब एक ही तल में होते हैं।

2. **स्नैल का नियम** (Snell's law)—किन्हीं दो माध्यमों एवं प्रकाश के किसी निश्चित रंग (तरंगदैर्ध्य) के लिए आपतन कोण की ज्या ($\sin i$) तथा अपवर्तन कोण की ज्या ($\sin r$) का अनुपात एक नियतांक होता है, अर्थात्

$$\frac{\sin i}{\sin r} = {}_1n_2 = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = \text{नियतांक} \quad \ldots (8)$$

जहाँ n_1 तथा n_2 क्रमशः प्रथम एवं द्वितीय माध्यम के अपवर्तनांक तथा v_1 तथा v_2, क्रमशः प्रथम तथा द्वितीय माध्यम में उस निश्चित रंग के प्रकाश के वेग हैं। नियतांक ${}_1n_2$ को पहले माध्यम के सापेक्ष दूसरे माध्यम का अपवर्तनांक (Refractive index of second medium with respect to the first medium) कहते हैं। **इस नियम को स्नैल का नियम (Snell's law) भी कहते हैं। अपवर्तनांक का मान दोनों माध्यमों तथा आपतित प्रकाश के रंग (तरंगदैर्ध्य) पर निर्भर करता है।** यदि प्रथम माध्यम निर्वात (अथवा व्यवहार में वायु) हो तो इस अपवर्तनांक को दूसरे माध्यम का परम अपवर्तनांक (absolute refractive index of second medium) कहते हैं। इसे ${}_vn_2$; ${}_an_2$ अथवा n_2 से प्रदर्शित करते हैं।

जैसे,
$$n_{\text{काँच}} = \frac{\text{निर्वात में प्रकाश की चाल}}{\text{माध्यम (काँच) में प्रकाश की चाल}} = \frac{c}{v_g} \qquad \left(\because\ v_g = \frac{c}{n_g}\right)$$

अपवर्तनांक एक अदिश राशि है। इसकी कोई विमा तथा मात्रक नहीं होता है। यह केवल प्रकाश की दो चालों का अनुपात होता है।

यदि प्रकाश का मार्ग उल्टा हो जाए तो प्रकाश की उत्क्रमणीयता (reversibility) के सिद्धान्त से

$$\frac{\sin r}{\sin i} = {}_2n_1$$

अतः
$${}_1n_2 \times {}_2n_1 = 1 \text{ अथवा } {}_1n_2 = \frac{1}{{}_2n_1} \quad \ldots \text{(i)}$$

यदि तीन माध्यम 1, 2 व 3 हों, तब

$${}_1n_2 \times {}_2n_3 \times {}_3n_1 = 1 \quad \ldots \text{(ii)}$$

(क्योंकि पहला व अन्तिम माध्यम एक ही होगा)

---

* एक माध्यम से दूसरे माध्यम में जाने पर जिस माध्यम में प्रकाश किरण का अभिलम्ब से कोण अधिक होता है उसे विरल माध्यम तथा जिस माध्यम में प्रकाश किरण का अभिलम्ब से कोण कम होता है उसे सघन माध्यम कहते हैं।

● अपवर्तन की क्रिया में प्रकाश की आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है।

यदि माध्यम 1 वायु हो, माध्यम 2 जल हो तथा माध्यम 3 काँच हो, तब

$$_a n_w \times {_w n_g} \times {_g n_a} = 1$$

अथवा

$$_w n_g = \frac{_a n_g}{_a n_w} \qquad \left(\because \; _a n_w \times {_w n_g} = \frac{1}{_g n_a} = {_a n_g}\right)$$

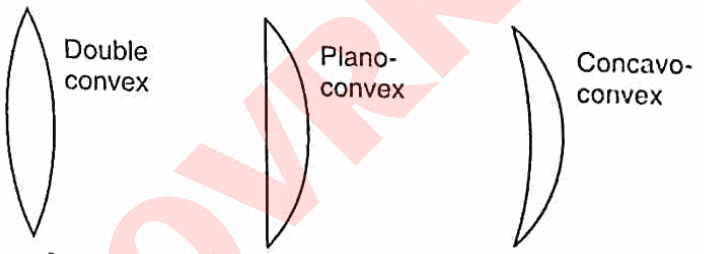
§ 2.9 लेन्स (Lens)

दो वक्र अथवा एक वक्र एवं एक समतल अपवर्तक फलकों के मध्य घिरे हुए समांगी (homogeneous) एवं पारदर्शी (transparent) माध्यम को लेन्स कहते हैं। वक्र पृष्ठ गोलीय (spherical) या बेलनाकार (cylindrical) या परवलयाकार (parabolic) हो सकता है लेकिन सामान्यत: वक्र पृष्ठ गोलीय ही होता है।

लेन्स मुख्यत: दो प्रकार के होते हैं : उत्तल लेन्स एवं अवतल लेन्स।

उत्तल लेन्स (Convex lens)—ये लेन्स किनारों पर पतले एवं बीच में मोटे होते हैं। ये निम्नलिखित तीन प्रकार के होते हैं।

(i) उभयोत्तल लेन्स (Double convex lens)—इसके दोनों पृष्ठ उत्तल होते हैं (चित्र 2.3 (अ)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ समान भी हो सकती हैं तथा भिन्न-भिन्न भी हो सकती हैं।



(अ) उभयोत्तल (ब) समतल उत्तल (स) अवतलोत्तल

चित्र 2.3

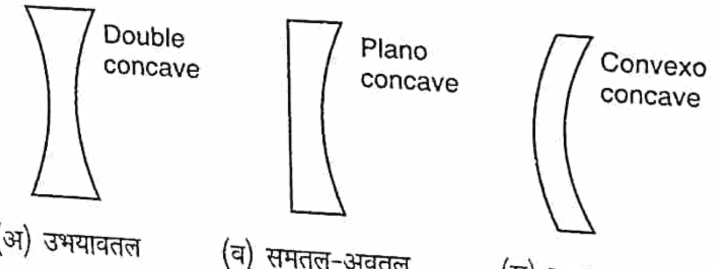
(ii) समतलोत्तल लेन्स (Plano-convex lens)—इसका एक पृष्ठ समतल एवं दूसरा उत्तल होता है (चित्र 2.3 ब)।

(iii) अवतलोत्तल लेन्स (Concavo-convex lens)—इसका एक पृष्ठ अवतल एवं दूसरा उत्तल होता है (चित्र 2.3 स)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न होती हैं।

अवतल लेन्स (Concave lens)—ये लेन्स बीच में पतले तथा किनारों पर मोटे होते हैं। ये भी तीन प्रकार के होते हैं।

(i) उभयावतल लेन्स (Double concave lens)—इसके दोनों पृष्ठ अवतल होते हैं (चित्र 2.4 (अ)। इन दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ समान भी हो सकती हैं और भिन्न-भिन्न भी हो सकती हैं।

(ii) समतलावतल लेन्स (Plano-concave lens)—इसका एक पृष्ठ समतल एवं दूसरा पृष्ठ अवतल होता है। (चित्र 2.4 ब)।



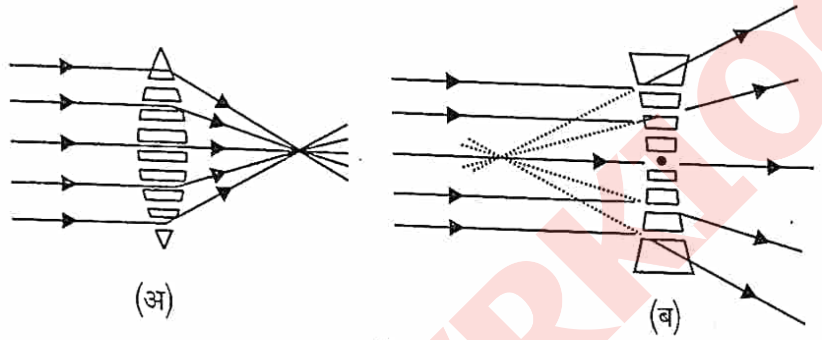
(अ) उभयावतल (ब) समतल-अवतल (स) उत्तलावतल

चित्र 2.4

(iii) उत्तलावतल लेन्स (Convexo-cancave lens)—इसका एक पृष्ठ उत्तल एवं दूसरा पृष्ठ अवतल होता है (चित्र 2.4 स)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न होती हैं।

उत्तल लेन्स की अभिसारी क्रिया तथा अवतल लेन्स की अपसारी क्रिया : उत्तल लेन्स प्रकाश किरणों को अभिसरित कर देता है अर्थात् एक बिन्दु पर केन्द्रित कर देता है अत: उत्तल लेन्स को **अभिसारी लेन्स** (convergent lens) भी कहते हैं। अवतल लेन्स प्रकाश किरणों को अपसारित कर देता है अर्थात् फैला देता है। ये किरणें एक बिन्दु से आती हुई प्रतीत होती हैं। अत: अवतल लेन्स को **अपसारी लेन्स** (divergent lens) भी कहते हैं।

इन तथ्यों को स्पष्ट करने के लिए यह माना जा सकता है कि एक लेन्स बहुत से छोटे-छोटे प्रिज्मों से मिलकर बना होता है जो एक दूसरे पर रखे होते हैं। इन प्रिज्मों के प्रिज्म कोण भिन्न होते हैं। प्रिज्म में यह गुण होता है कि वह किसी प्रकाश किरण को अपने आधार की ओर मोड़ देता है। प्रिज्म कोण जितना अधिक होता है, प्रकाश किरण का विचलन कोण भी उतना ही अधिक होता है।



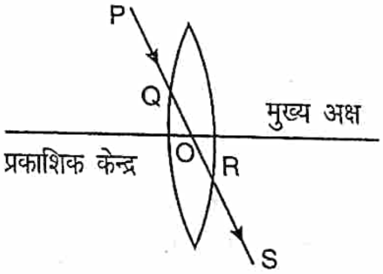
चित्र 2.5

उत्तल लेन्स में प्रत्येक प्रिज्म का आधार लेन्स का केन्द्रीय भाग होता है। (चित्र 2.5 अ) अत: उत्तल लेन्स पर आपतित किरणें विभिन्न प्रिज्मों द्वारा उनके आधारों की ओर अर्थात् लेन्स के केन्द्रीय भाग की ओर विभिन्न कोणों से मुड़कर एक बिन्दु पर मिल जाती हैं।

अवतल लेन्स में विभिन्न प्रिज्मों के आधार लेन्स के केन्द्रीय भाग से बाहर की ओर होते हैं (चित्र 2.5 ब)। अत: इस पर आपतित किरणें विभिन्न प्रिज्मों द्वारा विभिन्न कोणों पर मुड़कर फैल जाती हैं।

लेन्स से सम्बन्धित कुछ परिभाषाएँ

(i) मुख्य अक्ष (Principal axis)—लेन्स के दोनों गोलीय पृष्ठों के वक्रता केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा को मुख्य अक्ष कहते हैं। यदि लेन्स का एक पृष्ठ समतल तथा दूसरा गोलीय हो तो गोलीय पृष्ठ के वक्रता केन्द्र से समतल पृष्ठ पर खींची गई लम्बवत् रेखा मुख्य अक्ष होगी।



चित्र 2.6

(ii) पतला लेन्स (Thin lens)—यदि लेन्स की मोटाई उसके वक्र पृष्ठों की वक्रता त्रिज्या की तुलना में नगण्य हो तो लेन्स पतला कहलाता है।

(iii) प्रकाशिक केन्द्र (Optical centre)—"लेन्स के अन्दर मुख्य अक्ष पर स्थित वह बिन्दु जहाँ पर उसकी मोटाई उसकी वक्रता त्रिज्याओं के अनुपात में विभक्त होती है, प्रकाशिक केन्द्र कहलाता है।" इसे O से व्यक्त करते हैं। जब लेन्स की दोनों वक्रता त्रिज्याएँ बराबर होती हैं तो प्रकाशिक केन्द्र लेन्स की मोटाई को समद्विभाजित करता है।

प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली निर्गत किरण आपाती किरण के समान्तर होती है (चित्र 2.6)। चित्र में PQ आपतित किरण, QR अपवर्तित किरण एवं RS निर्गत किरण है। निर्गत किरण आपतित किरण के समान्तर है लेकिन उनमें पार्श्विक विस्थापन है। लेन्सों की मोटाई कम होने पर पार्श्विक विस्थापन भी कम हो जाता है तथा पतले लेन्सों में यह बहुत ही कम (नगण्य) होता है। अत: पतले लेन्सों में प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली प्रकाश किरणें बिना विस्थापित तथा बिना विचलित हुए सीधे निकल जाती हैं (चित्र 2.7 अ, ब)।

YADAVRK100%

यदि माध्यम 1 वायु हो, माध्यम 2 जल हो तथा माध्यम 3 काँच हो, तब

$$ {}_a n_w \times {}_w n_g \times {}_g n_a = 1 $$

अथवा $$ {}_w n_g = \frac{{}_a n_g}{{}_a n_w} \qquad \left(\because\ {}_a n_w \times {}_w n_g = \frac{1}{{}_g n_a} = {}_a n_g\right) $$

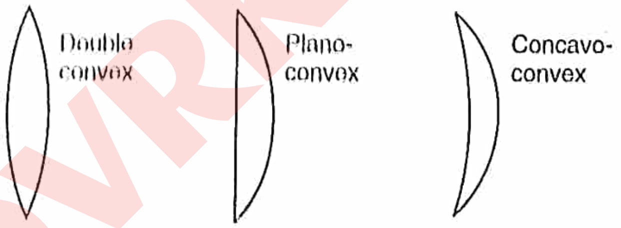
§ 2.9 लेन्स (Lens)

दो वक्र अथवा एक वक्र एवं एक समतल अपवर्तक फलकों के मध्य घिरे हुए समांगी (homogeneous) एवं पारदर्शी (transparent) माध्यम को लेन्स कहते हैं। वक्र पृष्ठ गोलीय (spherical) या बेलनाकार (cylindrical) या परवलयाकार (parabolic) हो सकता है लेकिन सामान्यतः वक्र पृष्ठ गोलीय ही होता है।

लेन्स मुख्यतः दो प्रकार के होते हैं : उत्तल लेन्स एवं अवतल लेन्स।

उत्तल लेन्स (Convex lens)—ये लेन्स किनारों पर पतले एवं बीच में मोटे होते हैं। ये निम्नलिखित तीन प्रकार के होते हैं।

(i) उभयोत्तल लेन्स (Double convex lens)—इसके दोनों पृष्ठ उत्तल होते हैं (चित्र 2.3 (अ)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएं समान भी हो सकती हैं तथा भिन्न-भिन्न भी हो सकती हैं।



(अ) उभयोत्तल (ब) समतल उत्तल (स) अवतलोत्तल

चित्र 2.3

(ii) समतलोत्तल लेन्स (Plano-convex lens)—इसका एक पृष्ठ समतल एवं दूसरा उत्तल होता है (चित्र 2.3 ब)।

(iii) अवतलोत्तल लेन्स (Concavo-convex lens)—इसका एक पृष्ठ अवतल एवं दूसरा उत्तल होता है (चित्र 2.3 स)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न होती हैं।

अवतल लेन्स (Concave lens)—ये लेन्स बीच में पतले तथा किनारों पर मोटे होते हैं। ये भी तीन प्रकार के होते हैं।

(i) उभयावतल लेन्स (Double concave lens)—इसके दोनों पृष्ठ अवतल होते हैं (चित्र 2.4 (अ)। इन दोनों पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ समान भी हो सकती है और भिन्न-भिन्न भी हो सकती हैं।

(ii) समतलावतल लेन्स (Plano-concave lens)—इसका एक पृष्ठ समतल एवं दूसरा पृष्ठ अवतल होता है। (चित्र 2.4 ब)।

(अ) उभयावतल (ब) समतल अवतल (स) उत्तलावतल

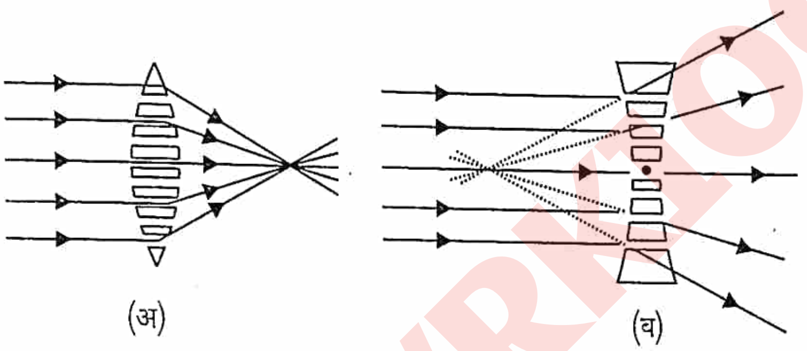
चित्र 2.4

YADAVRK100%

(iii) उत्तलावतल लेन्स (Convexo-cancave lens)—इसका एक पृष्ठ उत्तल एवं दूसरा पृष्ठ अवतल होता है (चित्र 2.4 स)। इन पृष्ठों की वक्रता त्रिज्याएँ भिन्न-भिन्न होती हैं।

उत्तल लेन्स की अभिसारी क्रिया तथा अवतल लेन्स की अपसारी क्रिया : उत्तल लेन्स प्रकाश किरणों को अभिसरित कर देता है अर्थात् एक बिन्दु पर केन्द्रित कर देता है अत: उत्तल लेन्स को **अभिसारी लेन्स** (convergent lens) भी कहते हैं। अवतल लेन्स प्रकाश किरणों को अपसारित कर देता है अर्थात् फैला देता है। ये किरणें एक बिन्दु से आती हुई प्रतीत होती हैं। अत: अवतल लेन्स को **अपसारी लेन्स** (divergent lens) भी कहते हैं।

इन तथ्यों को स्पष्ट करने के लिए यह माना जा सकता है कि एक लेन्स बहुत से छोटे-छोटे प्रिज्मों से मिलकर वना होता है जो एक दूसरे पर रखे होते हैं। इन प्रिज्मों के प्रिज्म कोण भिन्न होते हैं। प्रिज्म में यह गुण होता है कि वह किसी प्रकाश किरण को अपने आधार की ओर मोड़ देता है। प्रिज्म कोण जितना अधिक होता है, प्रकाश किरण का विचलन कोण भी उतना ही अधिक होता है।



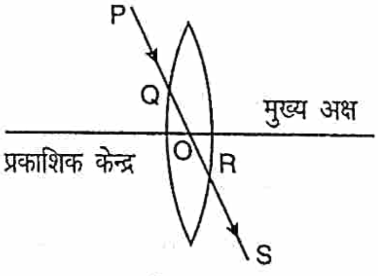
चित्र 2.5

उत्तल लेन्स में प्रत्येक प्रिज्म का आधार लेन्स का केन्द्रीय भाग होता है। (चित्र 2.5 अ) अत: उत्तल लेन्स पर आपतित किरणें विभिन्न प्रिज्मों द्वारा उनके आधारों की ओर अर्थात् लेन्स के केन्द्रीय भाग की ओर विभिन्न कोणों से मुड़कर एक बिन्दु पर मिल जाती हैं।

अवतल लेन्स में विभिन्न प्रिज्मों के आधार लेन्स के केन्द्रीय भाग से बाहर की ओर होते हैं (चित्र 2.5 ब)। अत: इस पर आपतित किरणें विभिन्न प्रिज्मों द्वारा विभिन्न कोणों पर मुड़कर फैल जाती हैं।

लेन्स से सम्बन्धित कुछ परिभाषाएँ

(i) मुख्य अक्ष (Principal axis)—लेन्स के दोनों गोलीय पृष्ठों के वक्रता केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा को मुख्य अक्ष कहते हैं। यदि लेन्स का एक पृष्ठ समतल तथा दूसरा गोलीय हो तो गोलीय पृष्ठ के वक्रता केन्द्र से समतल पृष्ठ पर खींची गई लम्बवत् रेखा मुख्य अक्ष होगी।

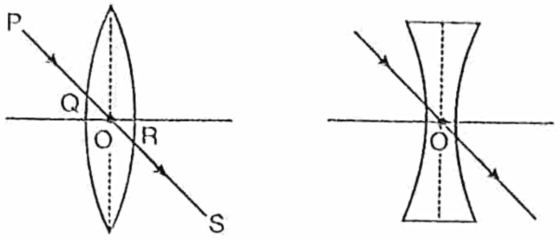


चित्र 2.6

(ii) पतला लेन्स (Thin lens)—यदि लेन्स की मोटाई उसके वक्र पृष्ठों की वक्रता त्रिज्या की तुलना में नगण्य हो तो लेन्स पतला कहलाता है।

(iii) प्रकाशिक केन्द्र (Optical centre)—"लेन्स के अन्दर मुख्य अक्ष पर स्थित वह बिन्दु जहाँ पर उसकी मोटाई उसकी वक्रता त्रिज्याओं के अनुपात में विभक्त होती है, प्रकाशिक केन्द्र कहलाता है।" इसे O से व्यक्त करते हैं। जब लेन्स की दोनों वक्रता त्रिज्याएँ बराबर होती हैं तो प्रकाशिक केन्द्र लेन्स की मोटाई को समद्विभाजित करता है।

प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली निर्गत किरण आपाती किरण के समान्तर होती है (चित्र 2.6)। चित्र में PQ आपतित किरण, QR अपवर्तित किरण एवं RS निर्गत किरण है। निर्गत किरण आपतित किरण के समान्तर है लेकिन उनमें पार्श्विक विस्थापन है। लेन्सों की मोटाई कम होने पर पार्श्विक विस्थापन भी कम हो जाता है तथा पतले लेन्सों में यह बहुत ही कम (नगण्य) होता है। अत: पतले लेन्सों में प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली प्रकाश किरणें बिना विस्थापित तथा बिना विचलित हुए सीधे निकल जाती हैं (चित्र 2.7 अ, ब)।



(अ) उत्तल लेंस (ब) अवतल लेंस

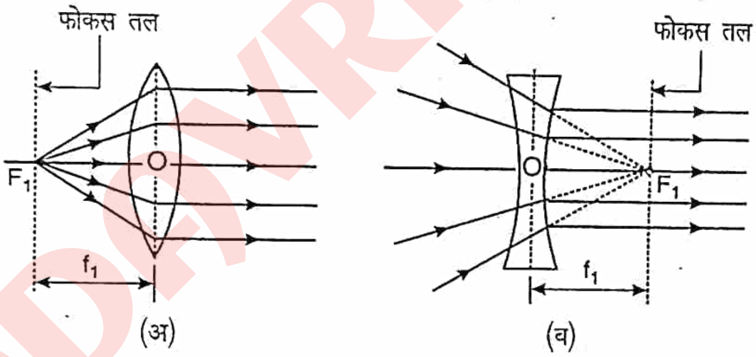
चित्र 2.7

(iv) फोकस (Focus)—लेन्स में फोकस दो होते हैं: (a) प्रथम फोकस (b) द्वितीय फोकस। इन दोनों प्रकार के फोकसों की परिभाषाएँ उत्तल व अवतल लेन्सों के लिए अलग-अलग नीचे की गई हैं—

(a) प्रथम फोकस

उत्तल लेन्स के लिए : मुख्य अक्ष पर स्थित वह बिन्दु जहाँ से चलने वाली किरणें लेन्स के अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती हैं, उत्तल लेन्स का प्रथम फोकस कहलाता है (चित्र 2.8 अ), इसे F_1 से व्यक्त किया जाता है।

अवतल लेन्स के लिए—मुख्य अक्ष पर स्थित वह बिन्दु जिसकी ओर आने वाली किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती है, अवतल लेन्स का प्रथम फोकस (F_1) कहलाता है (चित्र 2.8 ब)।

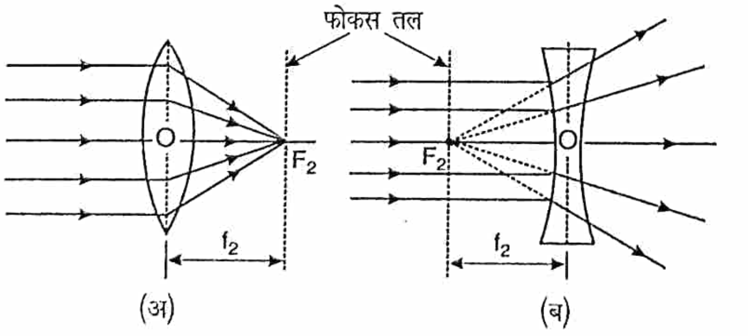


चित्र 2.8

(b) द्वितीय फोकस

उत्तल लेन्स के लिए—मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् जिस बिन्दु पर मिलती हैं, उत्तल लेन्स का द्वितीय फोकस कहलाता है (चित्र 2.9 अ), इसे F_2 से व्यक्त करते हैं।

अवतल लेन्स के लिए—मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् जिस बिन्दु से आती हुई प्रतीत होती हैं, अवतल लेन्स का द्वितीय फोकस कहलाता है। (चित्र 2.9 ब)



चित्र 2.9

YADAVRK100%

(v) **फोकस दूरी** (Focal length)—फोकस एवं प्रकाशिक केन्द्र के बीच की दूरी को फोकस दूरी कहते हैं। इसे f से व्यक्त करते हैं। प्रथम फोकस दूरी को f_1 से एवं द्वितीय फोकस दूरी को f_2 से व्यक्त करते हैं। प्रथानुसार द्वितीय फोकस दूरी को ही फोकस दूरी कह देते हैं। इस प्रकार प्रकाश चिह्नों की परिपाटी से स्पष्ट है कि उत्तल लेन्स की फोकस दूरी **धनात्मक** तथा अवतल लेन्स की फोकस दूरी **ऋणात्मक** होती है।

चित्रों से स्पष्ट है कि उत्तल लेन्स में फोकस वास्तविक तथा अवतल लेन्स में आभासी होता है। जब लेन्स के दोनों ओर माध्यम समान होता है तो लेन्सों की दोनों फोकस दूरियों का आंकिक मान बराबर होता है अर्थात्

$$f_2 = -f_1$$

(vi) फोकस तल (Focal plane)—मुख्य अक्ष के लम्बवत् तथा फोकस से होकर जाने वाले तल को **फोकस तल** कहते हैं। लेन्स के दो मुख्य फोकस होने के कारण उसके दो फोकस तल होते हैं—प्रथम फोकस तल तथा द्वितीय फोकस तल।

2.10 पतले लेन्स द्वारा प्रतिबिम्ब बनने के नियम

लेन्स द्वारा प्रतिबिम्ब अपवर्तन के नियमानुसार ही बनता है। प्रतिबिम्ब की स्थिति, आकार एवं प्रकृति किरण-आरेख (ray diagram) खींचकर ज्ञात की जा सकती है। उसके लिए निम्नांकित तीन नियमों की सहायता ली जाती है—

(i) लेन्स के प्रकाशिक केन्द्र से होकर जाने वाली किरण बिना विचलित हुए अपवर्तित होती है। (चित्र 2.7 अ, ब)।

(ii) लेन्स की मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली किरणें द्वितीय फोकस से होकर जाती हैं (उत्तल लेन्स में, चित्र 2.9 अ) या द्वितीय फोकस से आती हुई प्रतीत होती हैं (अवतल लेन्स में, चित्र 2.9 ब)।

(iii) लेन्स प्रथम फोकस से होकर आने वाली किरणें (उत्तल लेन्स में, चित्र 2.8 अ) या प्रथम फोकस की ओर आने वाली किरणें (अवतल लेन्स में, चित्र 2.8 ब) लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती हैं।

लेन्स द्वारा किसी वस्तु का प्रतिबिम्ब बनाने के लिए उपरोक्त तीन नियमों में से किन्हीं दो की सहायता ली जाती है। यदि अपवर्तन के पश्चात् किरणें वास्तव में किसी बिन्दु पर मिलती हैं तो प्रतिबिम्ब वास्तविक (real) होता है। इसके विपरीत यदि अपवर्तित किरणें वास्तव में कहीं नहीं मिलती हैं तो उन्हें पीछे बढ़ाने पर वे जहाँ पर मिलती हुई प्रतीत होती हैं वहाँ पर बनने वाला प्रतिबिम्ब आभासी (virtual) होता है। वास्तविक प्रतिबिम्ब पर्दे पर प्राप्त किया जा सकता है और यह सदैव उल्टा होता है जबकि आभासी प्रतिबिम्ब सदैव सीधा होता है और इसे पर्दे पर प्राप्त नहीं कर सकते हैं।

§ 2.11 दूरियाँ नापने के लिए निर्देशांक ज्यामिति की चिह्न परिपाटी (Sign Convention of Coordinate Geometry)

1. दर्पण के ध्रुव (P) अथवा लेन्स के प्रकाशिक केन्द्र (O) को मूल बिन्दु, (0,0) मानते हैं (चित्र 2.10)।

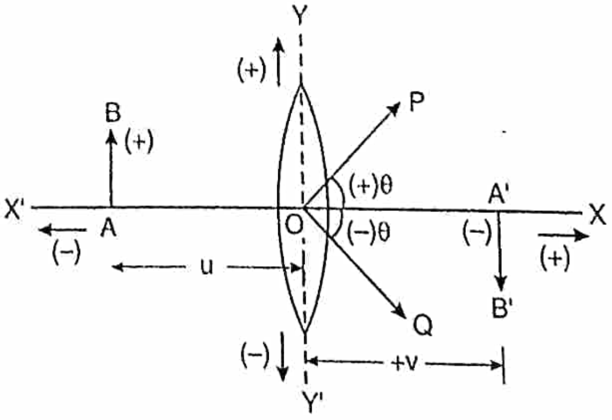
2. मुख्य अक्ष को XX' अक्ष और इसके लम्बवत् (प्रकाशिक केन्द्र से गुजरने वाली) अक्ष को YY' अक्ष माना जाता है।

3. अब निर्देशांक ज्यामिति के अनुसार मूल बिन्दु से दायीं ओर की दूरियाँ XX' अक्ष पर **धनात्मक** एवं बायीं ओर की सभी दूरियाँ **ऋणात्मक** ली जाती हैं। इसी प्रकार मूल बिन्दु से YY' दिशा में ऊपर की सभी दूरियाँ धनात्मक एवं नीचे की सभी दूरियाँ ऋणात्मक ली जाती हैं।

उदाहरण के लिए चित्र में यदि AB वस्तु है तो लेन्स से इसकी दूरी ऋणात्मक ($-u$) ली जायेगी और $A'B'$ यदि प्रतिबिम्ब है तो इसकी दूरी लेन्स से धनात्मक ($+v$) ली जायेगी। इसी प्रकार वस्तु की लम्बाई AB धनात्मक एवं प्रतिबिम्ब की लम्बाई $A'B'$ ऋणात्मक होगी।

4. वस्तु को हमेशा लेन्स या दर्पण के बायीं ओर रखा हुआ मानते हैं।

5. लेन्स में सभी दूरियाँ प्रकाशिक केन्द्र से एवं दर्पण में ध्रुव से नापी जाती हैं।



चित्र 2.10

6. धनात्मक X-अक्ष से धनात्मक Y-अक्ष की ओर बनने वाले कोण धन चिह्न (+) के साथ तथा धनात्मक X-अक्ष से ऋणात्मक Y-अक्ष की ओर बनने वाले कोण ऋण चिह्न (–) के साथ लिए जाते हैं। इस प्रकार चित्र में प्रदर्शित $\angle POX$ धनात्मक एवं $\angle QOX$ ऋणात्मक हैं।

§ 2.12 लेन्स की क्षमता (Power of lens)

उत्तल लेन्स आपतित किरणों को अभिसरित तथा अवतल लेन्स आपतित किरणों को अपसारित कर देता है। लेन्स की फोकस दूरी जितनी कम होती है उतना ही वह लेन्स आपतित किरणों को अधिक अभिसरित/अपसारित करता है। अर्थात् कम फोकस दूरी वाले लेन्स की प्रकाश किरणों को अभिसरित/अपसारित करने की क्षमता अधिक होती है। अत: लेंस की क्षमता की माप उसकी मीटर में फोकस दूरी के व्युत्क्रम से की जाती है।

$$\text{लेन्स की क्षमता (डायोप्टर में)} = \frac{1}{\text{लेन्स की फोकस दूरी (मीटर में)}}$$

चूँकि चिह्न परिपाटी अनुसार उत्तल लेन्स की फोकस दूरी धनात्मक होती है, इसलिए इसकी क्षमता भी धनात्मक होती है। अवतल लेन्स की क्षमता ऋणात्मक होती है।

उदाहरण 1 : 50 सेमी फोकस दूरी के उत्तल लेन्स की क्षमता ज्ञात कीजिए।

हल—उचित चिह्न सहित उत्तल लेन्स की फोकस दूरी = +50 सेमी = + 0.5 मी

$$\therefore \quad \text{इस उत्तल लेन्स की क्षमता} = \frac{1}{+5\text{ मी}} = +2\text{D}$$

उदाहरण 2 : एक लेन्स की क्षमता –4.0 D है। इस लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए। यह लेन्स किस प्रकार का होगा?

हल : सूत्र लेन्स की क्षमता (डाओप्टर में) $= \dfrac{1}{\text{लेन्स की फोकस दूरी (मीटर में)}}$ में मान

प्रतिस्थापित करने पर,
$$-4.0 = \frac{1}{\text{लेन्स की फोकस दूरी (मीटर में)}}$$

$$\therefore \quad \text{लेन्स की फोकस दूरी} = -\frac{1}{4}\text{ मीटर}$$
$$= -\ 0.25\text{ मीटर}$$

फोकस दूरी का ऋणात्मक चिह्न प्रदर्शित करता है कि यह लेन्स अवतल होगा।

§ 2.13 प्रतिबिम्ब का रेखीय आवर्धन (Linear Magnification of the Image)

लेन्स से बने प्रतिबिम्ब की लम्बाई तथा वस्तु की लम्बाई के अनुपात को प्रतिबिम्ब का रेखीय आवर्धन कहते हैं।

यदि प्रतिबिम्ब की लम्बाई I तथा वस्तु की लम्बाई O हो तो प्रतिबिम्ब का रेखीय आवर्धन $m = \frac{I}{O}$, गणित द्वारा सिद्ध किया जा सकता है कि यदि लेन्स से प्रतिबिम्ब की दूरी v तथा वस्तु की दूरी u हो तो प्रतिबिम्ब का रेखीय आवर्धन $m = \frac{v}{u}$ इस प्रकार प्रतिबिम्ब का

$$\text{रेखीय आवर्धन } m = \frac{I}{O} = \frac{v}{u}.$$

§ 2.14 कला सम्बद्ध स्रोत (Coherent Source)

जब दो प्रकाश स्रोत एक समान तरंगदैर्ध्य तथा आयाम का प्रकाश उत्सर्जित करते हैं एवं उनमें परस्पर नियत कलान्तर (constant phase difference) होता है तब वे कला सम्बद्ध (coherent) प्रकाश स्रोत कहलाते हैं।

किसी प्रकाश स्रोत में परमाणु ज्यादा संख्या में होते हैं तथा परमाणु सिद्धान्त के अनुसार प्रत्येक परमाणु में एक केन्द्रीय नाभिक होता है जिसके चारों ओर इलेक्ट्रॉन विभिन्न कक्षाओं में घूमते रहते हैं। उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन ऊँचे कक्ष में चला जाता है तथा पुन: 10^{-8} सेकण्ड पश्चात् किसी नीचे वाले कक्ष (Inner orbit) में आ जाता है, इस क्रिया में इलेक्ट्रॉन, प्रकाश

YOGAVRK100%

फोटॉन उत्सर्जित करता है। विभिन्न परमाणुओं से प्रकाश का उत्सर्जन अनियमित होता है तथा किन्हीं दो रंगों में कोई कला सम्बद्धता नहीं रहती है। अत: दो स्वतन्त्र स्रोत अथवा एक ही स्रोत के विभिन्न भाग, कला सम्बद्ध स्रोतों के समान कार्य नहीं कर सकते।

यदि प्रकाश के एक ही मूल स्रोत से दो स्रोत बना लें तो एक स्रोत की कला में परिवर्तन होने पर दूसरे की कला में भी वैसा ही परिवर्तन होगा। इस प्रकार दोनों स्रोतों के मध्य कलान्तर स्थिर रहेगा अर्थात् स्रोत कला सम्बद्ध होंगे।

कला सम्बद्धता दो प्रकार की होती हैं—

1. आकाशीय कला सम्बद्धता (Spatial coherence)—तरंग का आयाम (amplitude) स्पेस तथा समय (space and time) दोनों पर निर्भर करता है। जब तरंग गति की दिशा के लम्बवत् माध्यम के किसी तल पर दो बिन्दुओं के आयामों पर विचार करते हैं तो यह आकाशीय कला सम्बद्धता कहलाता है। यह स्रोत के आकार (size of source) पर निर्भर करता है।

2. कालिक कला सम्बद्धता (Temporal coherence)—कालिक कला सम्बद्धता को समय-कला सम्बद्धता (Time coherence) भी कहते हैं। "जब तरंग की गति की दिशा में माध्यम के तल के अनुदिश दो बिन्दुओं के आयामों पर विचार करते हैं तो यह कालिक कला सम्बद्धता कहलाता है।" यह तरंग की एक वर्णीयता (mono-chromaticity) पर निर्भर करता है।

कालिक कला सम्बद्धता से आबद्ध स्रोतों की एकवर्णी तरंगें (monochromatic waves) सभी स्थानों पर प्रत्येक समय एक समान रहती हैं। समान आवृत्ति की तरंगों के अध्यारोपण से व्यतिकरण (interference) प्रतिरूप (pattern) तथा भिन्न-भिन्न आवृत्तियों की तरंगों के अध्यारोपण से विस्पन्द (Beats) उत्पन्न होते हैं।

एकवर्णी समतल तरंग का आयाम (amplitude) स्थिर रहता है जबकि कला (phase) समय के साथ परिवर्तित होता रहता है। इसका अर्थ है कि किन्हीं दो बिन्दुओं के मध्य कलान्तर समय पर निर्भर करता है जबकि आयाम, स्पेस तथा समय दोनों पर निर्भर करता है। परस्पर बहुत अधिक समीप के बिन्दुओं पर आयाम में एक निश्चित सम्बन्ध होता है जबकि परस्पर बहुत अधिक दूरी पर स्थित बिन्दुओं पर आयामों में कोई सम्बन्ध नहीं होता है।

तरंगों में कला सम्बद्धता का स्तर (Degree of coherence) का प्रायोगिक रूप से मापन किया जा सकता है। यदि कला सम्बद्धता के स्तर का मान 1 है तब तरंगों में पूर्ण कला सम्बद्धता होती है जबकि कला सम्बद्धता के स्तर का मान शून्य होने पर तरंगों में कला-असम्बद्धता (perfect incoherence) होती है।

§ 2.15 प्रकाश तरंगों का व्यतिकरण-द्वि स्रोत व्यतिकरण (Interference of Light Waves—Two Source Interference)

जब समान आवृत्ति की दो प्रकाश तरंगें किसी माध्यम में एक साथ एक ही दिशा में चलती हैं तो इनके अध्यारोपण (Super-position) से माध्यम में कुछ बिंदुओं पर परिणामी प्रकाश तरंग की तीव्रता का मान न्यूनतम (शून्य) तथा कुछ पर अधिकतम होता है। इस घटना में ऊर्जा न तो नष्ट होती है और न उत्पन्न, उसका केवल पुनर्वितरण होता है।

दो समान आवृत्ति की तरंगों के अध्यारोपण के कारण प्रकाश की तीव्रता (ऊर्जा) का असमान वितरण या पुनर्वितरण (Redistribution) होता है। प्रकाश के इस प्रभाव को प्रकाश का व्यतिकरण (Interference of light) कहते हैं।

"The phenomenon of redistribution of light energy in medium on account of superposition of light waves from two coherent sources is called interference of light."

प्रकाश का व्यतिकरण दो प्रकार का होता है—

(i) सम्पोषी व्यतिकरण (Constructive Interference)—**जब दो प्रकाश तरंगें एक ही कला में अध्यारोपित होती हैं** अर्थात् उनमें कलान्तर का मान शून्य अथवा 2π का पूर्ण गुणक होता है तो **सम्पोषी व्यतिकरण** उत्पन्न होता है।

(ii) विनाशी व्यतिकरण (Destructive Interference)—**जब दो प्रकाश तरंगें विपरीत कला (opposite phase) में अध्यारोपित होती हैं** अर्थात् उनमें कलान्तर (phase difference) का मान 180° या π का विषम गुणक (odd multiple) होता है तो **विनाशी व्यतिकरण** (Destructive Interference) उत्पन्न होता है।

इस व्यतिकरण में परिणामी प्रकाश तरंग का विस्थापन/आयाम तथा उसकी तीव्रता का मान न्यूनतम होता है।

§ 2.16 यंग का व्यतिकरण सम्बंधी डबल स्लिट प्रयोग (Young's Double Slit Interference Experiment)

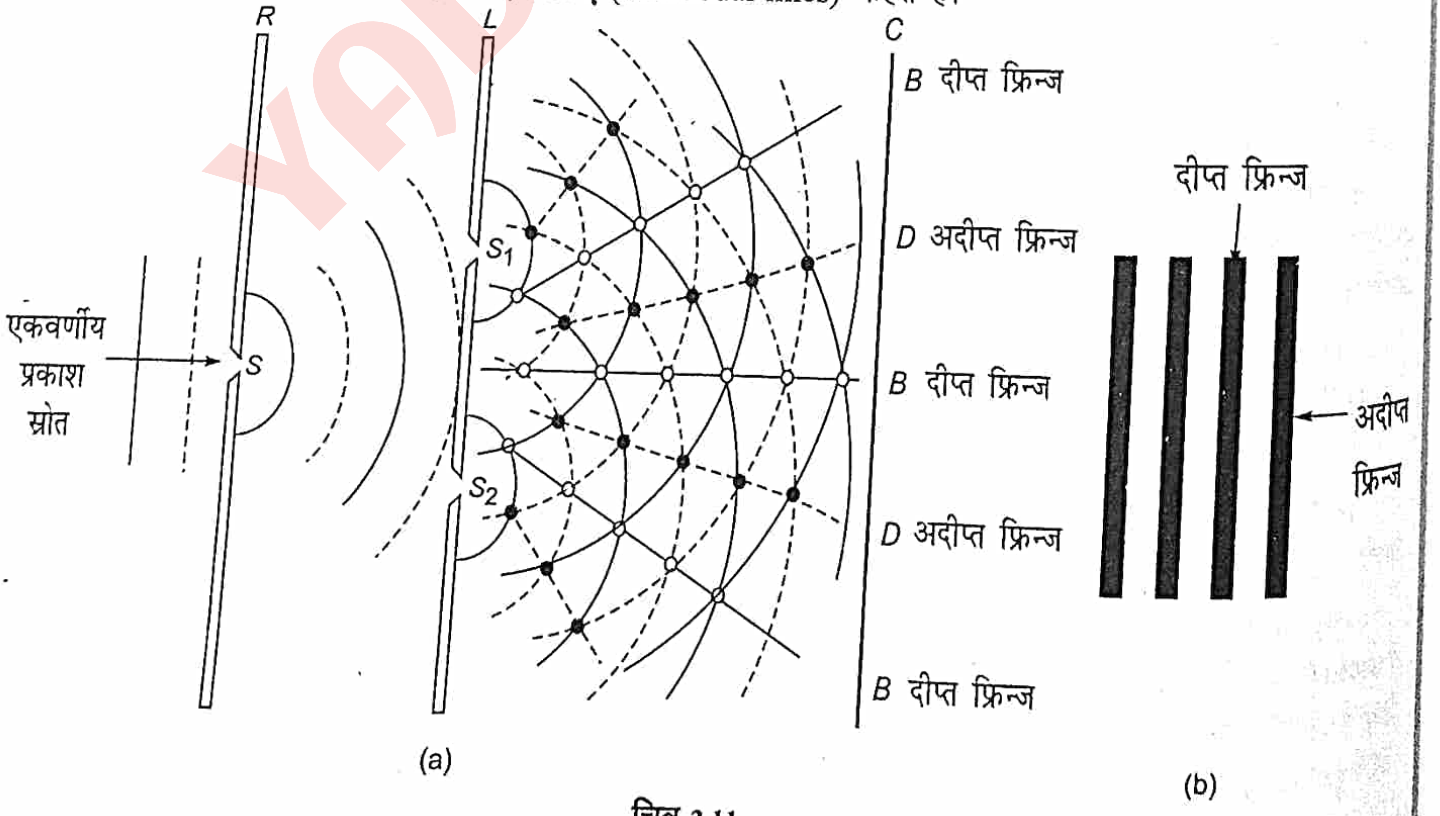
प्रकाश के व्यतिकरण (Interference) का सर्वप्रथम प्रायोगिक प्रदर्शन सर थामस यंग ने सन् 1801 में अपने डबल स्लिट प्रयोग (Double slit experiment) द्वारा किया था। यह प्रयोग चित्र 2.11 (a) में दर्शाया गया है। इसमें R एक पर्दा है जिसमें S एक रेखाछिद्र (Narrow Rectangular Slit) है। पर्दे R से आगे कुछ दूरी पर एक दूसरा पर्दा L है जिसमें अति निकट दो रेखा छिद्र S_1 व S_2 हैं जो पर्दे R के छिद्र $-S$ की सीध में न होकर ऊपर-नीचे है तथा S से बराबर दूरी (अर्थात् $SS_1 = SS_2$) पर हैं। पर्दे L के आगे कुछ दूरी पर स्क्रीन C है जिस पर व्यतिकरण प्रतिरूप (Interference Pattern) बनता है। जब पर्दे R के छिद्र S पर एकवर्णीय प्रकाश (Monochromatic Light) डाला जाता है तो स्क्रीन C पर एक समान चौड़ाई की दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ (Bright and dark fringes) एकान्तर क्रम में बनती हैं (चित्र 2.11 (b))। दीप्त (Bright) तथा अदीप्त (Dark) फ्रिन्जों को क्रमशः सफेद बिंदु (B) तथा काले बिंदु (D) से दर्शाया गया है, चित्र 2.11 (a)।

प्रकाश के व्यतिकरण से बनी इन पट्टियों (fringes) के समूह को व्यतिकरण-प्रतिरूप (Interference Pattern) कहते हैं।

2.16.1 व्यतिकरण फ्रिन्जों के बनने की तरंग सिद्धान्त द्वारा व्याख्या (Explanation of formation of Interference fringes by wave theory)

प्रकाश के तरंग सिद्धान्त के अनुसार प्रकाश तरंगाग्र (Wave front) के रूप में गमन करता है तथा तरंगाग्र का प्रत्येक बिंदु, द्वितीयक तरंगाग्र (Secondary wavelets) के स्रोत की भाँति कार्य करता है।

स्लिट S से उत्सर्जित तरंगाग्र जब पर्दे पर पहुँचकर स्लिट S_1 व S_2 पर आपतित होता है तो S_1 व S_2 नए प्रकाश स्रोतों की तरह कार्य करने लगते हैं और इनसे द्वितीयक तरंगाग्र (Secondary wavelets) उत्सर्जित होकर प्रत्येक दिशा में चलने लगते हैं। ये द्वितीयक तरंगाग्र पर्दे L तथा स्क्रीन C के बीच एक-दूसरे से मिलते हैं। चित्र 2.11 (a) में स्लिट S_1 व S_2 को केन्द्र मानकर सतत (Continuous) व बिन्दुदार (Dotted) चाप खींचे गए हैं। सतत (Continuous) चाप द्वितीयक तरंगाग्रों के श्रृंगों (crests) को तथा बिंदुदार चाप गर्तों (Troughs) को निरूपित करते हैं। जिन स्थानों पर एक द्वितीयक तरंगाग्र का श्रृंग (Crest) दूसरे द्वितीयक तरंगाग्र के श्रृंग (crest) या एक का गर्त (Trough) दूसरे के गर्त (Trough) से मिलता है, उन स्थानों पर परिणामी आयाम दोनों तरंगाग्रों के आयाम के योग (एक ही कला में होने के कारण) के बराबर होता है। आयाम अधिकतम होने के कारण इन स्थानों पर प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। चित्र में ऐसे स्थानों को छोटे वृत्तों द्वारा दर्शाया गया है। इन वृत्तों को मिलाने वाली रेखाओं को **प्रस्पन्द रेखाएँ** (Antinodal lines) कहते हैं।



चित्र 2.11

इसके विपरीत ऐसे स्थानों पर जहाँ एक द्वितीयक तरंगाग्र का श्रृंग दूसरे तरंगाग्र के गर्त से मिलता है वहाँ परिणामी आयाम दोनों तरंगाग्रों के आयामों के अन्तर (विपरीत कला में होने कारण) के बराबर अर्थात् न्यूनतम होता है।

आयाम न्यूनतम होने के कारण इन स्थानों पर प्रकाश की तीव्रता न्यूनतम होती है। चित्र में ऐसे स्थानों को काले बिंदुओं (Dark points) से दर्शाया गया है। इन काले बिंदुओं को मिलाने वाली रेखाओं को **निस्पंद रेखाएँ** (Nodal Lines) कहते हैं।

बिंदु B पर दोनों द्वितीयक तरंगाग्रों के श्रृंग अथवा गर्त मिलते हैं, अतः इन बिन्दुओं पर संपोषी व्यतिकरण (Constructive interference) होता है और दीप्त फ्रिन्ज (Bright Fringe) बनती हैं। इसके विपरीत बिंदुओं D पर एक द्वितीयक तरंगाग्र का गर्त दूसरी के श्रृंग से मिलता है। अतः इन बिंदुओं पर विनाशी व्यतिकरण (Destructive interference) होता है और अदीप्त फ्रिन्ज (Dark Fringe) बनती है।

इस प्रकार स्क्रीन पर दीप्त तथा अदीप्त पट्टियाँ एकान्तर क्रम में दिखाई देती हैं। यदि स्लिट S पर अलग-अलग रंगों का प्रकाश डालें तो दीप्त फ्रिन्ज भी उन्हीं रंगों की दिखाई देंगी। अलग-अलग रंगों की फ्रिन्ज की चौड़ाई भी अलग-अलग होती है।

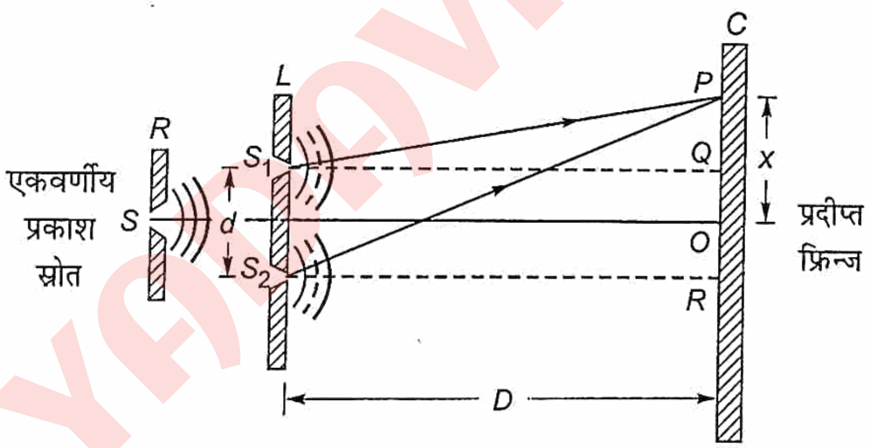
2.16.2 संपोषी तथा विनाशी व्यतिकरण (Constructive and Destructive Interference)

स्लिटों S_1 व S_2 से चलने वाली प्रकाश तरंगें (नए प्रकाश स्रोत) स्क्रीन C पर पहुँचती हैं। माना स्क्रीन पर स्थित बिंदु P पर प्रकाश (चित्र 2.12) की तीव्रता (intensity) ज्ञात करनी है।

माना इन तरंगों के कारण, बिंदु P पर किसी क्षण, विस्थापन y_1 व y_2 हैं

तो
$$y_1 = a_1 \sin \omega t$$
$$y_2 = a_2 \sin(\omega t + \phi) \qquad \text{...(i)}$$

जहाँ a_1 व a_2 = दोनों तरंगों के आयाम



चित्र 2.12

ϕ = दोनों तरंगों के मध्य कलान्तर

तथा $\frac{\omega}{2\pi}$ = प्रत्येक तरंग की आवृत्ति

अध्यारोपण के सिद्धान्त (Principle of superposition) से बिंदु P पर परिणामी विस्थापन,

$$Y = y_1 + y_2$$
$$= a_1 \sin \omega t + a_2 \sin(\omega t + \phi)$$
$$= a_1 \sin \omega t + a_2 \sin \omega t \cdot \cos\phi + a_2 \cos \omega t \cdot \sin\phi$$

(त्रिकोणमितीय सूत्र $\sin(A+B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$ से)

$$Y = \sin \omega t (a_1 + a_2 \cos\phi) + \cos \omega t (a_2 \sin\phi) \qquad \text{... (ii)}$$

अब, माना कि $a_1 + a_2 \cos\phi = A\cos\theta$ ...(iii)

तथा $a_2 \sin\phi = A\sin\theta$ ...(iv)

उपरोक्त मान समीकरण (ii) में रखने पर,

$$Y = \sin\omega t \cdot A\cos\theta + \cos\omega t \cdot A\sin\theta$$

$$= A(\sin\omega t \cdot \cos\theta + \cos\omega t \cdot \sin\theta)$$

$$\mathbf{Y = A\sin(\omega t + \theta)} \quad ...(9)$$

समीकरण (9) समीकरण (i) के ही समान है;

अत: बिंदु P पर परिणामी विस्थापन Y, एक ऐसी तरंग के कारण है जिसका आयाम A तथा दोनों तरंगों के बीच कलान्तर θ है।

परिणामी आयाम (Resultant amplitude)—परिणामी आयाम A ज्ञात करने के लिए समीकरण (iii) व (iv) के दोनों पक्षों का वर्ग करके, जोड़ देते हैं।

अर्थात् $$A^2\cos^2\theta + A^2\sin\theta = (a_1 + a_2\cos\phi)^2 + a_2^2\sin^2\phi$$

$$= a_1^2 + a_2^2\cos^2\phi + 2a_1a_2\cos\phi + a_2^2\sin^2\phi$$

या $$A^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = a_1^2 + a_2^2(\cos^2\phi + \sin^2\phi) + 2a_1a_2\cos\phi$$

$$\mathbf{A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\phi} \quad ...(10)$$

$(\because \cos^2\phi + \sin^2\phi = 1)$

तीव्रता (Intensity)—

$\because$ तीव्रता, आयाम के वर्ग के अनुक्रमानुपाती होती है

अर्थात् $$I \propto A^2$$

या $$I = KA^2$$ (K = नियतांक)

अत: **परिणामी तीव्रता** (Resultant Intensity)—

$$I = KA^2 = Ka_1^2 + Ka_2^2 + 2Ka_1a_2\cos\phi$$

या $$\mathbf{I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\phi} \quad ...(11)$$

जहाँ K = अनुक्रमानुपाती नियतांक

यदि $a_1 = a_2 = a$ हो, तो $$I = 2a^2(1+\cos\phi) = 2a^2[1 + 2\cos^2(\phi/2) - 1]$$

या $$\mathbf{I = 4a^2\cos^2\frac{\phi}{2}} \quad ...(12)$$

यदि दोनों तरंगों की अलग-अलग तीव्रतायें I_1 व I_2 हों

तो $$I_1 = Ka_1^2 \text{ व } I_2 = Ka_2^2$$

$$\mathbf{I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2}\cdot\cos\phi} \quad ...(13)$$

स्पष्ट है कि परिणामी तीव्रता, दोनों तरंगों के मध्य कलान्तर ϕ पर निर्भर है।

संपोषी व्यतिकरण (Constructive Interference)—

समीकरण (11) अथवा (13) से स्पष्ट है कि P बिंदु पर अधिकतम तीव्रता के लिए

$$\cos\phi = +1$$

YADAVRKI00%

अर्थात् $\phi = 0, 2\pi, 4\pi, 6\pi, \ldots$

या $\phi = 2\pi n$ ... (14)

जहाँ $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$

यह कलान्तर (Phase difference) के पद में संपोषी व्यतिकरण का प्रतिबन्ध है। जब S_1 तथा S_2 से चलने वाली तरंगें P तक पहुँचने में असमान दूरी तय करती हैं तथा दोनों तरंगों द्वारा तय किये गये पथों का अन्तर x हो ($S_2P - S_1P = x$) तो कलान्तर

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot x$$

या

$$x = \frac{\lambda}{2\pi} \times \phi$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi} \times 2\pi n$$

$$x = n\lambda \qquad \ldots(15)$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots$

यह पथान्तर (Path difference) के पद में संपोषी व्यतिकरण का प्रतिबन्ध है।

समीकरण (13) से

$$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2} \qquad \ldots \text{(viii)}$$

$$= (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 \qquad (\because I \propto a^2)$$

या

$$I_{max} = (a_1 + a_2)^2 \qquad \ldots(16)$$

विनाशी व्यतिकरण (Destructive Interference)—

P बिंदु पर न्यूनतम तीव्रता (या विनाशी व्यतिकरण) के लिए :

$$\cos\phi = -1$$

अर्थात् $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, 7\pi, \ldots$

$$\phi = (2n - 1)\pi$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$

यह कलान्तर के पद में विनाशी व्यतिकरण का प्रतिबन्ध है। इसी प्रकार यदि पथान्तर x के लिए कलान्तर ϕ हो, तो

$$x = \frac{\lambda}{2\pi}\phi$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi}(2n-1)\pi$$

या

$$x = (2n - 1)\frac{\lambda}{2} \qquad \ldots (17)$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots$

यह पथान्तर (Path difference) के पद में विनाशी व्यतिकरण का प्रतिबन्ध है।

अत: समीकरण (13) से,

$$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \times I_2} \qquad (\because \cos\phi = 1)$$

$$= (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

$$I_{min} = (a_1 - a_2)^2 \qquad \ldots(18)$$

$$(\because I \propto a^2)$$

YADAVRK100%

संपोषी तथा विनाशी व्यतिकरण में अनुपात—

समीकरण (15) व (18) से,

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2} \quad ...(19)$$

कुछ महत्वपूर्ण सूत्र

(a) $\because$ $$I \propto a^2$$

$\therefore$ $$I_1 = Ka_1^2$$

तथा $$I_2 = Ka_2^2$$

अत: $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} \quad ...(20)$$

(b) यदि दोनों स्लिटों की चौड़ाई क्रमश: W_1 व W_2 तथा उनसे निकलने वाली प्रकाश तरंगों की संगत तीव्रता क्रमश: I_1 व I_2 हों, तो

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{W_1}{W_2} \quad ...(21)$$

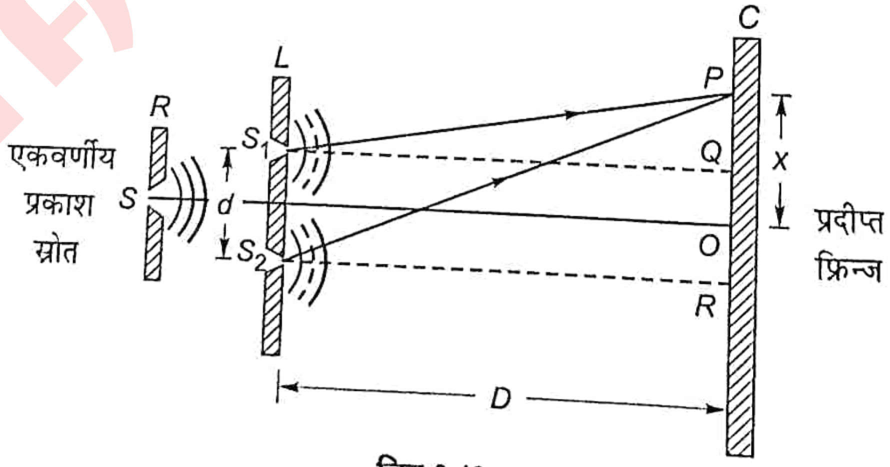
(c) समीकरण (20) व (21) से,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{W_1}{W_2} \quad ...(22)$$

2.16.3 फ्रिन्ज-चौड़ाई एवं दूरी के लिए सम्बन्ध (Relation for distance and fringe width)

प्रकाश तरंगों के व्यतिकरण प्रतिरूप (Interference pattern) में दीप्त (Bright) तथा अदीप्त (Dark) तरंगें एक समान अन्तराल में प्राप्त होती हैं। अत: **दो क्रमागत दीप्त अथवा दो क्रमागत अदीप्त फ्रिन्जों के बीच की दूरी या फ्रिन्ज-अन्तराल को फ्रिन्ज चौड़ाई कहते हैं।**

माना S_1 व S_2 दो समान्तर रेखा स्लिट हैं जिनके मध्य दूरी d है (चित्र 2.13)। S एक संकीर्ण एकवर्णी प्रकाश (Monochromatic light) स्रोत है। हाइगेन्स के अनुसार S_1 व S_2 एक कला सम्बद्ध स्रोत की तरह कार्य करते हैं।



चित्र 2.13

इन स्रोतों से D दूरी पर स्थित स्क्रीन पर C व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त होता है। बिंदु O स्क्रीन का केन्द्र है जहाँ S_1 व S_2 से पहुँचने वाली तरंगों के मध्य पथान्तर (Path Difference) शून्य होता है, अत: बिंदु O पर प्रदीप्त फ्रिन्ज (Bright fringe) बनती है।

माना कि बिंदु O से x दूरी पर स्थित किसी बिंदु P पर प्रकाश की तीव्रता ज्ञात करनी है। अत: बिंदु P पर S_1 व S_2 से पहुँचने वाली तरंगों के मध्य पथान्तर अर्थात् S_2P तथा S_1P का अन्तर ज्ञात करते हैं। चित्र 2.13 की ज्यामिति से—

$$PQ = \left[x - \frac{d}{2}\right] \text{ तथा } PR = \left[x + \frac{d}{2}\right]$$

अत:
$$(S_2P)^2 = (S_2R)^2 + (PR)^2$$
$$= D^2 + \left[x + \frac{d}{2}\right]^2 \qquad \text{(समकोण } \Delta S_2 PR \text{ से)}$$

तथा
$$(S_1P)^2 = (S_1Q)^2 + (PQ)^2$$
$$= D^2 + \left[x - \frac{d}{2}\right]^2 \qquad \text{(समकोण } \Delta S_1 PQ \text{ से)}$$

अत:
$$(S_2P)^2 - (S_1P)^2 = \left\{D^2 + \left[x + \frac{d}{2}\right]^2\right\} - \left\{D^2 + \left[x - \frac{d}{2}\right]^2\right\} \qquad ...(i)$$
$$= 2xd$$

परंतु
$$(S_2P)^2 - (S_1P)^2 = (S_2P + S_1P)(S_2P - S_1P)$$

चूँकि x तथा d का मान मिलीमीटर (mm) की कोटि (order of magnitude) का होता है जबकि D का मान लगभग 100 cm होता है। अत: $S_2P + S_1P$ का मान लगभग $2D$ लिया जा सकता है।

अर्थात्
$$S_2P + S_1P = 2D$$

∴
$$(S_2P)^2 + (S_1P)^2 = 2D \times (S_2P - S_1P) \qquad ...(ii)$$

अब समीकरण (i) व (ii) से,
$$2xd = 2D \times (S_2P - S_1P)$$

अत:
$$S_2P - S_1P = \frac{xd}{D}$$

अर्थात्
$$\textbf{बिंदु } \boldsymbol{P} \textbf{ पर पथान्तर} = \frac{\boldsymbol{xd}}{\boldsymbol{D}} \qquad ...(23)$$

दीप्त फ्रिन्जों के लिए दूरी (Distance for Bright Fringes)—यदि उपरोक्त पथान्तर तरंगदैर्ध्य λ का पूर्ण गुणज हो, तो बिंदु P की तीव्रता अधिकतम होगी अर्थात् बिंदु P दीप्त (Bright) होगा। अत: बिंदु P पर दीप्त (Bright) फ्रिन्ज के लिए,

$$\frac{xd}{D} = n\lambda \qquad \text{(जहाँ } n = 0, 1, 2, 3, ...)$$

अथवा
$$\boldsymbol{x = n\left[\frac{D\lambda}{d}\right]} \qquad ...(24)$$

जहाँ $n = 0, 1, 2, ...$

अदीप्त फ्रिन्जों के लिए दूरी (Distance for dark fringes)—यदि पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ (अर्द्ध तरंगदैर्ध्य) का विषम गुणज (odd multiple) है, तो बिंदु P अदीप्त (Dark) होगा अर्थात् बिंदु P पर काली फ्रिन्ज (Black fringe) बनेगी अत: बिंदु P पर काली फ्रिन्जें बनने के लिए

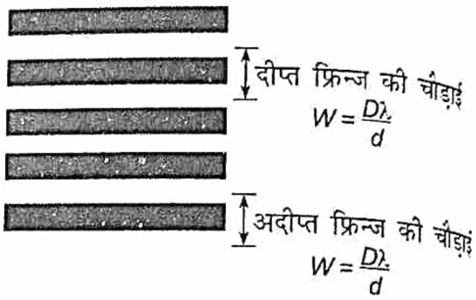
$$\frac{xd}{D} = (2n-1)\frac{\lambda}{2} \qquad \text{(जहाँ } n = 1, 2, 3, ...)$$

अथवा
$$\boldsymbol{x = (2n-1)\left[\frac{D\lambda}{2d}\right]} \qquad ...(25)$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$

समीकरण (25) में क्रमशः $n = 1, 2, 3, \ldots$ आदि रखने पर क्रमशः प्रथम, द्वितीय, तृतीय, ... आदि अदीप्त फ्रिन्जें (Dark fringes) प्राप्त होंगी।

व्यतिकरण फ्रिन्ज की चौड़ाई (Fringe width)—किसी एक दीप्त फ्रिन्ज के मध्य से अगली (next) दीप्त फ्रिन्ज के बीच की दूरी को फ्रिन्ज की चौड़ाई कहते हैं (चित्र 2.14)। इसे W से प्रदर्शित करते हैं।



चित्र 2.14

माना nवीं तथा $(n+1)$वीं दीप्त फ्रिन्ज की केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूरी क्रमशः x_n तथा x_{n+1} हैं। अतः समीकरण (24) से,

$$x_n = n\frac{D\lambda}{d}$$

तथा

$$x_{n+1} = (n+1)\frac{D\lambda}{d}$$

अतः nवीं तथा $(n+1)$ वीं दीप्त फ्रिन्जों के मध्य दूरी

$$x_{n+1} - x_n = (n+1)\frac{D\lambda}{d} - n\frac{D\lambda}{d}$$

$$= \frac{D\lambda}{d}$$

चूँकि फ्रिन्ज की चौड़ाई

$$W = x_{n+1} - x_n$$

अतः

$$\boldsymbol{W = \frac{D\lambda}{d}} \qquad \ldots(26)$$

इसी प्रकार सिद्ध कर सकते हैं कि दो अदीप्त फ्रिन्जों के बीच दूरी

$$\boldsymbol{W = \frac{D\lambda}{d}}$$

$\therefore$ W का मान n पर निर्भर नहीं करता, अतः **दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई एक समान होती है।**

फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई (Angular width of fringes)—चूँकि दीप्त तथा अदीप्त फ्रिंज की चौड़ाई (W) एक समान होती है, इसलिए इन दोनों की चौड़ाई भी समान होगी।

यदि फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई का मान θ है, तो—

$$\tan\theta = \frac{W}{D} = \frac{\frac{D\lambda}{d}}{D}$$

चूँकि θ का मान बहुत छोटा है, अतः $\tan\theta \approx \theta$ (रेडियन)

अतः

$$\theta = \frac{\lambda}{d} \qquad \ldots(27)$$

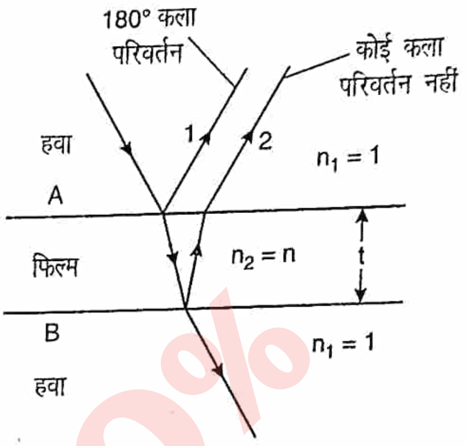
§ 2.17 पतले फिल्म के द्वारा व्यतिकरण (Interference due to thin Films)

पतले फिल्म से परावर्तित प्रकाश किरणों के द्वारा व्यतिकरण की घटना प्रकृति में सामान्य रूप से परिलक्षित होती है जैसे साबुन के घोल से बनी पतली फिल्म (बुलबुले की सतह) पर जब सूर्य का प्रकाश पड़ता है तो फिल्म के दोनों पृष्ठों से परावर्तन के पश्चात परावर्तित प्रकाश में व्यतिकरण होता है। इसी प्रकार पानी के ऊपर फैली तेल की पतली फिल्म के द्वारा भी व्यतिकरण होता है।

इस प्रकार के व्यतिकरण की घटना में बहुत ही खूबसूरत तथा रंग-बिरंगे, मनमोहक पैटर्न बनते हैं जो लगातार बदलते रहते हैं।

YADAVRK100%

जब कोई तरंग n_1 अपवर्तनांक वाले माध्यम से n_2 अपवर्तनांक वाले माध्यम की ओर जाता है, तो परावर्तन होने पर तरंग की कला में 180° का परिवर्तन हो जाता है, यदि $n_2 > n_1$ अर्थात् परावर्तित तथा आपतित तरंगों के बीच 180° का कलान्तर हो जाता है तथा $n_2 < n_1$ होने पर परावर्तित तरंग की कला में कोई परिवर्तन नहीं होता है अर्थात् परावर्तित तथा आपतित तरंगों के बीच कलान्तर शून्य होता है।



चित्र 2.15

माना चित्र 2.15 में एक समान मोटाई t तथा अपवर्तनांक n की एक पतली फिल्म प्रदर्शित है। माना वायु में चलने वाली प्रकाश किरण, फिल्म की दो सतहों के लगभग लम्बवत् है।

फिल्म की ऊपरी सतल (A) से परावर्तन होने पर किरण 1 में आपतित किरण के सापेक्ष 180° का कला परिवर्तन हो जाता है तथा किरण 2, जो फिल्म की निचली सतह (B) से परावर्तित होती है, में कोई कला परिवर्तन नहीं होता है। अत: किरण 1, किरण 2 से 180° के कलान्तर पर होती है, जो एक पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ के तुल्य होता है। किरण 2 फिल्म के अन्दर चलने के पश्चात् वायु में चलती है, जबकि किरण 1 पूरा पथ वायु में तय करती है। इस कारण इन दोनों तरंगों में होने वाला पथान्तर $= 2nt$। अत: किरण 1 व 2 में होने वाला

$$\text{नेट पथान्तर} = 2nt \pm \frac{\lambda}{2} \quad \text{...(i)}$$

अत:

$$2nt \pm \frac{\lambda}{2} = \pm 2N\frac{\lambda}{2}$$

अथवा

$$2nt = \pm(2N-1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{जहाँ} \quad N = 1, 2, 3, ... \quad \text{...(ii)}$$

होने पर संपोषी व्यतिकरण होता है।

तथा

$$2nt \pm \frac{\lambda}{2} = \pm(2N-1)\frac{\lambda}{2}$$

अथवा

$$2nt = \pm 2N\frac{\lambda}{2}, \quad \text{जहाँ} \quad N = 0, 1, 2, ... \quad \text{...(iii)}$$

होने पर विनाशी व्यतिकरण होता है।

उपरोक्त तीनों समीकरणों की सत्यता तभी प्रमाणित होती है, जब फिल्म के दोनों ओर के माध्यम समान होते हैं।

श्वेत प्रकाश में बहुत-सी तरंगदैर्ध्य होती हैं, इनमें से जो तरंगदैर्ध्य समीकरण (ii) को सन्तुष्ट करती हैं वह तरंगदैर्ध्य परावर्तित प्रकाश में दिखायी देती हैं, इन विभिन्न तरंगों के अधिव्यापन (overlapping) के कारण ही विभिन्न रंग दिखायी देते हैं और वह तरंगदैर्ध्य जो समीकरण (iii) को सन्तुष्ट करती है, परावर्तित प्रकाश में अनुपस्थित हो जाती है। जो रंग परावर्तित प्रकाश (reflected light) में उपस्थित होते हैं फिल्म से पारगमित प्रकाश (transmitted light) में अनुपस्थित रहते हैं तथा जो रंग परावर्तित प्रकाश में अनुपस्थित होते हैं, वे पारगमित प्रकाश में उपस्थित होते हैं। फिल्म से परावर्तित तथा पारगमित प्रकाश में दिखाई देने वाले रंग एक दूसरे के पूरक होते हैं। इन सभी रंगों के योग से आपतित प्रकाश का रंग प्राप्त होता है।

§ 2.18 व्यतिकरण की आवश्यक शर्तें (Conditions for interference)

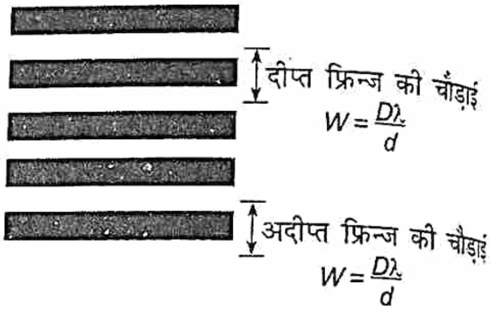
स्थिर एवं स्पष्ट व्यतिकरण प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित शर्तों का पूरा होना आवश्यक है—

(i) व्यतिकारी तरंगें कला सम्बद्ध स्रोत (coherent sources) से प्राप्त हों।

(ii) मूल स्रोत से उत्पन्न प्रकाश एकवर्णी हो।

YADAVRK100%

समीकरण (25) में क्रमशः $n = 1, 2, 3, \ldots$ आदि रखने पर क्रमशः प्रथम, द्वितीय, तृतीय, ... आदि अदीप्त फ्रिन्जें (Dark fringes) प्राप्त होंगी।



चित्र 2.14

व्यतिकरण फ्रिन्ज की चौड़ाई (Fringe width)—किसी एक दीप्त फ्रिन्ज के मध्य से अगली (next) दीप्त फ्रिन्ज के बीच की दूरी को फ्रिन्ज की चौड़ाई कहते हैं (चित्र 2.14)। इसे W से प्रदर्शित करते हैं।

माना nवीं तथा $(n+1)$वीं दीप्त फ्रिन्ज की केन्द्रीय फ्रिन्ज से दूरी क्रमशः x_n तथा x_{n+1} हैं। अतः समीकरण (24) से,

$$x_n = n\frac{D\lambda}{d}$$

तथा
$$x_{n+1} = (n+1)\frac{D\lambda}{d}$$

अतः nवीं तथा $(n+1)$ वीं दीप्त फ्रिन्जों के मध्य दूरी

$$x_{n+1} - x_n = (n+1)\frac{D\lambda}{d} - n\frac{D\lambda}{d}$$
$$= \frac{D\lambda}{d}$$

चूँकि फ्रिन्ज की चौड़ाई

$$W = x_{n+1} - x_n$$

अतः
$$\boldsymbol{W = \frac{D\lambda}{d}} \quad \ldots(26)$$

इसी प्रकार सिद्ध कर सकते हैं कि दो अदीप्त फ्रिन्जों के बीच दूरी

$$\boldsymbol{W = \frac{D\lambda}{d}}$$

$\therefore$ W का मान n पर निर्भर नहीं करता, अतः **दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई एक समान होती है।**

फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई (Angular width of fringes)—चूँकि दीप्त तथा अदीप्त फ्रिंज की चौड़ाई (W) एक समान होती है, इसलिए इन दोनों की चौड़ाई भी समान होगी।

यदि फ्रिंज की कोणीय चौड़ाई का मान θ है, तो—

$$\tan\theta = \frac{W}{D} = \frac{\frac{D\lambda}{d}}{D}$$

चूँकि θ का मान बहुत छोटा है, अतः $\tan\theta \approx \theta$ (रेडियन)

अतः
$$\theta = \frac{\lambda}{d} \quad \ldots(27)$$

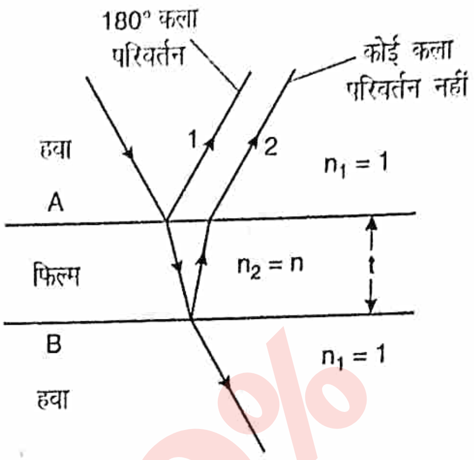
§ 2.17 पतले फिल्म के द्वारा व्यतिकरण (Interference due to thin Films)

पतले फिल्म से परावर्तित प्रकाश किरणों के द्वारा व्यतिकरण की घटना प्रकृति में सामान्य रूप से परिलक्षित होती है जैसे साबुन के घोल से बनी पतली फिल्म (बुलबुले की सतह) पर जब सूर्य का प्रकाश पड़ता है तो फिल्म के दोनों पृष्ठों से परावर्तन के पश्चात परावर्तित प्रकाश में व्यतिकरण होता है। इसी प्रकार पानी के ऊपर फैली तेल की पतली फिल्म के द्वारा भी व्यतिकरण होता है।

इस प्रकार के व्यतिकरण की घटना में बहुत ही खूबसूरत तथा रंग-बिरंगे, मनमोहक पैटर्न बनते हैं जो लगातार बदलते रहते हैं।

YADAVRK100%

जब कोई तरंग n_1 अपवर्तनांक वाले माध्यम से n_2 अपवर्तनांक वाले माध्यम की ओर जाता है, तो परावर्तन होने पर तरंग की कला में 180° का परिवर्तन हो जाता है, यदि $n_2 > n_1$ अर्थात् परावर्तित तथा आपतित तरंगों के बीच 180° का कलान्तर हो जाता है तथा $n_2 < n_1$ होने पर परावर्तित तरंग की कला में कोई परिवर्तन नहीं होता है अर्थात् परावर्तित तथा आपतित तरंगों के बीच कलान्तर शून्य होता है।



चित्र 2.15

माना चित्र 2.15 में एक समान मोटाई t तथा अपवर्तनांक n की एक पतली फिल्म प्रदर्शित है। माना वायु में चलने वाली प्रकाश किरण, फिल्म की दो सतहों के लगभग लम्बवत् है।

फिल्म की ऊपरी सतल (A) से परावर्तन होने पर किरण 1 में आपतित किरण के सापेक्ष 180° का कला परिवर्तन हो जाता है तथा किरण 2, जो फिल्म की निचली सतह (B) से परावर्तित होती है, में कोई कला परिवर्तन नहीं होता है। अतः किरण 1, किरण 2 से 180° के कलान्तर पर होती है, जो एक पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ के तुल्य होता है। किरण 2 फिल्म के अन्दर चलने के पश्चात् वायु में चलती है, जबकि किरण 1 पूरा पथ वायु में तय करती है। इस कारण इन दोनों तरंगों में होने वाला पथान्तर $= 2nt$। अतः किरण 1 व 2 में होने वाला

$$\text{नेट पथान्तर } = 2nt \pm \frac{\lambda}{2} \quad \text{...(i)}$$

अतः
$$2nt \pm \frac{\lambda}{2} = \pm 2N\frac{\lambda}{2}$$

अथवा
$$2nt = \pm(2N-1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{जहाँ} \quad N = 1, 2, 3, ... \quad \text{...(ii)}$$

होने पर संपोषी व्यतिकरण होता है।

तथा
$$2nt \pm \frac{\lambda}{2} = \pm(2N-1)\frac{\lambda}{2}$$

अथवा
$$2nt = \pm 2N\frac{\lambda}{2}, \quad \text{जहाँ} \quad N = 0, 1, 2, ... \quad \text{...(iii)}$$

होने पर विनाशी व्यतिकरण होता है।

उपरोक्त तीनों समीकरणों की सत्यता तभी प्रमाणित होती है, जब फिल्म के दोनों ओर के माध्यम समान होते हैं।

श्वेत प्रकाश में बहुत-सी तरंगदैर्ध्य होती हैं, इनमें से जो तरंगदैर्ध्य समीकरण (ii) को सन्तुष्ट करती हैं वह तरंगदैर्ध्य परावर्तित प्रकाश में दिखायी देती हैं, इन विभिन्न तरंगों के अधिव्यापन (overlapping) के कारण ही विभिन्न रंग दिखायी देते हैं और वह तरंगदैर्ध्य जो समीकरण (iii) को सन्तुष्ट करती है, परावर्तित प्रकाश में अनुपस्थित हो जाती है। जो रंग परावर्तित प्रकाश (reflected light) में उपस्थित होते हैं फिल्म से पारगमित प्रकाश (transmitted light) में अनुपस्थित रहते हैं तथा जो रंग परावर्तित प्रकाश में अनुपस्थित होते हैं, वे पारगमित प्रकाश में उपस्थित होते हैं। फिल्म से परावर्तित तथा पारगमित प्रकाश में दिखाई देने वाले रंग एक दूसरे के पूरक होते हैं। इन सभी रंगों के योग से आपतित प्रकाश का रंग प्राप्त होता है।

§ 2.18 व्यतिकरण की आवश्यक शर्तें (Conditions for Interference)

स्थिर एवं स्पष्ट व्यतिकरण प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित शर्तों का पूरा होना आवश्यक है—

(i) व्यतिकारी तरंगें कला सम्बद्ध स्रोत (coherent sources) से प्राप्त हों।

(ii) मूल स्रोत से उत्पन्न प्रकाश एकवर्णी हो।

YADAVRK100%

(iii) दोनों तरंगों की आवृत्तियाँ तथा तरंगदैर्ध्य बराबर हों।

(iv) दोनों तरंगों का आयाम लगभग बराबर है।

(v) व्यतिकारी तरंगें एक ही दिशा में संचारित होनी चाहिएँ अथवा उनके मध्य का कोण अति न्यून हो।

(vi) दोनों स्त्रोतों के मध्य दूरी कम होनी चाहिए।

(vii) यदि व्यतिकरण करने वाली तरंगें ध्रुवित हैं तो उनके ध्रुवण की अवस्था समान होनी चाहिए।

दैनिक जीवन में भी व्यतिकरण के कुछ उदाहरण पाये जाते हैं जिनमें से मुख्य निम्न हैं—

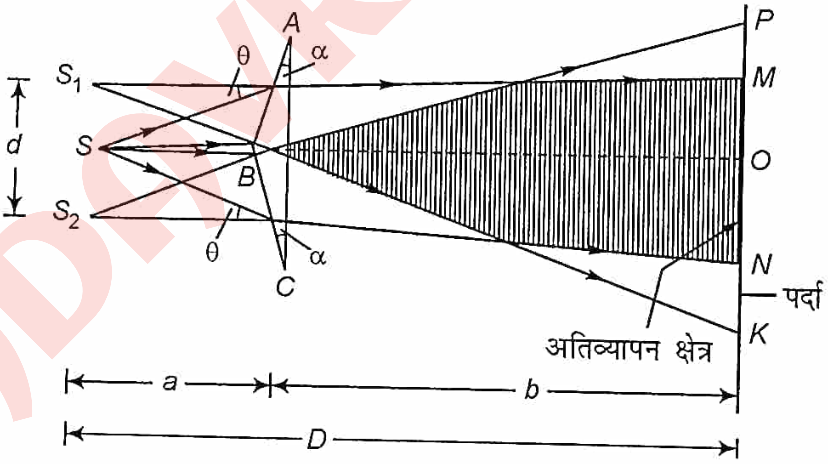
(i) पतली फिल्मों के रंग (जैसे—साबुन के घोल के बुलबुले का रंग)

(ii) पानी पर फैले तेल के रंग।

§ 2.19 फ्रैजनल द्वि-प्रिज्म में व्यतिकरण (Interference in Fresnel's Biprism)

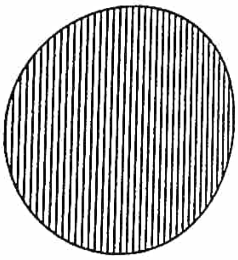
फ्रैजनल बाई-प्रिज्म से अपवर्तन की क्रिया द्वारा दो कला सम्बद्ध स्त्रोत प्राप्त किए जाते हैं जिनसे व्यतिकरण प्रतिरूप प्राप्त होता है। इसमें दो प्रिज्म होते हैं जो आधार पर जुड़े होते हैं। इनके अपवर्तन कोणों के मान बराबर तथा अत्यधिक लघु [लगभग $\frac{1^\circ}{2}$ या 30 मिनट] होते हैं।

S एक ऊर्ध्वाधर पतली स्लिट (Narrow vertical Slit) है जिसे सोडियम लैम्प से प्राप्त एकवर्णीय प्रकाश से आलोकित किया जाता है (चित्र 2.16)। बाई-प्रिज्म ABC को इस स्लिट S के आगे इस प्रकार रखते हैं कि प्रिज्म के बीच की कोर ऊर्ध्वाधर स्लिट S के समान्तर रहे।



चित्र 2.16

जब S से निकलने वाली बेलनाकार तरंगाग्र बाई-प्रिज्म के अपवर्तक पृष्ठों AB और BC पर गिरती है तो तरंगाग्र के आधे भाग का अपवर्तन प्रिज्म ABC के पृष्ठ AB द्वारा शेष आधे भाग का अपवर्तन प्रिज्म ABC के पृष्ठ BC द्वारा होता है। अपवर्ती किरणें पीछे बढ़ाए जाने पर S_1 व S_2 से आती हुई प्रतीत होती हैं। इस प्रकार S के दो आभासी प्रतिबिम्ब S_1 व S_2 बन जाते हैं। आभासी प्रतिबिम्ब S_1 व S_2 दो एकवर्णीय कला सम्बद्ध स्त्रोतों (coherent sources) की भांति कार्य करते हैं। S_1 व S_2 से अपसारित होने वाले (Diverging) प्रकाश के शंकु (cone) MS_1K व NS_2P परस्पर अध्यारोपित (Superimpose) हो जाते हैं और अतिव्यापन क्षेत्र (Overlapping region) MN में व्यतिकरण फ्रिन्जें बन जाती हैं। फ्रिन्जों की चौड़ाई MN क्षेत्र में (पर्दे PK पर) बराबर तथा MN के बाहर अधिक होती है। स्क्रीन के स्थान पर इन फ्रिन्जों को एक नेत्रिका (eye piece) के क्रॉस वायर पर फोकस करके देखा जा सकता है। फ्रिन्जों के प्रतिरूप को चित्र 2.17 में प्रदर्शित किया गया है।



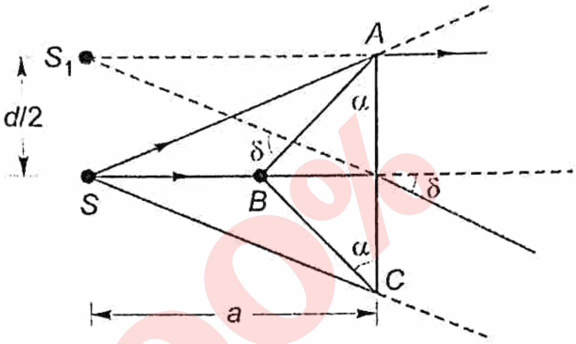
चित्र 2.17

YADAVRK100%

फ्रैजनल बाई-प्रिज्म की सहायता से प्रकाश का तरंगदैर्ध्य ज्ञात करना—माना प्रिज्म के अपवर्तक तलों AB व BC द्वारा प्रकाश किरण के मार्ग में उत्पन्न विचलन कोण (Angle of Deviation) δ (डेल्टा) है। यदि प्रत्येक प्रिज्म का कोण α (अल्फा) तथा अपवर्तनांक μ (म्यू) हो, तो विचलन कोण

$$\delta = \alpha(\mu - 1)$$

यदि स्लिट S तथा बाई-प्रिज्म ABC के मध्य दूरी a हो तो चित्र 2.18 से,



चित्र 2.18

$$\frac{d}{2} = a\tan\delta = a\delta \qquad (\because \delta \text{ अत्याल्प है})$$

$$= a\alpha(\mu - 1) \qquad (\because \delta = \alpha(\mu - 1))$$

या $\mathbf{d = 2a\,\alpha\,(\mu - 1)}$

यदि बाई-प्रिज्म और स्क्रीन के मध्य दूरी b हो तो स्लिट S से पर्दे की दूरी

$$D = (a + b)$$

यदि व्यतिकरण से उत्पन्न फ्रिन्ज की चौड़ाई W हो, तो

$$W = \frac{\lambda \times D}{d}$$

$$\lambda = \frac{W \times d}{D} \qquad ...(28)$$

तरंगदैर्ध्य,

$$\lambda = \frac{W \times [2a\,\alpha\,(\mu - 1)]}{(a + b)} \qquad ...(29)$$

[d तथा D के मान रखने पर]

W, a, b, α तथा μ का मान ज्ञात होने पर उपरोक्त समीकरण से तरंगदैर्ध्य का मान ज्ञात किया जा सकता है।

उदाहरण 3 : 1 mm दूरी पर स्थित दो समान्तर पतली झिर्रियों को एकवर्णीय प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है। 100 cm की दूरी पर स्थित पर्दे पर फ्रिन्ज प्राप्त होती है जिनके मध्य दूरी 0 · 5 mm है। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए। [UPBTE 2003]

हल—यहाँ $d = 1\,\text{mm} = 1 \times 10^{-3}\,\text{m}$

$D = 100\,\text{cm} = 1\,\text{m}$

$W = 0 \cdot 5\,\text{mm} = 0 \cdot 5 \times 10^{-3}\,\text{m}$

चूँकि फ्रिन्ज की चौड़ाई—

$$W = \frac{D\lambda}{d}$$

अत: $\lambda = \dfrac{W \times d}{D}$

या $\lambda = 0 \cdot 5 \times 10^{-3} \times 10^{-3}\,\text{m}$

या $\lambda = 0 \cdot 5 \times 10^{-6}\,\text{m}$

या $\lambda = 5 \times 10^{-7}\,\text{m}$

$\therefore$ तरंगदैर्ध्य, $\lambda = \mathbf{5000\ \text{Å}}$

YADAVRK100%
yadavRk100%

उदाहरण 4 : यंग के प्रयोग में दो स्लिट के मध्य 0 · 3 mm की दूरी है तथा पर्दा स्लिट तल से 1 · 5 मी दूर स्थित है। स्लिट को 4400 Å के एकवर्णीय प्रकाश से प्रदीप्त किया जाता है। ज्ञात कीजिए-(i) तीसरी दीप्त फ्रिन्ज की दूरी तथा (ii) छठवीं अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी।

हल—दिया है :

$$d = 0 \cdot 3 \text{ mm} = 0{\cdot}3 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = 1 \cdot 5 \text{ m}$$

$$\lambda = 4400 \text{ Å} = 4400 \times 10^{-10} \text{ m}$$

(i) तीसरी दीप्त फ्रिन्ज की दूरी ज्ञात करने के लिए—

$$Y_n = n\frac{D\lambda}{d} \text{ में } n = 3 \text{ रखने पर}$$

$$Y_3 = \frac{3 \times 1{\cdot}5 \times 4400 \times 10^{-10}}{0{\cdot}3 \times 10^{-3}}$$

$$Y_3 = 6 \cdot 6 \times 10^{-3} \text{ m}$$

(ii) छठवीं अदीप्त फ्रिन्ज की दूरी ज्ञात करने के लिए—

$$Y_n = (2n-1)\frac{D\lambda}{2d} \text{ में } n = 6 \text{ रखने पर}$$

$$Y_6 = (2 \times 6 - 1)\frac{1{\cdot}5 \times 4400 \times 10^{-10}}{2 \times 0{\cdot}3 \times 10^{-3}}$$

$$Y_6 = \frac{11 \times 1{\cdot}5 \times 4400 \times 10^{-10}}{2 \times 0{\cdot}3 \times 10^{-3}}$$

$$\mathbf{Y_6 = 1 \cdot 21 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

उदाहरण 5 : 6800 Å तरंगदैर्ध्य का एकवर्णीय प्रकाशपुंज 1 mm दूरी पर स्थित दो स्लिट पर आपाती है। यदि पर्दे की दूरी 1 · 5 m हो तो फ्रिन्ज की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$\lambda = 6800 \text{ Å}, d = 1 \text{ mm} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = 1 \cdot 5 \text{ m}$$

अत: फ्रिन्ज की चौड़ाई,

$$W = \frac{D\lambda}{d}$$

$$= \frac{1{\cdot}5 \times 6800 \times 10^{-10}}{1 \times 10^{-3}}$$

$$\mathbf{W = 1 \cdot 02 \times 10^{-3} \text{ मी}}$$

उदाहरण 6 : एक द्वि-छिद्रित प्रयोग में एकवर्णीय प्रकाश द्वारा छिद्रों से कुछ दूरी पर रखे पर्दे पर फ्रिन्जें प्राप्त की जाती हैं। पर्दे को छिद्रों की ओर 5×10^{-2} m खिसकाने पर फ्रिन्जों की चौड़ाई 3×10^{-5} m का परिवर्तन होता है। यदि छिद्रों के मध्य दूरी 10^{-3} m हो तो प्रयोग में प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

हल—फ्रिन्ज की चौड़ाई,

$$W = \frac{D\lambda}{d} \quad ...(1)$$

पर्दे को छिद्र की ओर खिसकाने पर छिद्र तथा पर्दे के मध्य दूरी

$$D_1 = D - 0 \cdot 5 \times 10^{-2} \text{ m}$$

अत: नये फ्रिन्ज की चौड़ाई कम होगी। इसलिए नयी फ्रिन्ज की चौड़ाई—

$$W_1 = W - 3 \times 10^{-5}$$

परन्तु

$$W_1 = \frac{D_1\lambda}{d}$$

अत:

$$W - 3 \times 10^{-5} = \frac{(D - 5 \times 10^{-2})\lambda}{d}$$

$$W = \frac{D\lambda}{d} - \frac{5 \times 10^{-2}\lambda}{d} + 3 \times 10^{-5}$$

समीकरण (i) से,

$$\frac{D\lambda}{d} = \frac{D\lambda}{d} - \frac{5 \times 10^{-2}\lambda}{d} + 3 \times 10^{-5}$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{-5} \times d}{5 \times 10^{-2}}$$

$$\lambda = \frac{3 \times 10^{-5} \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-2}}$$

$$\boldsymbol{\lambda = 6 \times 10^{-7} \text{ m}}$$

उदाहरण 7 : दो स्त्रोतों से निर्गत प्रकाश की तीव्रता I तथा $4I$ हैं। उस बिन्दु पर तीव्रता ज्ञात कीजिए जहाँ (I) कलान्तर शून्य है, (II) कलान्तर π हो, एवं (III) पथान्तर $\frac{\lambda}{4}$ हो।

हल—परिणामी तीव्रता,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \times I_2}\cos\phi$$

यहाँ $I_1 = I$ तथा $I_2 = 4I$

(I) $\phi = 0°$ पर—

$$I = I + 41 + 2\sqrt{I \times 4I} \cos 0°$$

$$= 5I + 2 \times 2I \times 1$$

$$\boldsymbol{I = 9I}$$

(II) $\phi = \pi$ लेने पर—

$$I_R = I + 4I + 2\sqrt{I \times 4I} \cos\pi$$

या

$$I_R = 5I + 4I \times (-1)$$

$$\boldsymbol{I_R = I}$$

(III) कलान्तर $= \frac{2\pi}{\lambda} x$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{4}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2}$$

अत:
$$I = I + 4I + 2\sqrt{I \times 4I} \cos\frac{\pi}{2}$$

$$I = 5I$$

उदाहरण 8 : यंग के प्रयोग में 6000 Å तरंगदैर्ध्य से फ्रिन्ज की चौड़ाई 1 · 5 mm प्राप्त होती है। यदि सम्पूर्ण प्रयो जल के भीतर किया जाये तो फ्रिन्ज की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (जल का अपवर्तनांक 1 · 33 है)

हल—दिया है,
$$\lambda_a = 6000 \text{ Å} = 6000 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$W_1 = 1 \cdot 5 \text{ mm} = 1 \cdot 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$${}_a\mu_w = 1 \cdot 33$$

फ्रिन्ज की चौड़ाई,

$$W_1 = \frac{D\lambda_a}{d}$$

$$1 \cdot 5 \times 10^{-3} = \frac{D \times 6000 \times 10^{-10}}{d} \quad ...(i)$$

जल के भीतर प्रकाश की तरंगदैर्ध्य,

$$\lambda_W = \frac{\lambda_a}{{}_a\mu_w} = \frac{6000 \times 10^{-10}}{1 \cdot 33} \text{ m}$$

अत: जल के भीतर फ्रिन्ज की चौड़ाई

$$W_2 = \frac{D\lambda_w}{d}$$

$$W_2 = \frac{D \times 6000 \times 10^{-10}}{d \times 1 \cdot 33} \quad ...(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) को हल करने पर,

$$\frac{W_2}{1 \cdot 5 \times 10^{-3}} = \frac{D \times 6000 \times 10^{-10}}{1 \cdot 33\, d} \times \frac{d}{D \times 6000 \times 10^{-10}}$$

$$W_2 = \frac{1 \cdot 5 \times 10^{-3}}{1 \cdot 33}$$

$$W_2 = 1 \cdot 12 \times 10^{-3} \text{ m}$$

उदाहरण 9 : यंग के प्रयोग में 6000 Å तरंगदैर्ध्य के एकवर्णीय प्रकाश स्रोत की दो कला सम्बद्ध स्लिट के मध्य ·5 mm की दूरी है। यदि स्लिट तथा पर्दा एक-दूसरे से 1 m दूरी पर हों तो ज्ञात कीजिए– (I) फ्रिन्ज की चौड़ाई (II) फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई।

हल—दिया है :
$$\lambda = 6000 \text{ Å} = 6000 \times 10^{-10} \text{ m}$$

YADAVRK100%

$$d = 1 \cdot 5 \text{ mm} = 1 \cdot 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$
$$D = 1 \text{ m.}$$

(I) फ्रिन्ज की चौड़ाई—

$$W = \frac{D\lambda}{d} = \frac{1 \times 6000 \times 10^{-10}}{1 \cdot 5 \times 10^{-3}}$$
$$\mathbf{W = 4 \times 10^{-4} \text{ m}}$$

(II) फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई—

$$\theta = \frac{\lambda}{d}$$
$$\theta = \frac{6000 \times 10^{-10}}{1 \cdot 5 \times 10^{-3}}$$
$$\mathbf{\theta = 4 \times 10^{-4} \text{ rad.}}$$

उदाहरण 10 : यंग के प्रयोग में फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई 0 · 5° पायी गयी जबकि प्रकाश की तरंगदैर्ध्य 6340 Å है। फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई को 25% बढ़ाने के लिए प्रयुक्त प्रकाश की तरंगदैर्ध्य की गणना कीजिए।

हल—दिया है :

$$\theta_1 = 0 \cdot 5° = \frac{\pi}{180} \times 0 \cdot 5 \text{ rad.}$$
$$\lambda_1 = 6340 \text{ Å} = 6340 \times 10^{-10} \text{ m.}$$
$$\theta_1 = \frac{\lambda_1}{d} \text{ से,}$$
$$\frac{\pi}{180} \times 0 \cdot 5 = \frac{6340 \times 10^{-10}}{d}$$

या
$$d = \frac{6340 \times 10^{-10} \times 180}{0 \cdot 5 \times \pi}$$
$$d = 7 \cdot 26 \times 10^{-5} \text{ m}$$

अब फ्रिन्ज की नयी कोणीय चौड़ाई,

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\theta_1 \times 25}{100}$$
$$\theta_2 = 0 \cdot 5 + \frac{0 \cdot 5 \times 25}{100}$$
$$\theta_2 = 0 \cdot 625°$$

या
$$\theta_2 = \frac{\pi}{180} \times 0 \cdot 625 \text{ rad.}$$

अतः
$$\theta_2 = \frac{\lambda_2}{d} \text{ से,}$$
$$\frac{\pi}{180} \times 0 \cdot 625 = \frac{\lambda_2}{7 \cdot 26 \times 10^{-5}}$$

YADVRK100%
YADVRK100%

अत: $$\lambda_2 = \frac{0.625 \times 7.26 \times 10^{-5} \times \pi}{180}$$

$$\lambda_2 = 7.919 \times 10^{-7}$$

तरंगदैर्ध्य, $$\lambda_2 = \mathbf{7919.4\ \text{Å}}$$

§ 2.20 सौर पैनल (Solar panel)

वैकल्पिक ऊर्जा स्रोत के रूप में सौर ऊर्जा का उपयोग कर सौर पैनल का निर्माण, विद्युत उत्पादन के लिए किया जाता है।

एक **सौर पैनल (फोटोवोल्टिक मॉड्यूल** या **फोटोवोल्टिक पैनल**) सौर सेलों (बैटरियों) का एक संकुलित परस्पर संबद्ध संयोजन है, जिन्हें फोटोवोल्टिक सेलों के रूप में भी जाना जाता है। क्योंकि एक एकल सौर पैनल एक सीमित मात्रा में विद्युत-शक्ति का उत्पादन कर सकता है, अत: व्यवहार में कई प्रतिष्ठानों में अलग-अलग पैनल लगे होते हैं। इसे एक फोटोवोल्टिक श्रृंखला कहा जाता है। एक फोटोवोल्टिक संस्थापन में आमतौर पर सौर पैनलों की एक श्रृंखला, एक इनवर्टर और बैटरियाँ होती हैं। फोटोवोल्टिक प्रणालियों का प्रयोग ऑन-ग्रिड या ऑफ-ग्रिड अनुप्रयोगों और अंतरिक्ष यान पर सौर पैनलों के लिए किया जाता है।

चित्र 2.19–फोटोवोल्टिक मॉड्यूल

कार्य सिद्धान्त (Working principle)

सौर पैनल फोटोवोल्टिक प्रभाव के माध्यम से विद्युत उत्पादन करने के लिए सूर्य से प्राप्त प्रकाश ऊर्जा (फोटॉन) का उपयोग करता है।

अधिकांश मॉड्यूल में वेफर-आधारित क्रिस्टलीय सिलिकॉन सेल या कैडमियम टेल्युराइड या सिलिकॉन आधारित एक पतली-झिल्ली वाली सेल का प्रयोग होता है। क्रिस्टलीय सिलिकॉन, जिसे आमतौर पर फोटोवोल्टिक (PV) मॉड्युलों में वेफर के रूप में प्रयोग किया जाता है, सिलिकॉन से प्राप्त होता है, जो आम तौर पर इस्तेमाल किया जाने वाला अर्द्ध-चालक होता है।

सोलर सेल के गर्म होने से उसके परिचालन संबंधी कार्य क्षमता में कमी होती है। अत: उच्च कार्य क्षमता प्राप्त करने के लिए पैनल की नियमित सफाई के अतिरिक्त कुछ अन्य तकनीकी युक्तियाँ भी अपनाई जाती हैं—

(i) सर्वोत्तम पारदर्शी चालक का चयन कर (Choosing optimum transparent conductor)—ऐसे पारदर्शी फिल्म जो सौर विकिरण ऊर्जा को अधिकतम रूप से अपने भीतर से जाने देने के साथ-साथ अधिकतम विद्युतिक चालक का गुण रखते हों जैसे इण्डियम टिन ऑक्साइड, सुचालक पॉलीमर या सुचालक नैनोतार का प्रयोग किया जाता है।

(ii) दृश्य स्पेक्ट्रम प्रकाश प्रकीर्णन को बढ़ाकर (Promoting light scattering in the visible spectrum)—सौर सैलों पर नैनो आकार के धात्विक कील (metallic stud) की नलियाँ बनाकर सौर ऊर्जा का अवशोषण बढ़ाया जाता है। इसके लिए चाँदी, सोना अथवा ऐल्यूमिनियम धातु का उपयोग कील (stud) के रूप में किया जाता है।

(iii) विकिर्णित शीतलन (Radiative cooling)—सामान्यतया सौर सेल में यदि 1°C ताप वृद्धि होती है तो इसकी कार्यक्षमता में 0.45% की कमी होती है। इससे बचने के लिए तापीय कृष्णिका (thermal black body) के रूप में पारदर्शी सिलिका का उपयोग किया जाता है।

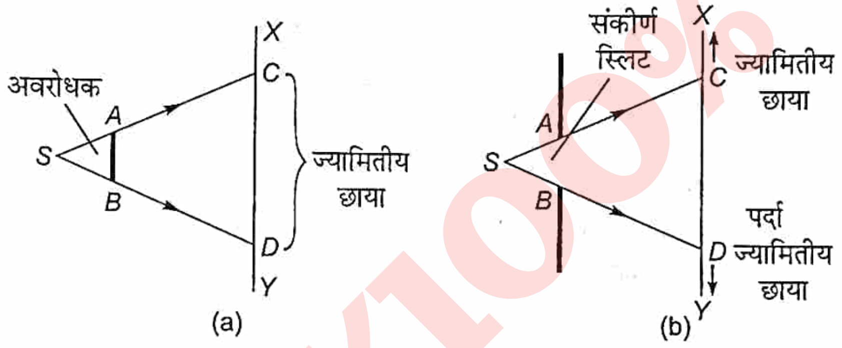
(iv) अपरावर्तक लेपन एवं संरचना (Antireflective coatings and textures)—अपरावर्तक लेपन के उपयोग से सूर्य से आपतित प्रकाश तरंगों के मध्य विनाशी व्यतिकरण (destructive interference) बढ़ता है इस प्रकार आपतित समस्त सौर ऊर्जा फोटो वोल्टाइक में संचरित (transmit) हो जाती है। साथ ही यदि सोलर सेल की सतह की संरचना इस प्रकार कर दी जाए कि परावर्तित प्रकाश पुन: सतह पर टकराये तो उपरोक्त विनाशी व्यतिकरण अत्यधिक प्राप्त होता है। संरचना विशेष की बनावट सतह के खुरचन (etching of surface) या अश्म मुद्रण (lithography) से प्राप्त होता है।

YADAVRK100%

(v) **पृष्ठ सतह निष्क्रियकरण** (Rear-surface passivation)—पतली सिलिका या ऐल्यूमिनियम ऑक्साइड की फिल्म जिस पर सिलिकॉन नाइट्राइड लगी हो, का इस्तेमाल सौर सेल के पृष्ठ भाग में उसके सतह निष्क्रिय करण के लिए किया जाता है जिसे (PERCS) (Passivated Emitter and Rear Cells) कहा जाता है।

§ 2.21 प्रकाश का विवर्तन (Diffraction of Light)

किसी प्रकाश के स्रोत (S) एवं परदा (XY) के मध्य कोई अपारदर्शी वस्तु AB रखी जाए तब परदे पर वस्तु की तीक्ष्ण (sharp) छाया CD प्राप्त होती है जिसे ज्यामितीय छाया (Geometrical Shadow) कहते हैं, चित्र 2.20 (a)। इससे स्पष्ट होता है कि प्रकाश सीधी रेखाओं में चलता है। परंतु यदि बाधा (अपारदर्शी वस्तु) का आकार बहुत छोटा है (लगभग प्रकाश की तरंगदैर्ध्य के बराबर) तब प्रकाश, वस्तु की छाया अर्थात् ज्यामितीय छाया (geometric shadow) में भी पहुँच जाता है अर्थात् अवरोधक के किनारों पर मुड़ जाता है। इसी प्रकार चित्र 2.20 (b) के अनुसार वस्तु के स्थान पर कोई बहुत छोटे आकार की स्लिट रखी जाए तब CD क्षेत्र प्रतिदीप्त (illuminated) होती है तथा प्रकाश, स्लिट द्वारा निर्मित ज्यामितीय क्षेत्र CX एवं DY, प्रतिदीप्त क्षेत्र CD से बाहर की ओर चला जाता है।



चित्र 2.20

अवरोध के किनारों पर प्रकाश के इस प्रकार मुड़ने की क्रिया विवर्तन (diffraction) कहलाती है। विवर्तन की क्रिया की खोज सर्वप्रथम इटली के वैज्ञानिक ग्रिमाल्डी (Grimaldi) द्वारा की गयी।

प्रकाश तरंगों का किनारों पर मुड़ना सामान्यतया परिलक्षित नहीं होता है। इसका कारण प्रकाश की तरंगदैर्ध्य के मान का बहुत सूक्ष्म (6×10^{-5} सेमी) होना है। ध्वनि तरंगों की तरंगदैर्ध्य प्रकाश की तरंगदैर्ध्य की 10^7 गुनी होती है। अत: जिस अवरोधक के किनारे पर ध्वनि तरंगें मुड़ जाती हैं, उसके किनारों पर प्रकाश तरंगें नहीं मुड़ पाती हैं। प्रकाश तरंगों के किसी अवरोध के सिरों पर मुड़ने की क्रिया का प्रदर्शन करने के लिए अवरोधक का आकार ध्वनि तरंगों के लिए आवश्यक अवरोधक की तुलना में 10^{-7} गुना होना चाहिए। इटली के भौतिक विज्ञानवेत्ता ग्रिमाल्डी (Grimaldi) ने अवरोधक के सिरों पर प्रकाश के मुड़ने की घटना का प्रायोगिक प्रदर्शन किया। उन्होंने यह पता लगाया कि एक सूक्ष्म आकार के प्रकाश स्रोत से जब प्रकाश एक अवरोधक पर डाला जाता है, तो

(i) अवरोधक की प्रतिछाया का आकार ज्यामितीय रचना से प्राप्त छाया के आकार से बड़ा होता है अर्थात् ज्यामितीय प्रतिछाया में प्रकाश प्रवेश कर जाता है।

(ii) प्रतिछाया सीमाओं में बँधी तथा तीव्र (Sharp) नहीं होती, अपितु छाया से बाहर रंगीन फ्रिन्ज होती है। छाया से बाहर दूर जाने पर फ्रिन्ज निकट होती हैं तथा अन्त में हमें एकसमान तीव्रता प्राप्त होती है। उपर्युक्त दोनों निरीक्षणों से स्पष्ट है कि प्रकाश किसी अवरोधक के सिरों पर मुड़ता है।

किसी अवरोधक के किनारों पर प्रकाश के मुड़ने की तथा ज्यामितीय प्रतिछाया में प्रकाश के प्रवेश करने की घटना को प्रकाश का विवर्तन कहते हैं।

Bending of light waves at the corners of a slit or opaque obstacle is called diffraction.

किसी द्वारक (Aperture) पर प्रकाश के विवर्तन के कारण भी इसी प्रकार के निरीक्षण प्राप्त होते हैं।

तरंगों का विवर्तन प्रतिरूप, अवरोधक के आकार (माना = a) एवं प्रयुक्त तरंगदैर्ध्य (माना = λ) के अनुपात $\frac{a}{\lambda}$ पर निर्भर करता है।

प्रयोगों द्वारा ज्ञात हुआ कि जब $\frac{a}{\lambda}$ का मान 50 से अधिक हो जाता है तो विवर्तन की घटना प्रेक्षित नहीं होती।

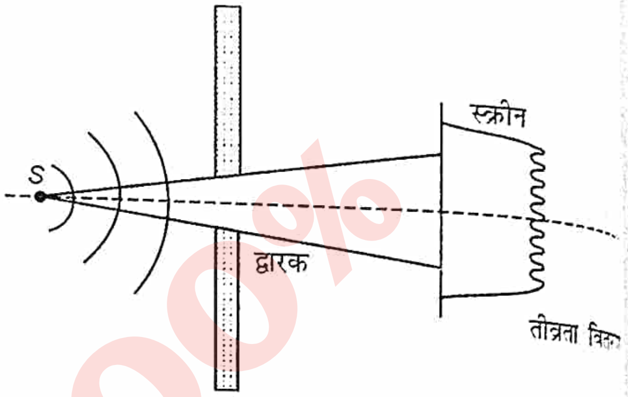
§ 2.21 विवर्तन के प्रकार (Types of Diffraction)

विवर्तन की घटना को दो वर्गों में विभाजित किया जा सकता है—

1. फ्रेजनल विवर्तन (Fresnel Diffraction)
2. फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Fraunhofer Diffraction)

2.21.1 फ्रेजनल विवर्तन (Fresnel Diffraction)

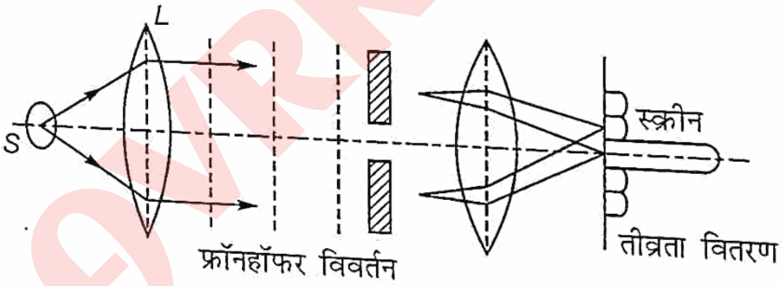
जब प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षण बिन्दु दोनों विवर्तन उत्पन्न करने वाले द्वारक (Aperture) या अवरोधक से एक निश्चित (Finite) दूरी पर होते हैं तो विवर्तन को फ्रेजनल विवर्तन कहते हैं। इसमें आपतित तथा विवर्तित तरंगाग्र गोलीय अथवा बेलनाकार होते हैं (चित्र 2.21)।



चित्र 2.21

2.21.2 फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Fraunhofer Diffraction)

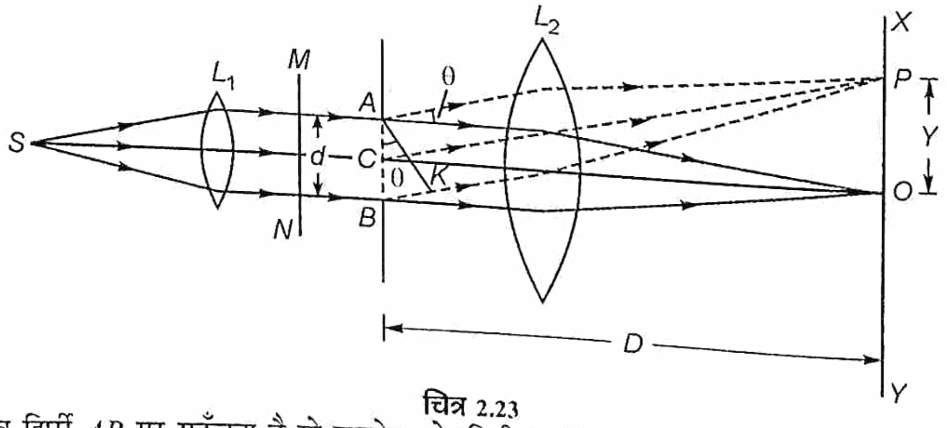
जब प्रकाश स्रोत तथा प्रेक्षण बिन्दु की विवर्तन उत्पन्न करने वाले द्वारक या अवरोधक से प्रभावी दूरी अनंत (Infinite) हो अर्थात् आपतित तथा विवर्तित तरंगाग्र दोनों समतल हों तो विवर्तन को फ्रॉनहॉफर विवर्तन कहते हैं (चित्र 2.22)।



चित्र 2.22

§ 2.22 एकल स्लिट द्वारा फ्रॉनहॉफर विवर्तन (Fraunhofer's Diffraction at a Single Slit)

माना S, तरंगदैर्ध्य λ का एकवर्णी प्रकाश स्रोत है जो लेन्स L_1 के फोकस पर रखा है। माना चौड़ाई d की एक पतली झिर्री या रेखा छिद्र AB, कागज के तल के लम्बवत् है। लेन्स L_1 द्वारा समान्तरित प्रकाशपुंज (एकवर्णी समतल तरंग्राग MN जो झिर्री के समान्तर है) झिर्री पर अभिलम्बवत् आपतित है। AB से विवर्तित प्रकाश, लेन्स L_2 द्वारा, लेन्स के फोकस तल पर रखे पर्दे XY पर फोकस होता है।



चित्र 2.23

तरंगाग्र MN जब झिर्री AB पर पहुँचता है तो हाइगेन्स के द्वितीय तरंगिकाओं के अनुसार, स्लिट AB का प्रत्येक बिन्दु द्वितीय तरंगिकाओं का स्रोत बन जाता है। AB के प्रत्येक बिन्दु से यह द्वितीय तरंगिकायें सभी दिशाओं में आगे की ओर बढ़ती

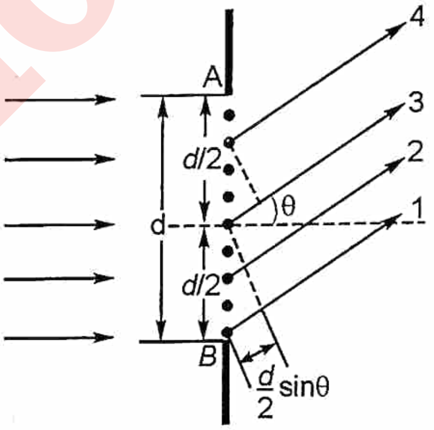
YADAVRK100%

हैं। MN की दिशा में चलने वाली सभी द्वितीय तरंगिकायें, लेन्स L_2 द्वारा पर्दे पर बिन्दु O पर फोकस होती हैं। चूँकि यह सभी द्वितीय तरंगिकायें बिन्दु O पर स्लिट AB से समान दूरी पर चलकर पहुँचती हैं, अत: इनके बीच पथान्तर शून्य होने के कारण कलान्तर भी शून्य होता है अर्थात् ये सभी समान कला में बिन्दु O पर पहुँचती हैं। अत: ये परस्पर प्रबलित (reinforced) होकर बिन्दु O पर दीप्त पट्टी (bright band) बनाती हैं। **इस दीप्त पट्टी को मुख्य उच्चिष्ठ (principal maxima) कहते हैं। अधिकांश आपतित प्रकाश इसी दीप्त पट्टी में संकेन्द्रित होता है।**

जो द्वितीय तरंगिकायें स्लिट AB पर आपतित दिशा से θ कोण बनाते हुए विवर्तित होती हैं, वे लेन्स L_2 द्वारा पर्दे पर बिन्दु P पर फोकस होती हैं। यद्यपि ये तरंगिकायें स्लिट AB के विभिन्न बिन्दुओं से समान कला में प्रारम्भ होती हैं, परन्तु बिन्दु P तक इनके द्वारा चली गयी दूरियाँ भिन्न-भिन्न होने के कारण, ये भिन्न-भिन्न कलाओं में बिन्दु P पर पहुँचती हैं अर्थात् बिन्दु की तीव्रता, P पर पहुँचने वाली तरंगिकाओं के पथान्तर पर निर्भर करती है। AK, रेखा BP पर लम्ब है। इसलिए बिन्दु A तथा B से निकलने वाली तरंगिकाओं के पर्दे पर बिन्दु P तक पहुँचने में हुआ पथान्तर BK है। अत: $\Delta\, ABK$ से

$$BK = AB\sin\theta$$

या
$$BK = d\sin\theta$$



चित्र 2.24

विवर्तन प्रतिरूप की व्याख्या हेतु यदि स्लिट AB को दो बराबर भाग में बँटा हुआ मान लिया जाये (चित्र 2.24), तब तरंग 1, स्लिट के ऊपरी समीप वाले बिन्दु से चलती है तथा तरंग 3, स्लिट के केन्द्र के ऊपरी समीप वाले बिन्दु से चलती है। पर्दे पर बिन्दु P तक पहुँचने में तरंग 1, तरंग 3 की अपेक्षा अधिक पथ चलती हैं तथा इनके बीच पथान्तर $\frac{d}{2}\sin\theta$ होता है। इसी प्रकार स्लिट के निचले आधे भाग तथा स्लिट के ऊपरी आधे भाग में स्थित संगत बिन्दुओं से चलने वाली तरंगों के बीच पथान्तर $\frac{d}{2}\sin\theta$ होता है, जैसे तरंग 2 व 4 में। यदि इस पथान्तर का मान $\lambda/2$ हो तो इन दोनों तरंगों के बीच कलान्तर π होने के कारण दोनों एक-दूसरे को निरस्त कर देंगी जिससे विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न होता है तथा पर्दे XY पर बिन्दु P अदीप्त (dark) प्राप्त होता है।

यह निष्कर्ष उन सभी दो तरंगों के लिए सत्य है जो स्लिट के उन दो बिन्दुओं से प्रारम्भ होती हैं जिनके बीच की दूरी स्लिट की आधी चौड़ाई के बराबर होती है। अत: स्लिट के ऊपरी आधे भाग से चलने वाली तरंगें स्लिट के निचले आधे भाग से चलने वाली तरंगों के साथ विनाशी व्यतिकरण उत्पन्न करती हैं, यदि

$$\frac{d}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

अत:
$$d\sin\theta = \lambda \qquad \text{... (i)}$$

इसे विवर्तन में प्रथम द्वितीयक निम्निष्ठ (first secondary minimum) कहते हैं। यदि स्लिट की चौड़ाई को चार बराबर भागों में बँटा हुआ मान लिया जाये तो विनाशी व्यतिकरण के लिए

$$\frac{d}{4}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

अत:
$$d\sin\theta = 2\lambda \qquad \text{... (ii)}$$

इसे **द्वितीय द्वितीयक निम्निष्ठ** कहते हैं।

इसी प्रकार स्लिट की चौड़ाई को छह (या किसी अन्य सम संख्या में) बराबर भागों में बँटा हुआ मान लिया जाये तो विनाशी व्यतिकरण के लिए

$$\frac{d}{6}\sin\theta = \frac{\lambda}{2}$$

अत: $$d\sin\theta = 3\lambda$$

अत: nवें द्वितीयक निम्निष्ठ हेतु विनाशी व्यतिकरण अर्थात् पर्दे पर अदीप्त होने के लिए, आवश्यक प्रतिबन्ध

$$\frac{d}{2n}\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{2}$$

अत: $$d\sin\theta_n = \pm n\lambda$$ ...(

जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$ ± चिन्हों का अर्थ है कि निम्निष्ठ, बिन्दु O के बनने वाले उच्चिष्ठ के दोनों ओर बनते हैं तथा θ_n, n वे द्वितीयक निम्निष्ठ की पर्दे पर कोणीय स्थिति है।

यदि स्लिट की चौड़ाई को 3, 5, 7,........... (विषम संख्या में) बराबर बाँटा जाये और किन्हीं दो निकटतम भागों के संगत बिन्दुओं से प्रारम्भ होने वाली तरंगिकाओं में पर्दे के किसी बिन्दु पर पहुँचने पर पथान्तर $\lambda/2$ हो तो ये दोनों भाग एक दूसरे के प्रभाव को निरस्त कर देंगे जोकि विनाशी व्यतिकरण की शर्त है, परन्तु शेष एक भाग के कारण पर्दे पर प्रकाश पहुँचेगा है अत: वहाँ दीप्त पट्टी (bright fringe) बनती हैं इन्हें **गौण उच्चिष्ठ** (subsidiary or secondary maxima) कहते हैं। यदि स्लिट 3 बराबर भागों में बँटा हो तो **प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ** तथा यदि 5 भागों में बँटा हो तो **द्वितीय द्वितीयक उच्चिष्ठ** प्राप्त होता है। अत: **n वें द्वितीयक उच्चिष्ठ** के लिए

$$\frac{d}{(2n+1)}\sin\theta = \pm\frac{\lambda}{2}$$

या $$d\sin\theta_n' = \pm(2n+1)\frac{\lambda}{2}$$ ...(3

जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$ तथा θ_n', n वें द्वितीयक उच्चिष्ठ की पर्दे पर कोणीय स्थिति है।

n वें द्वितीयक निम्निष्ठ की परदे के केन्द्र से दूरी—यदि n वें द्वितीयक निम्निष्ठ (n^{th} secondary minimum) की परदे के केन्द्र O से दूरी y_n है। यदि परदे तथा स्लिट के मध्य दूरी D हो तथा n वें द्वितीयक निम्निष्ठ की कोणीय स्थिति θ_n हो तो ΔCOP में

$$\tan\theta_n = \frac{OP}{CP} = \frac{y_n}{D}$$

θ_n के अत्यल्प मान के लिए $\tan\theta_n \approx \sin\theta_n$, अत: समीकरण (30) से

$$\frac{y_n}{D} = \sin\theta_n = \frac{n\lambda}{d}$$

या $$y_n = n\frac{D\lambda}{d}$$ ...(3

जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$

मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई (Width of Principal Maxima)—मुख्य उच्चिष्ठ केन्द्र पर बनता है तथा इसके ऊपर-नीचे दोनों ओर प्रथम निम्निष्ठ (first minima) बनता है, अत: मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई प्रथम निम्निष्ठ की पर्दे के केन्द्र से दूरी y_1 का दो गुना होगी। अत: समीकरण (32) में प्रथम निम्निष्ठ की पर्दे के केन्द्र से दूरी ($n = 1$) रखने पर

$$y_1 = \frac{D\lambda}{d}$$

अत: मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई $W_0 = 2 \times y_1$

अथवा $$W_0 = \frac{2D\lambda}{d}$$ ...(3

YADAVRK100%

मुख्य उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई—चूँकि मुख्य उच्चिष्ठ के दोनों ओर प्रथम निम्निष्ठ की कोणीय स्थितियाँ होती हैं, अतः मुख्य उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई; प्रथम निम्निष्ठ की कोणीय चौड़ाई का दो गुना होगी। समीकरण (30) से प्रथम निम्निष्ठ की कोणीय चौड़ाई

$$\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{d}$$

यदि θ_1 बहुत छोटा है तब $\sin\theta_1 \approx \theta_1$

अतः $$\theta_1 = \frac{\lambda}{d}$$

$\therefore$ मुख्य उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई, $\theta_0 = 2\theta_1$

या, $$\theta_0 = 2 \times \frac{\lambda}{d}$$

या, $$\theta_0 = \frac{2\lambda}{d} \qquad \text{... (34)}$$

nवें द्वितीयक उच्चिष्ठ की परदे के केन्द्र से दूरी—माना nवें द्वितीयक उच्चिष्ठ की परदे के केन्द्र O से दूरी y_n' है, तो ΔCOP से

$$\tan\theta_n' = \frac{OP}{CP} = \frac{y_n'}{D}$$

यदि θ_n' अत्यन्त छोटा हो तो $\tan\theta_n' \approx \sin\theta_n'$ अतः समीकरण (31) से

$$\frac{y_n'}{D} = \sin\theta_n' = (2n+1)\frac{\lambda}{2d}$$

या $$y_n' = (2n+1)\frac{D\lambda}{2d} \qquad \text{... (35)}$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots$

द्वितीयक निम्निष्ठ की चौड़ाई—एक द्वितीयक निम्निष्ठ, दो द्वितीयक उच्चिष्ठों के मध्य बनता है। अतः

द्वितीयक निम्निष्ठ की चौड़ाई = दो क्रमागत उच्चिष्ठों के बीच की दूरी

$$W = y'_{n+1} - y'_n$$

$$= [2(n+1)+1]\frac{D\lambda}{2d} - \left[(2n+1)\frac{D\lambda}{2d}\right]$$

$$= \frac{D\lambda}{2d}[2n+2+1-2n-1]$$

या $$W = \frac{D\lambda}{d} \qquad \text{... (36)}$$

द्वितीयक उच्चिष्ठ की चौड़ाई—एक द्वितीयक उच्चिष्ठ दो क्रमागत निम्निष्ठों के बनता है, अतः द्वितीयक उच्चिष्ठ की चौड़ाई

$$W = y_{n+1} - y_n$$

$$= (n+1)\frac{D\lambda}{d} - \frac{nD\lambda}{d}$$

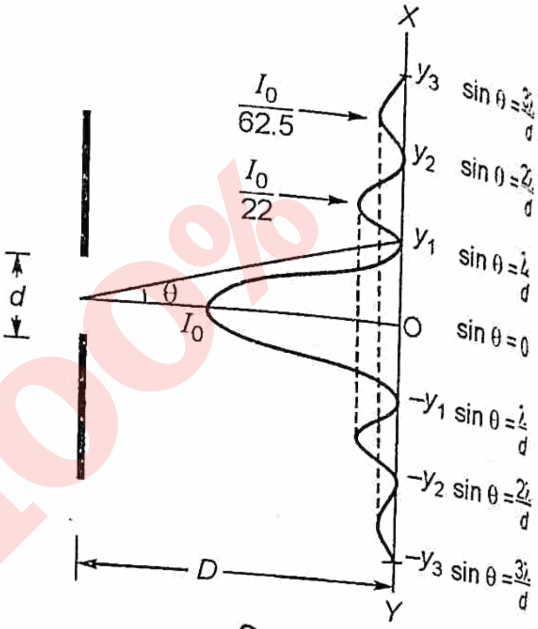
या $$W = \frac{D\lambda}{d} \qquad \text{... (37)}$$

YADAVRK100%

समीकरण (36) तथा (37) से स्पष्ट है कि द्वितीयक उच्चिष्ठों तथा निम्निष्ठों की चौड़ाइयाँ समान होती हैं।

विवर्तन प्रतिरूप में तीव्रता (Intensity in diffraction pattern)—एकल स्लिट फ्रॉनहॉफर विवर्तन प्रतिरूप चित्र 2.24 के अनुसार प्राप्त होता है।

इस प्रतिरूप में परदे पर प्राप्त तीव्रता मुख्य उच्चिष्ठ पर अधिकतम तथा उसके चारों ओर क्रमागत निम्निष्ठों के साथ घटती हुई तीव्रता के द्वितीयक उच्चिष्ठ प्राप्त होते हैं। परदे के बिन्दु O पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ (central maxima) की चौड़ाई द्वितीयक उच्चिष्ठ (secondary maxima) की चौड़ाई से दो गुनी होती है। इसके अतिरिक्त द्वितीयक उच्चिष्ठ, दो निम्निष्ठ के ठीक मध्य में नहीं है बल्कि प्रतिरूप के मध्य की ओर विस्थापित है। द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता उनके क्रम के साथ घटती है।



चित्र 2.25

यदि O पर तीव्रता I_0 हो तो प्रथम द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता, केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तीव्रता I_0 का $\frac{1}{22}$ भाग होता है (अर्थात् $\frac{I_0}{22}$) तथा दूसरी, द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता $\frac{I_0}{62\cdot5}$ होती है। इसी प्रकार अन्य द्वितीयक उच्चिष्ठ की तीव्रता तेजी के साथ घटती जाती है, इसीलिए हमें कुछ ही द्वितीयक उच्चिष्ठ दिखाई पड़ते हैं। व्यतिकरण की घटना में प्रत्येक उच्चिष्ठ (दीप्त पट्टी) की तीव्रता एक समान होती है।

विवर्तन प्रतिरूप से निम्न निष्कर्ष प्राप्त होते हैं—

(1) स्लिट की चौड़ाई (d) कम कर देने पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई $\left(=\frac{2D\lambda}{d}\right)$ बढ़ जाती है।

(2) $d=\lambda$ होने पर प्रथम निम्निष्ठ की कोणीय स्थिति $\sin\theta_1 = 1 = \sin 90°$ या $\theta = 90°$ हो जायेगी। अत: परदे XY पर सम्पूर्ण स्थान मुख्य उच्चिष्ठ से भर जायेगा।

(3) स्लिट की चौड़ाई दो गुनी कर देने पर केन्द्रीय उच्चिष्ठ की तीव्रता चार गुनी हो जाती है।

(4) यदि एकवर्णीय प्रकाश स्रोत के स्थान पर श्वेत प्रकाश स्रोत का प्रयोग किया जाये तो, विवर्तन से प्राप्त प्रतिरूप में केन्द्रीय उच्चिष्ठ तो श्वेत होगा, परन्तु इसके चारों ओर रंगीन फ्रिंज (पट्टियाँ बनेंगी।)

§ 2.23. विवर्तन तथा व्यतिकरण में अन्तर
(Difference in between Diffraction and Interference)

विवर्तन तथा व्यतिकरण की घटना तथा प्राप्त प्रतिरूप में निम्न अन्तर होता है—

क्र०सं०	विवर्तन	व्यतिकरण
1.	एक ही तंरग्राग द्वारा दो बिन्दुओं से उत्पन्न द्वितीयक तंरगिकाओं के मध्य अध्यारोपण से होता है।	दो कला सम्बद्ध स्रोतों से आने वाली प्रकाश तरंगों के अध्यारोपण से उत्पन्न होता है।
2.	प्राप्त विवर्तन प्रतिरूप में मुख्य उच्चिष्ठ की तीव्रता सबसे अधिक तथा उसके दोनों ओर तीव्रता तेजी से घटती जाती है।	प्राप्त प्रतिरूप में सभी दीप्त पट्टियों की तीव्रता समान होती है।
3.	सभी फ्रिंजों (पट्टियों) की चौड़ाई एक समान नहीं होती है।	सभी फ्रिंजों (पट्टियों) की चौड़ाई एक समान हो भी सकती है, और नहीं भी हो सकती है।

क्रमशः

YOUWRK100%

4.	निम्निष्ठ की तीव्रता कभी भी शून्य नहीं होती है, इसलिए उच्चिष्ठ तथा निम्निष्ठ के मध्य बहुत स्पष्ट अंतर नहीं होता है।	अदीप्त पट्टियों (dark fringes) की तीव्रता शून्य अथवा अत्यन्त कम होती है जिससे दीप्त तथा अदीप्त पट्टियों के मध्य अंतर बहुत स्पष्ट दिखाई पड़ता है।
5.	क्रमागत रूप से तेजी से घटती हुई तीव्रता के कारण केवल कुछ ही उच्चिष्ठ दिखाई पड़ते हैं।	कई कोटि (order) की दीप्त पट्टियाँ (bright fringes) दिखाई पड़ती हैं।

उदाहरण 11 : 7000 Å तरंगदैर्ध्य का समतल तरंगाग्र 4 mm चौड़ी स्लिट पर आपतित होता है। यदि मुख्य उच्चिष्ठ की चौड़ाई 1.4 mm हो, तो स्लिट व पर्दे के मध्य की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$\lambda = 7000 \text{ Å} = 7000 \times 10^{-10} \text{ m}$$

$$d = 4 \text{ mm} = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$W_0 = 1 \cdot 4 \text{ mm} = 1 \cdot 4 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$W_0 = \frac{2D\lambda}{d}$$

या $$D = \frac{W_0 \times d}{2 \times \lambda}$$

या $$D = \frac{1 \cdot 4 \times 10^{-3} \times 4 \times 10^{-3}}{2 \times 7000 \times 10^{-10}}$$

दूरी $$\mathbf{D = 4 \text{ m}}$$

उदाहरण 12 : 600 nm तरंगदैर्ध्य का एक एकवर्णीय प्रकाश 1 · 5 mm चौड़ी स्लिट पर आपाती है। विवर्तन 2 m दूरी पर रखे परदे पर देखा जाता है। केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर प्रथम निम्निष्ठ के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$\lambda = 600 \text{ nm} = 600 \times 10^{-9} \text{ m}$$

$$d = 1 \cdot 5 \text{ mm} = 1 \cdot 5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = 2 \text{ m}$$

प्रथम निम्निष्ठ की केन्द्रीय उच्चिष्ठ के केन्द्र से दूरी

$$y_1 = \frac{D\lambda}{d}$$

$$y_1 = \frac{2 \times 6000 \times 10^{-9}}{1 \cdot 4 \times 10^{-3}} = 8 \times 10^{-3}$$

अतः केन्द्रीय उच्चिष्ठ के दोनों ओर के प्रथम निम्निष्ठ के मध्य दूरी

$$= 2 \times y_1$$

$$= 2 \times 8 \times 10^{-3}$$

दूरी $$= \mathbf{16 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 13 : किसी विवर्तन स्लिट पर 6600 Å तरंगदैर्ध्य का एक एकवर्णी प्रकाश का समतल तरंगाग्र आपाती है। स्लिट की चौड़ाई ज्ञात कीजिए यदि प्रथम उच्चिष्ठ की कोणीय स्थिति 30° है।

हल—दिया है : $\lambda = 6600\ \text{Å} = 6600 \times 10^{-10}$ m

nवें उच्चिष्ठ की कोणीय स्थिति के लिए,

$$d \sin\theta'_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$$

अतः स्लिट की चौड़ाई $d = \dfrac{(2n+1)\lambda}{2\sin\theta'_n}$ [जबकि $n=1$ तथा $\theta'_1 = 30°$]

अतः $d = \dfrac{(2\times 1+1)\times 6600\times 10^{-10}}{2\times \sin 30°}$

$$= \frac{3\times 6600\times 10^{-10}}{2\times 1/2}$$

$$d = \mathbf{1 \cdot 98 \times 10^{-6}\ m}$$

उदाहरण 14 : 0 · 3 mm चौड़ी स्लिट पर 5890 Å तरंगदैर्ध्य का एकवर्णीय प्रकाश आपाती है। यदि स्लिट व पर्दे के मध्य 1 · 5 m की दूरी हो तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। यदि उपरोक्त संयंत्र जल में डुबोया जाये तो केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई ज्ञात कीजिए। (जल का अपवर्तनांक $_a\mu_w = \frac{4}{3}$ है।)

हल—दिया है : $d = 0 \cdot 3\ \text{mm} = 0 \cdot 3 \times 10^{-3}$ m

$$\lambda_a = 5890\ \text{Å} = 5890 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

$$_a\mu_w = \frac{4}{3} \text{ और } D = 1 \cdot 5\ \text{m}$$

पहली स्थिति में केन्द्रीय उच्चिष्ठ की चौड़ाई,

$$W_0 = \frac{2D\lambda_a}{d}$$

या $W_0 = \dfrac{2\times 1{\cdot}5\times 5890\times 10^{-10}}{0{\cdot}3\times 10^{-3}}$

$$\mathbf{W_0 = 5 \cdot 89 \times 10^{-3}\ m}$$

जब संयंत्र को जल में डुबोया जाता है तब प्रकाश की तरंगदैर्ध्य परिवर्तित हो जाती है, अतः

$$_a\mu_w = \frac{\lambda_a}{\lambda_w}$$

अतः जल के भीतर तरंगदैर्ध्य,

$$\lambda_w = \frac{\lambda_a}{_a\mu_w}$$

या $\lambda_w = \dfrac{5890\times 10^{-10}}{\frac{4}{3}}$

या $\lambda_w = 4 \cdot 441 \times 10^{-7}$ m

YADAVRK100%

या $\lambda_{w'} = 4441\ \text{Å}$

अत: जल के भीतर केन्द्रीय उच्चिष्ठ चौड़ाई

$$W_0' = \frac{2 \times 1.5 \times 4441 \times 10^{-10}}{0.3 \times 10^{-3}}$$

$$W_0' = \mathbf{4.44 \times 10^{-3}\ m}$$

उदाहरण 15 : यदि स्लिट की चौड़ाई 0 · 1 mm हो और प्रयुक्त तरंगदैर्ध्य 5800 Å हो तो केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई की गणना कीजिए।

[UPBTE 2013]

हल—दिया है : $d = 0.1\ \text{mm} = 0.1 \times 10^{-3}\ \text{m}$

$$\lambda = 5800\ \text{Å} = 5800 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

प्रश्नानुसार, एक स्लिट फ्रॉनहॉफर विवर्तन में केन्द्रीय अधिकतम दीप्त पट्टी की चौड़ाई निम्न सूत्र से दी जाती है—

$$d \sin\theta = n\lambda$$

अत: $$\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}$$

दिये गये मान रखने पर

$$\sin\theta = \frac{1 \times 5800 \times 10^{-10}}{0.1 \times 10^{-3}} \qquad (n = 1 \text{ रखने पर})$$

∵ $\sin\theta$ का मान बहुत कम है, अत:

$$\sin\theta \approx \theta$$

अत: $$\theta = 5800 \times 10^{-6}$$

∵ केन्द्रीय दीप्त फ्रिन्ज की कोणीय चौड़ाई $= 2\theta$

अत: $$= 2 \times 5.8 \times 10^{-3}$$

$$\theta = \mathbf{11.6 \times 10^{-3}}\ \text{rad}$$

§ 2.24 प्रकाश का ध्रुवण (Polarization of light)

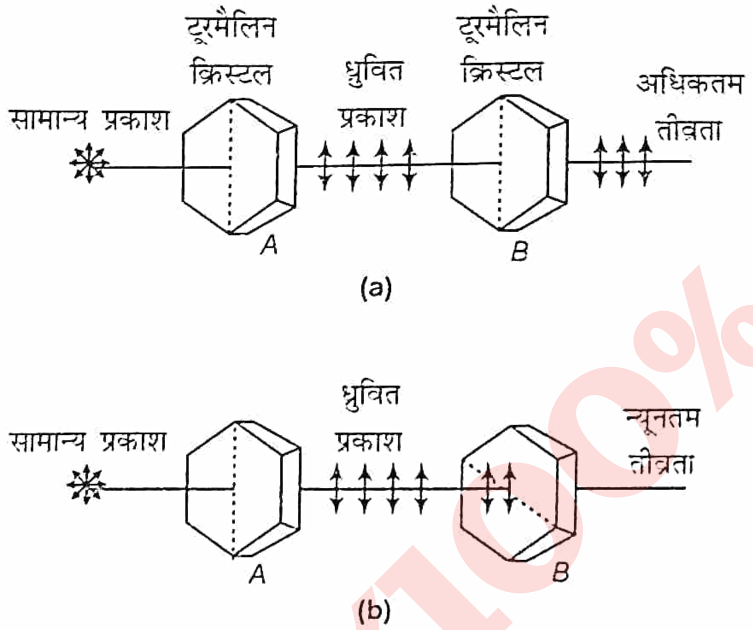
परिचय (Introduction)—हाइगेन्स के तरंग सिद्धान्त के अनुसार, प्रकाश तरंगें दो प्रकार की होती हैं—

1. अनुदैर्घ्य तरंगें,
2. अनुप्रस्थ तरंगें।

हाइगेन्स ने सन् 1690 में जब ध्रुवण की घटना की खोज की, तो वह ध्रुवण की व्याख्या अनुदैर्घ्य तरंगों के आधार पर नहीं कर सके। हाइगेन्स के लगभग 140 साल बाद फ्रेजेनल ने सिद्ध किया कि प्रकाश की तरंगें अनुदैर्घ्य नहीं अनुप्रस्थ होती हैं। प्रकाश तरंगों की अनुप्रस्थ प्रकृति को दो स्लिटों के यांत्रिक प्रयोग से अथवा टूरमैलिन क्रिस्टल (Tourmaline crystal) के प्रयोग से प्रदर्शित किया जा सकता है।

2.24.1 ध्रुवण–टूरमैलिन क्रिस्टल का प्रयोग (Polarization–Experiment with Tourmaline Crystal)

चित्र 2.26 के अनुसार A तथा B टूरमैलिन के दो क्रिस्टल हैं जिनके अक्ष उनके धरातल में तथा एक-दूसरे के समान्तर हैं। ये एक-दूसरे के सामने रखे हैं। साधारण प्रकाश को जब क्रिस्टल A पर अभिलम्बवत् डालते हैं तो निर्गत प्रकाश कुछ-कुछ हरा दिखाई देता है।



चित्र 2.26

तथा B से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। अब यदि क्रिस्टल B को क्रिस्टल A के सापेक्ष धीरे-धीरे घुमाया जाये तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता धीरे-धीरे कम होती जाती है और जब क्रिस्टल B का अक्ष क्रिस्टल A के अक्ष के लम्बवत् हो जाता है तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता न्यूनतम हो जाती है और लगभग अंधेरा हो जाता है। जब क्रिस्टल B को और घुमाया जाता है तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता पुन: बढ़ती हुई अधिकतम हो जाती है। इस प्रकार से एक पूर्ण चक्र में दो बार निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम तथा दो बार न्यूनतम या शून्य होती है।

इस प्रयोग से यह सिद्ध होता है कि प्रकाश की तरंगें अनुप्रस्थ होती हैं। यदि ये अनुदैर्घ्य तरंगें होतीं तो क्रिस्टल B के घुमाने पर निर्गत प्रकाश की तीव्रता में कोई अंतर नहीं होता तथा तीव्रता सदैव एक समान होती। वास्तव में जब प्रकाश तरंगें टूरमैलिन क्रिस्टल पर डाली जाती हैं तो प्रकाश तरंगों के केवल वे ही कंपन जो क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर हैं क्रिस्टल के बाहर निकल पाते हैं तथा शेष कंपन क्रिस्टल द्वारा रोक लिये जाते हैं। इस प्रकार **क्रिस्टल से निकलने के बाद प्रकाश तरंग का कंपन तरंग गति के लम्बवत् केवल एक ही तल में होता है। "ऐसी तरंगों को समतल ध्रुवित तरंग तथा इस घटना को प्रकाश का ध्रुवण (Polarisation of light) कहते हैं।"**

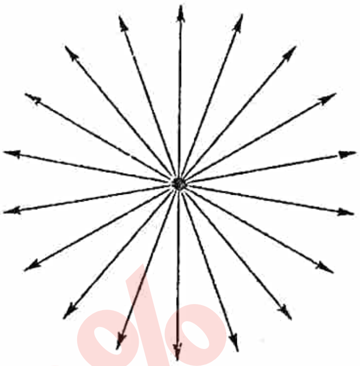
क्रिस्टल A से निकलने वाला ध्रुवित प्रकाश क्रिस्टल B पर पड़ता है। जब A तथा B के अक्ष परस्पर समान्तर होते हैं (चित्र 2.26 (a)) तो निर्गत प्रकाश की तीव्रता अधिकतम होती है। परंतु जब A तथा B के अक्ष परस्पर लम्बवत् होते हैं तो A से निकले कंपन B द्वारा रोक दिये जाते हैं और निर्गत प्रकाश की तीव्रता शून्य हो जाती है। इस स्थिति में क्रिस्टलों A तथा B को परस्पर क्रॉस्ड कहा जाता है। इसके बीच की किसी अवस्था में A से निकले किसी कंपन के केवल वे ही घटक B से निकल पाते हैं जिनके अक्ष B के समान्तर होते हैं। इस प्रकार B से निर्गत प्रकाश की तीव्रता दोनों क्रिस्टलों A तथा B के अक्षों के झुकाव कोण पर निर्भर करती है।

"क्रिस्टल A जो प्रकाश तरंगों को ध्रुवित करता है ध्रुवक तथा B जो प्रकाश तरंगों का विश्लेषण करता है कि प्रकाश ध्रुवित है या नहीं, को विश्लेषक (Analyser) कहते हैं।

2.24.2 अध्रुवित तथा ध्रुवित प्रकाश (Unpolarized and Polarized light)

प्रकाश की तरंगें अनुप्रस्थ वैद्युत-चुम्बकीय तरंगें हैं। इन तरंगों में वैद्युत वेक्टर के कंपन, तरंग के चलने की दिशा के लम्बवत् होते हैं। स्पष्ट है तरंग के चलने की दिशा के लम्बवत् तल में स्थित प्रत्येक कंपन तरंग संचरण की दिशा के लम्बवत् होगा। **साधारण अथवा अध्रुवित प्रकाश में वैद्युत वेक्टर तरंग की दिशा के अभिलम्बवत् तल में सभी दिशाओं में समान रूप से अथवा सममित होते हैं।**

इसका कारण यह है कि प्रत्येक प्रकाश स्रोत में असंख्य परमाणु होते हैं जो स्वतंत्रतापूर्वक प्रकाश तरंगें उत्सर्जित करते हैं। किसी क्षण पर कुछ परमाणु प्रकाश उत्सर्जित करते हैं और दूसरे क्षण पर अन्य परमाणु प्रकाश उत्सर्जित करते हैं। उत्सर्जित प्रकाश तरंगों की कलायें परस्पर अनिर्भर होती हैं। फलत: प्रकाश स्रोत से आने वाले तरंगों के वैद्युत वेक्टर के कंपन अपने तल में अनियमित रूप से वितरित रहते हैं तथा तल में स्थिर हर एक दिशा में कंपन होने की संभावना समान होती है। (चित्र 2.27)

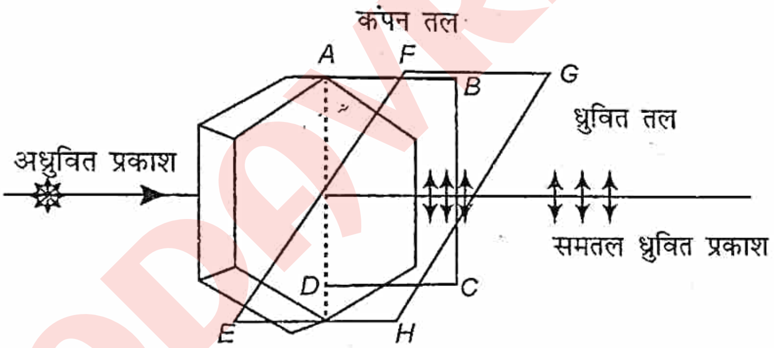


चित्र 2.27

ध्रुवित प्रकाश में वैद्युत वेक्टर के कंपन प्रकाश की तरंग के चलने की दिशा के लम्बवत् ही होते हैं। परंतु ये सभी दिशाओं में समान रूप से न होकर केवल एक ही तल में होते हैं। स्पष्ट है ध्रुवित प्रकाश में वैद्युत वेक्टर के कंपन तरंग संचरण की दिशा के परित: असममित (asymmetrical) होते हैं।

वह क्रिया जिसमें साधारण प्रकाश के वैद्युत वेक्टर के कंपन तरंग के चलने की दिशा के परित: असममित हो जाते हैं प्रकाश का ध्रुवण कहलाती है।

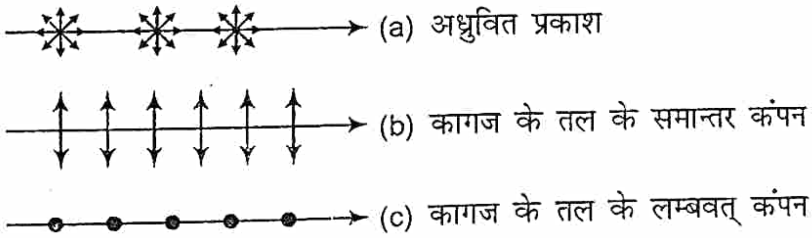
टूरमैलिन क्रिस्टल में यह विशेषता होती है कि उसमें से वैद्युत वैक्टर के कंपन एक ही दिशा में निर्गत हो सकते हैं। जब साधारण प्रकाश की किरण किसी टूरमैलीन क्रिस्टल से होकर जाती है तो केवल वे कंपन ही बाहर निकल पाते हैं जो क्रिस्टल अक्ष के समान्तर होते हैं तथा शेष कंपन क्रिस्टल द्वारा रोक लिए जाते हैं। अत: टूरमैलीन क्रिस्टल से निर्गत प्रकाश के कंपन केवल क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर होते हैं। अत: यह प्रकाश **समतल ध्रुवित** होता है (चित्र 2.28)।



चित्र 2.28

2.24.3 निरूपण (Representation)

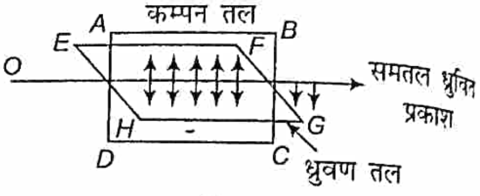
अध्रुवित प्रकाश में प्रकाश का संचरण की दिशा के लम्बवत् तल में कंपन की सब दिशायें सम्भव हैं, अत: अध्रुवित प्रकाश को एक तारे के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है, चित्र 2.29 (a)।



चित्र 2.29

प्रकाश के समतल–ध्रुवित पुंज में कंपन एक सीधी रेखा के अनुदिश होते हैं। जब कंपन कागज के तल के समान्तर होते हैं तो वे तीरयुक्त रेखाओं द्वारा निरूपित किये जाते हैं। जब कंपन कागज के तल के लम्बवत् एक सीधी रेखा के अनुदिश होते हैं तो वे बिन्दुओं द्वारा निरूपित किये जाते हैं, चित्र 2.29 (b) तथा (c)।

2.24.4 कंपन-तल एवं ध्रुवण तल



चित्र 2.30

वह तल जिसमें प्रकाश के कंपन और तरंग के चलने की दिशा दोनों ही स्थिर होते हैं कंपन तल (Plane of vibration) कहलाता है। चित्र 2.30 में *ABCD* कंपन तल है। कंपन तल के लम्बवत् वह तल, जिसमें प्रकाश किरण की दिशा भी स्थिर होती है ध्रुवणतल (Plane of polarization) कहलाती है। स्पष्ट है कि ध्रुवण तल में प्रकाश का कोई कंपन नहीं होता है। चित्र में *EFGH* ध्रुवण तल है।

§ 2.25 समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की विधियाँ (Methods of producing plane polarized light)

किसी साधारण या अध्रुवित प्रकाश में कंपन प्रकाश संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् हर संभव दिशाओं में होते हैं। वह प्रकाश जिसके कंपन एक रेखा के अनुदिश एक ही दिशा में सीमित हो जाते हैं, **'समतल ध्रुवित'** (Plane polarised) कहलाता है। समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की निम्न विधियाँ हैं—

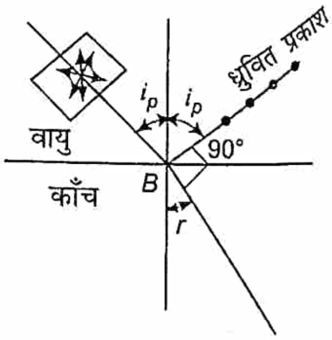
(i) परावर्तन द्वारा (By reflection)

(ii) अपवर्तन द्वारा (By refraction)

(iii) डाइक्रोइज्म या टूरमैलिन द्वारा (By dichroism or Tourmaline)

(iv) द्वि-अपवर्तन द्वारा (By double refraction)।

2.25.1 परावर्तन द्वारा ध्रुवण या ब्रुस्टर नियम (Polarization by Reflection or Brewster's law)



चित्र 2.31

जब अध्रुवित प्रकाश किसी पारदर्शी माध्यम जैसे काँच, जल आदि के पृष्ठ से परावर्तित होता है तो वह 'आंशिक रूप में समतल ध्रुवित' हो जाता है। ब्रुस्टर ने ज्ञात किया कि परावर्तित प्रकाश में ध्रुवण की मात्रा पारदर्शी पदार्थ से एक विशेष आपतन कोण पर निर्भर करती है। पारदर्शी पदार्थ से एक विशेष आपतन कोण i_p पर परावर्तित प्रकाश पूर्ण तथा समतल ध्रुवित होता है जिसमें प्रकाश के कंपन आपतन तल के लम्बवत् होते हैं। यह आपतन कोण i_p ध्रुवण कोण (Polarizing Angle) कहलाता है (चित्र 2.31)।

पदार्थ के अपवर्तनांक n तथा ध्रुवण कोण i_p में निम्न सम्बंध होता है—

$$n = \tan i_p \qquad ...(33)$$

यह संबंध ब्रुस्टर का नियम (Brewster's law) कहलाता है।

काँच के लिए ध्रुवण कोण का मान 57° है। ध्रुवण कोण पर परावर्तित और अपवर्तित किरणें एक-दूसरे से अभिलम्बवत् होती हैं।

माना r अपवर्तन कोण है तब स्नैल के नियम से,

$$\frac{\sin i_p}{\sin r} = n$$

परंतु

$$\tan i_p = n$$

$$\frac{\sin i_p}{\cos i_p} = n = \frac{\sin i_p}{\sin r}$$

या

$$\cos i_p = \sin r$$

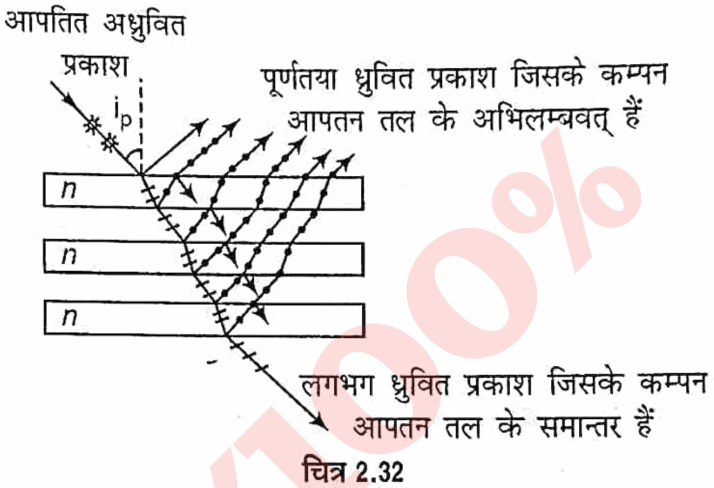
$$i_p = 90° - r$$

या

$$i_p + r = 90°$$

2.25.2 अपवर्तन द्वारा ध्रुवण (Polarization by Refraction)

जब किसी काँच की समानान्तर प्लेट पर अध्रुवित प्रकाश ध्रुवण कोण पर आपतित होता है तो प्लेट के ऊपर व नीचे की सतहों से परावर्तित प्रकाश पूर्णतया समतल ध्रुवित होता है। इस विधि में इस प्रकार की अनेक प्लेटों को एक-दूसरे पर रखकर प्रथम प्लेट पर अध्रुवित प्रकाश ध्रुवण कोण पर डाला जाता है। अध्रुवित प्रकाश का वह घटक जिसके कंपन आपतन तल के अभिलम्वत् होते हैं प्लेटों की सतहों से परावर्तित होकर पूर्णतया समतल ध्रुवित प्रकाश देते हैं। स्मरण रहे कि प्लेटों का आपस में तथा किसी एक प्लेट के सम्मुख पृष्ठों का समानान्तर होना आवश्यक है। जब प्लेटों की संख्या अधिक होती है तब निर्गत प्रकाश में अधिकांशतः वह घटक बचा रहता है जिसके कंपन आपतन तल के समान्तर होते हैं। इस प्रकार निर्गत प्रकाश भी लगभग समतल ध्रुवित होता है। इस समायोजन को प्लेट समुदाय कहते हैं (चित्र 2.22)।



चित्र 2.32

2.25.3 द्विवर्णता (Dichroism)

जब अध्रुवित प्रकाश को टूर्मैलिन क्रिस्टल पर डाला जाता है तो यह दो समतल ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाती है। इनमें से एक को साधारण किरण तथा दूसरी को असाधारण किरण कहते हैं।

एक प्रकाश किरण में कंपन प्रकाशिक अक्ष के समान्तर तथा दूसरी में प्रकाशिक अक्ष के अभिलम्बवत् पाये जाते हैं। प्रकाश किरण का इस प्रकार दो समतल ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाना द्वि-अपवर्तन कहलाता है। टूर्मैलिन क्रिस्टल में एक विशेष गुण होता है कि वह दो अपवर्तक किरणों में से एक पूर्णतया अवशोषित कर लेते हैं किन्तु दूसरी प्रकाश किरण इसमें से बिना अवशोषण के बाहर निकल जाती है। क्रिस्टल द्वारा वर्णात्मक अवशोषण की इस प्रक्रिया को द्विवर्णता कहते हैं। स्मरण रहें कि जिस प्रकाश किरण में कंपन, प्रकाशिक अक्ष के लम्बवत् होते हैं वह ही पूर्णतया अवशोषित होती है। इस प्रकार निर्गत प्रकाश किरण में कंपन प्रकाशिक अक्ष के समान्तर होते हैं तथा वह किरण पूर्णतया समतलीय 'ध्रुवित' होती है। पोलेराइड की रचना भी उपरोक्त सिंद्धान्त 'द्विवर्णता' पर आधारित है।

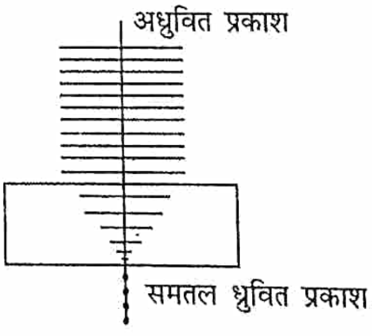
§ 2.26 ध्रुवित चादर (Polarizing Sheet)

ध्रुवित चादर का उपयोग कम्प्यूटर स्क्रीन की चमक इत्यादि को रोकने में किया जाता है।

यह एक परतदार प्रकाश ध्रुवित चादर होती है जो पॉलीमर की पतली चादर विशेषकर फेनो ऑक्सीथर पॉलीमर (phenoxyether polymer) जिसकी एक सतह पर पारदर्शी सुचालक परत जिस पर प्रकाश ध्रुवण फिल्म तथा निर्वात आधारित धात्विक वाष्पीकरण प्रक्रिया की जा चुकी होती है, लगी होती है।

§ 2.27 पोलेराइड (Polaroid)

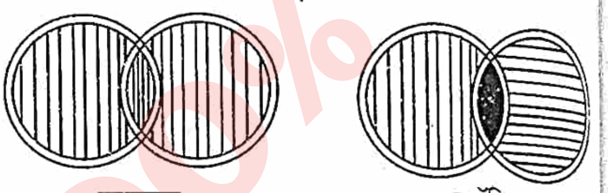
समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने के लिए पोलेराइड एक सस्ती व्यापारिक युक्ति है। यह एक विशेष प्रक्रिया से बनी एक फिल्म होती है जिसे दो काँच की प्लेटों के बीच में रखते हैं। इस फिल्म को बनाने के लिए एक कार्बनिक यौगिक हरपेथाइट (herpathite or idosulphate of quinine) के अति सूक्ष्म आकार के क्रिस्टल नाइट्रो सेलूलोज की एक पतली चादर पर इस प्रकार फैला दिये जाते हैं कि समतल क्रिस्टल की अक्ष के अनुदिश हो जाये। ये सूक्ष्म क्रिस्टल उच्च कोटि के द्विवर्णक (dichroic) होते हैं जो द्विअपवर्तित पुंजों में से एक को पूर्णतया अवशोषित कर लेते हैं।



चित्र 2.33

YADAVRK100%

कार्यविधि—अध्रुवित प्रकाश में वैद्युत वेक्टर सभी दिशाओं में होते हैं। जब यह प्रकाश किरण पोलेराइड पर आपतित होती है तो यह दो समतल ध्रुवित किरणों में विभक्त हो जाती है। एक किरण में वैद्युत वेक्टर हरपेथाइट क्रिस्टल की अक्ष के समान्तर तथा दूसरी में अक्ष के लम्बवत् होते हैं। इसमें से हरपेथाइट की अक्ष के लम्बवत् वैद्युत वेक्टर वाली किरण पूर्णतया अवशोषित हो जाती है जबकि अक्ष के समान्तर वैद्युत वेक्टर वाली किरण निगमित हो जाती है। इस प्रकार निर्गत प्रकाश पूर्णतया ध्रुवित होता है। चित्र 2.33 में हरपेथाइट क्रिस्टल की अक्ष को सूक्ष्म बिन्दुओं द्वारा दर्शाया गया है तथा वे कागज के तल के लम्बवत् हैं। पोलेराइड से निर्गत प्रकाश समतल ध्रुवित होता है। इसकी जाँच एक-दूसरे पोलेराइड द्वारा की जाती है। जब एक पर एक रखे दो पोलेराइड आपस में समान्तर होते हैं तो प्रथम पोलेराइड द्वारा संचरित प्रकाश दूसरे पोलेराइड द्वारा संचरित हो जाता है। जब द्वितीय पोलेराइड को 90° से घुमाकर उसकी क्रॉस स्थिति में लाते हैं तो उसमें से प्रकाश संचरित नहीं होता है।



चित्र 2.34

अब यदि केवल एक ही पोलेराइड लेकर उसको एक सम्पूर्ण चक्कर अथवा 360° से घुमाया जाये तथा इससे संचरित प्रकाश की तीव्रता न बदले तो **आपतित प्रकाश अध्रुवित होता है।** यदि पोलेराइड को एक चक्कर से घुमाने पर संचरित प्रकाश की तीव्रता दो बार अधिकतम तथा दो बार न्यूनतम हो जाये तो **आपतित प्रकाश आंशिक रूप से अध्रुवित होता है।** यहाँ यह ध्यान देने योग्य है कि इस स्थिति में न्यूनतम तीव्रता की दो स्थितियों के बीच कोण का मान π या 180° होता है। यदि पोलेराइड को 360° घुमाने पर संचरित प्रकाश की तीव्रता दो बार अधिकतम तथा दो बार शून्य हो गये तो **आपतित प्रकाश पूर्ण ध्रुवित होता है।**

पोलेराइड के उपयोग (Use of Polaroids)

1. चकाचौंध दूर करने में—पोलेराइड का उपयोग अत्यधिक श्वेत अथवा चमकीले तलों तथा गीली सड़क पर प्रकाश के परावर्तन द्वारा उत्पन्न चकाचौंध को कम करने में किया जाता है। चकाचौंध में अधिकांश समतल ध्रुवित प्रकाश होता है। यदि आँखों पर पोलेराइड का बना चश्मा लगा लिया जाये तो यह आंशिक ध्रुवित प्रकाश के क्षैतिज कंपनों को काट देगा। अतः चकाचौंध समाप्त हो जायेगी।

2. दुर्घटना को बचाने में—ऊपर की भांति मोटरकारों तथा ट्रकों की हैड-लाइट से निकला प्रकाश जब दूसरी ओर से आती मोटरकारों या ट्रक के हुड (Hood) पर पड़ता है, तो परावर्तित प्रकाश आँख में पहुँचकर चकाचौंध उत्पन्न करता है। इससे आँखों को तो कष्ट होता है साथ ही दुर्घटना होने की संभावना बनी रहती है। इसको दूर करने के लिए हैड-लाइट के कवर-ग्लास तथा विण्ड स्क्रीन पोलेराइड का बनाते हैं। इनके अक्षों को क्षैतिज से 45° के झुकाव पर व्यवस्थित करते हैं। इस प्रकार पोलेराइड लगी दो गाड़ियाँ जब आमने-सामने आती हैं तो एक के हैड-लाइट तथा दूसरे के विण्ड स्क्रीन पर लगे पोलेराइड की अक्षें एक-दूसरे से समकोण बनाती हैं। दूसरे शब्दों में ये पोलोराइड क्रॉस स्थिति में होते हैं। फलतः एक की हैड-लाइट से निर्गत प्रकाश किरणें गाड़ी में विण्ड स्क्रीन से कट जाती हैं तथा दूसरी गाड़ी के चालक को चकाचौंध नहीं लगती।

3. पोलेराइड कैमरा अथवा फोटोग्राफी में—पोलेराइड कैमरा के लेंस के आगे एक पोलेराइड लगाते हैं। जब किसी वस्तु जैसे बादलों आदि का फोटो खींचना होता है तो उसकी पृष्ठभूमि से आये ध्रुवित प्रकाश को पोलेराइड रोक लेता है। परंतु वस्तु द्वारा परावर्तित प्रकाश पोलेराइड से बिना कटे पारित हो जाता है। फलस्वरूप पृष्ठभूमि कुछ अधिक काली तथा वस्तु कुछ अधिक प्रकाशित दिखने से फोटो का विपर्यास (contrast) उत्तम होता है।

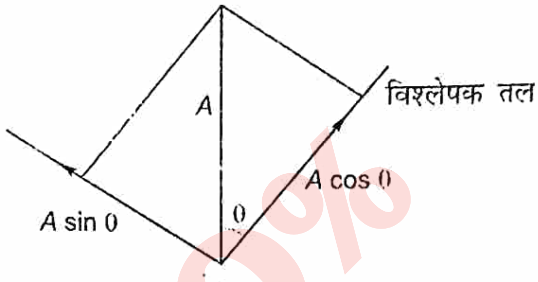
4. शक्कर की सान्द्रता ज्ञात करने में—शक्कर की सान्द्रता पोलेरोमीटर द्वारा ज्ञात की जाती है। पोलेरोमीटर में समतल ध्रुवित प्रकाश के उत्पादन एवं विश्लेषण में पोलेराइड का उपयोग करते हैं।

5. धातुओं के प्रकाशीय गुणों के अध्ययन में—जब अध्रुवित प्रकाश किरणें धातुओं के पृष्ठ पर आपतित होती हैं तो वे ध्रुवित हो जाती हैं। ध्रुवण की मात्रा धातु की प्रकृति पर निर्भर करता है। इस ध्रुवण की मात्रा का ज्ञान पोलोराइड को विश्लेषण के रूप में प्रयोग करके किया जाता है।

6. प्रतिबलों के प्रभाव का अध्ययन करने में—सेलुलाइड पारदर्शक बैकेलाइट पदार्थों पर जब प्रतिबल लगाया जाता है तो वे द्वि-अपवर्तक (Doubly-refracting) बन जाते हैं। द्वि-अपवर्तन प्रक्रिया का अध्ययन पोलेराइड की सहायता से किया जाता है।

§ 2.28 मैलस का नियम (Law of Malus)

इस नियम के अनुसार, **"जब पूर्णतया समतल ध्रुवित प्रकाश किसी विश्लेषक पर आपतित होता है तब निर्गत प्रकाश की तीव्रता विश्लेषक के संचरण तल तथा ध्रुवण के संचरण तल के मध्य कोण की संख्या के वर्ग के समानुपाती होता है।"**



चित्र 2.35

माना ध्रुवक तल तथा विश्लेषक तल के मध्य कोण θ है (चित्र 2.35) तथा तीव्रता I_0 तथा आयाम A का समतल ध्रुवित प्रकाश, ध्रुवक पर आपतित होता है। आपतित प्रकाश को दो घटकों में विभाजित किया जा सकता है—

(i) $A\cos\theta$ विश्लेषक के संचरण तल के अनुदिश

(ii) $A\sin\theta$ विश्लेषण के तल के लम्बवत्।

यदि अवशोषक के कारण प्रकाश की कोई हानि नहीं होती है, तब विश्लेषक से गुजरने पर विश्लेषक से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात की जाती है—

$$I = (A\cos\theta)^2$$
$$= A^2\cos^2\theta$$

परंतु $A^2 \propto I_0$ अत:

$$\boldsymbol{I = I_0 \cos^2\theta} \qquad ...(38)$$

अथवा $$I \propto \cos^2\theta$$

यह मैलस का नियम है।

(i) यदि $\theta = 0$ अर्थात् ध्रुवण अक्ष विश्लेषक अक्ष के समांतर है, तब

$$I = I_0$$

अर्थात् विश्लेषक से निर्गत प्रकाश की तीव्रता में परिवर्तन नहीं होता।

(ii) यदि $\theta = 90°$ अर्थात् ध्रुवण अक्ष एवं विश्लेषण अक्ष परस्पर लम्बवत् हैं, तब

$$I = 0$$

अर्थात् विश्लेषक से निर्गत प्रकाश की तीव्रता शून्य होती है।

(iii) जब किसी ध्रुवण पर अध्रुवित प्रकाश आपतित होती है तब ध्रुवक से निर्गत प्रकाश की तीव्रता आपतित प्रकाश की तीव्रता की आधी होती है। इसे निम्न प्रकार सिद्ध कर सकते हैं—

$$I = I_0\cos^2\theta$$

निर्गत प्रकाश का औसत मान ($\because \theta$ का मान शून्य से 2π के मध्य हो सकता है) अत:

$$I_{av} = \overline{\cos^2\theta}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\cos^2\theta\, d\theta$$

$$= \frac{I_o}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1+\cos 2\theta}{2}\, d\theta$$

$$= \frac{I_0}{2\pi \times 2}\left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{2\pi}$$

$$\boldsymbol{I_{av} = \frac{1}{2} I_0} \qquad ...(39)$$

YADAVRK100%

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 16 : यंग के प्रयोग में दो स्लिटों के मध्य दूरी 0.3 mm है। जब स्लिटों पर 8000 Å का प्रकाश डाला जाता है तो स्लिटों से 1.5 मीटर की दूरी पर स्थित, पर्दे पर प्राप्त फ्रिन्जों की चौड़ाई ज्ञात करो।

हल—दिया है :

$$d = 0 \cdot 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-4} \text{ metre}$$

$$D = 1 \text{ metre}$$

$$\lambda = 8000 \text{ Å} = 8000 \times 10^{-10} = 8 \times 10^{-7} \text{ metre}$$

अत: फ्रिन्जों की चौड़ाई

$$W = \frac{D\lambda}{d}$$

या

$$W = \frac{1 \times 8 \times 10^{-7}}{2 \times 10^{-4}}$$

या

$$W = 4 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \quad \mathbf{W = 4 \text{ mm}}$$

उदाहरण 17 : यंग के प्रयोग में लाल प्रकाश ($\lambda = 6600$ Å) प्रयुक्त करने पर दृष्टि क्षेत्र में 70 फ्रिन्जें दिखाई पड़ती हैं। बैंगनी प्रकाश ($\lambda = 4400$ Å) प्रयुक्त करने पर कितनी फ्रिन्जें दिखाई पड़ेंगी?

हल—चूँकि लाल प्रकाश ($\lambda = 6600$ Å) प्रयोग करने पर 70 फ्रिन्जें दिखाई पड़ती हैं, अत: दृष्टि क्षेत्र का विस्तार $70 \times W = 70 \times \frac{D\lambda}{d}$ होगा।

बैंगनी प्रकाश ($\lambda = 4400$ Å) प्रयुक्त करने पर यदि n फ्रिन्जें दिखाई पड़ें, तो,

$$\text{दृष्टि का विस्तार} = \frac{n \times D\lambda'}{d}$$

$$70 \times \frac{D\lambda}{d} = n \times \frac{D\lambda'}{d}$$

या

$$70 \times \lambda = n\lambda'$$

या

$$n = \frac{70 \times \lambda}{\lambda'}$$

अत: फ्रिन्जों की संख्या,

$$n = 70 \times \frac{6600}{4400}$$

या

$$\mathbf{n = 105}$$

उदाहरण 18 : दो प्रकाश तरंगें जिनकी तीव्रताओं का अनुपात 9 : 4 है, व्यतिकरण उत्पन्न करती हैं। दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$I_1 : I_2 = 9 : 4$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{9}{4}$$

या
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{9}{4}$$

या
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}$$

या
$$a_2 = \frac{2}{3}a_1$$

दीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता

$$I_{max} = (a_1 + a_2)^2 = \left(a_1 + \frac{2}{3}a_1\right)^2 = a_1^2 + \frac{4}{9}a_1^2 + 2a_1 \cdot \frac{2}{3}a_1$$

$$I_{max} = \frac{25a_1^2}{9} \qquad ...(i)$$

इसी प्रकार, अदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता,

$$I_{min} = (a_1 - a_2)^2 = \left(a_1 - \frac{2a_1}{3}\right)^2$$

$$I_{min} = a_1^2 + \frac{4a_1^2}{9} - 2 \times a_1 \times \frac{2}{3}a_1$$

$$I_{min} = \frac{a_1^2}{9} \qquad ...(ii)$$

अतः समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{25a_1^2/9}{a_1^2/9}$$

या
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{25}{1}$$

उदाहरण 19 : एक ही आवृत्ति की दो तरंगों के आयामों का अनुपात 6 : 5 है। व्यतिकरण क्षेत्र में कंपनों के महत्तम व न्यूनतम आयामों तथा तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—माना दोनों तरंगों के आयाम क्रमशः a_1 व a_2 हैं।

तब
$$A_{max} = (a_1 + a_2)$$

तथा
$$A_{min} = (a_1 - a_2)$$

दिया है :
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{5}$$

अतः
$$a_1 = \frac{6}{5}a_2$$

∴
$$\frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2}$$

या
$$\frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{\frac{6}{5}a_2 + a_2}{\frac{6}{5}a_2 - a_2}$$

या
$$\frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{11a_2/5}{a_2/5}$$

अत:
$$\frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{\mathbf{11}}{\mathbf{1}}$$

इसी प्रकार

∵
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{A_{max}^2}{A_{min}^2}$$
$$= \frac{(11)^2}{(1)^2}$$

या
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{\mathbf{121}}{\mathbf{1}}$$

उदाहरण 20 : दो तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात 25 : 16 है। उनके आयामों का अनुपात क्या है? यदि दोनों तरंगों का व्यतिकरण करें, तो महत्तम एवं न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात क्या होगा?

हल—माना तरंगों का आयाम a_1 व a_2 तथा तीव्रताएँ I_1 व I_2 हैं।

दिया है :
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{25}{16}$$
$$\frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{25}{16}$$

या
$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{4}$$
$$a_1 = \frac{5}{4}a_2$$

अत:
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(a_1+a_2)^2}{(a_1-a_2)^2} \text{ से}$$
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{\left(\frac{5}{4}a_2+a_2\right)^2}{\left(\frac{5}{4}a_2-a_2\right)^2}$$

या
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{81a_2^2/16}{a_2^2/16}$$

∴
$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{\mathbf{81}}{\mathbf{1}}$$

उदाहरण 21 : 1 mm की दूरी पर स्थित दो समान्तर पतली झिर्री को एकवर्णीय प्रकाश से प्रकाशित किया जाता है। 150 सेमी दूरी पर स्थित पर्दे पर फ्रिन्ज प्राप्त होती है जिनके मध्य दूरी 0 · 7 मिमी है। प्रकाश की तरंगदैर्ध्य ज्ञात कीजिए।

(UPBTE 2003)

हल—दिया है :
$$W = 0 \cdot 7 \text{ mm या } 0 \cdot 07 \text{ cm}$$
$$d = 1 \text{ mm या } 0 \cdot 01 \text{ cm}$$

$$D = 150 \text{ cm}$$

तथा

$$W = \frac{\lambda \times D}{d} \text{ से} \qquad \text{(जहाँ } \lambda = \text{ तरंगदैर्ध्य है)}$$

अतः

$$0 \cdot 07 = \frac{\lambda \times 150}{0 \cdot 01}$$

अतः

$$\lambda = \frac{0 \cdot 07 \times 0 \cdot 01}{150}$$

$$\lambda = 4 \cdot 6 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$\lambda = 4 \cdot 6 \times 10^{-8} \text{ m}$$

$$\lambda = \mathbf{460 \text{ Å}}$$

उदाहरण 22 : प्रकाश का व्यतिकरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए, यदि शून्य फ्रिन्ज की तीव्रता I_0 है। जब एक स्लिट को ढक दिया जाता है तो तीव्रता I में सम्बन्ध स्थापित करो। [UPBTE 2005]

हल—प्रकाश का व्यतिकरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध—

1. प्रकाश के दोनों स्रोत, कला सम्बद्ध (coherent) होने चाहिएँ।
2. प्रकाश के दोनों स्रोतों को एक समान तरंग उत्सर्जित करनी चाहिए।
3. दोनों प्रकाश स्रोत के बीच अलगाव छोटा होना चाहिए।
4. दोनों प्रकाश स्रोत के बीच की दूरी तथा पर्दे की दूरी छोटी होनी चाहिए।
5. Background काला होना चाहिए।
6. व्यतिकरण तरंगों का आयाम लगभग बराबर होना चाहिए।
7. स्रोत बहुत पतले होने चाहिएँ।
8. स्रोत एकवर्णी (monochromatic) होना चाहिए।
9. स्रोत संकुचित होना चाहिए अर्थात् बहुत छोटा होना चाहिए।

***I* तथा I_0 में सम्बन्ध**—क्योंकि फ्रिन्ज की तीव्रता I बनती है, जब स्लिट बन्द कर दी जाती है तो पर्दे पर शून्य फ्रिन्ज बनती है जहाँ पर दो तरंगों के बीच कला सम्बद्ध अन्तर शून्य होता है। अतः हम जानते हैं कि—

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\phi$$

तब परिणामी तीव्रता,

$$I_0 = I + I + 2\sqrt{I \times I \times 1} \qquad (\because I = I_1 = I_2 \text{ तथा } \cos\phi = 1 \text{ रखने पर})$$

$$I_0 = 2I + 2I$$

$$I_0 = 4I$$

या

$$I = \frac{1}{4} I_0$$

उदाहरण 23 : दो प्रकाश तरंगें जिनकी तीव्रताओं का अनुपात 16 : 9 है, व्यतिकरण उत्पन्न करती हैं। दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है : दो प्रकाश तरंगों की तीव्रताओं का अनुपात = 16 : 9

तब दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रताओं का अनुपात = ?

अत: $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{16}{9}$$

या $$\frac{I_1}{I_2} = \frac{(a_1)^2}{(a_2)^2}$$

या $$\left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

अत: $$\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{3}$$

या $$a_2 = \frac{3}{4}a_1$$

माना दीप्त फ्रिन्जों की तीव्रता I_{max} तथा अदीप्त फ्रिन्ज की तीव्रता I_{min} है। अत:

$$I_{max} = (a_1 + a_2)^2$$

या $$I_{max} = \left(a_1 + \frac{3}{4}a_1\right)^2$$

या $$I_{max} = \left(\frac{7}{4}a_1\right)^2$$

या $$I_{max} = \frac{49a_1^2}{16}$$

इसी प्रकार $$I_{min} = (a_1 - a_2)^2$$

$$I_{min} = \left(a_1 - \frac{3}{4}a_1\right)^2$$

$$I_{min} = \frac{a_1^2}{16}$$

अत: दीप्त तथा अदीप्त फ्रिन्जों की तीव्रताओं का अनुपात $= I_{max} : I_{min}$

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{49a_1^2/16}{a_1^2/16}$$

या $$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{49}{1}$$

∴ $$\mathbf{I_{max} : I_{min} = 49 : 1}$$

उदाहरण 24 : ध्रुवित प्रकाश से आप क्या समझते हैं? आप किस प्रकार जाँच करेंगे कि दिया हुआ प्रकाश ध्रुवित है अथवा नहीं?

हल—ध्रुवित प्रकाश—समतल ध्रुवित प्रकाश वह प्रकाश होता है, जिसमें प्रकाश वेक्टर प्रकाश संचरण की दिशा के अभिलम्बवत् तल में एक निश्चित रेखा के अनुदिश कम्पन करता है। इस प्रकार के प्रकाश को जिसमें प्रकाश संचरण की दिशा के सापेक्ष सममिति का अभाव होता है अर्थात् जिसके कम्पन संचरण के अभिलम्बवत् सभी दिशाओं में न होकर केवल एक रेखा के अनुदिश होता है, "ध्रुवित प्रकाश" कहते हैं।

यदि दिये गये प्रकाश में विद्युत क्षेत्र के कम्पन संचरण के लम्बवत् सभी दिशाओं में समान रूप से वितरित होते हैं तो यह प्रकाश अध्रुवित प्रकाश कहलाता है।

YADAVRK100%

यदि दिये गये प्रकाश में विद्युत क्षेत्र के कम्पन केवल एक ही दिशा में होते हैं, अन्य सभी दिशाओं के कम्पन शून्य हो जाते हैं, तो ऐसे प्रकाश को ध्रुवित प्रकाश कहेंगे।

उदाहरण 25 : पोलारायड क्या है? यह किस प्रकार कार्य करता है? I_0 तीव्रता का ध्रुवित प्रकाश एक पोलारायड पर पड़ता है जिसकी परिगमन अक्ष आपाती कम्पनों से 30° का कोण बनाती है। पोलेरायड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता ज्ञात कीजिए। [UPBTE 2012]

हल—**पोलारायड**—यह समतल ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने की एक ऐसी सस्ती एवं सुविधाजनक विधि है जो वर्णात्मक अवशोषण या डाइक्रोइस्म (dichroism) की घटना पर आधारित है।

जब अध्रुवित प्रकाश की एक किरण एक टूरमैलिन प्लेट के अन्दर अपरिवर्तित होती है, यह दो समतल ध्रुवित O तथा E किरणों में विभक्त हो जाती है। इन किरणों के कम्पन परस्पर अभिलम्बवत् तलों में होते हैं। इसमें से O किरण प्लेट द्वारा रोक दी जाती है तथा E किरण बाहर निकल जाती है। अत: क्रिस्टल से निर्गत प्रकाश पूर्णत: समतल ध्रुवित होता है। पोलारायड इसी सिद्धान्त पर कार्य करता है।

पोलारायड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता,

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

$$I = I_0 \times (\cos 30°)^2$$

$$I = I_0 \times \frac{3}{4}$$

$$\therefore \quad \boldsymbol{I = \frac{3}{4} I_0}$$

उदाहरण 26 : दो पोलेराइड की अक्षें एक-दूसरे से 20° के कोण पर हैं। दूसरे पोलेराइड से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता पहले पोलेराइड पर आपतित प्रकाश की तीव्रता की कितने प्रतिशत होगी? [$\cos 20° = 0 \cdot 9396$]

हल—माना पहले पोलेराइड पर आपतित अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 है तो मैलस के नियमानुसार पहले पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता सदैव आधी हो जाती है।

अत:
$$I_1 = I_o \cos^2\theta = \frac{I_0}{2}$$

अब $\frac{I_0}{2}$ तीव्रता का प्रकाश दूसरे पोलेराइड पर आपतित है। इसलिए दूसरे पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता,

$$I_2 = I_1 \cos^2\theta = \frac{I_0}{2} \times \cos^2 20°$$

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \times 0 \cdot 8830$$

अत: निर्गत प्रकाश की प्रतिशत तीव्रता
$$= \frac{I_2}{I_0} \times 100$$

$$= \frac{\frac{I_0}{2} \times 0 \cdot 8830}{I_0} \times 100$$

$$= \frac{88 \cdot 30}{2}$$

$$= \boldsymbol{44 \cdot 15\%}$$

उदाहरण 27 : दो पोलेराइड के मध्य बनने वाला कोण ज्ञात कीजिए जिससे कि निर्गत प्रकाश की तीव्रता अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता की एक-चौथाई रह जाये।

हल—माना अध्रुवित प्रकाश की तीव्रता I_0 है। हम जानते हैं कि प्रथम ध्रुवित प्रकाश की तीव्रता $I_0/2$ हो जाती है। यदि दोनों पोलेराइड के मध्य θ कोण हो तो दूसरे पोलेराइड से निर्गत प्रकाश की तीव्रता,

$$I = \frac{I_0}{2} \times \cos^2\theta$$

YADAVRK100%

प्रश्नानुसार,

$$I = \frac{I_0}{4}$$

अत:

$$\frac{I_0}{4} = \frac{I_0}{2} \times \cos^2\theta$$

$$\cos^2\theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$$

$\therefore$

$$\theta = 45°$$

उदाहरण 28 : काँच की एक पट्टिका का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक 1 · 33 है। आपतन कोण का मान ज्ञात कीजिए जिस पर परावर्तित प्रकाश ध्रुवित हो जाता है। अपवर्तित किरण का अपवर्तन कोण भी ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है : ${}_a\mu_g = 1 \cdot 33$ अत: ब्रुस्टर के नियम से,

$$\tan i_p = {}_a\mu_g$$

अत:

$$i_p = \tan^{-1}({}_a\mu_g)$$

$$= \tan^{-1}(1 \cdot 33)$$

$$i_p = 56 \cdot 06°$$

चूँकि

$$i_p + r = 90°$$

अत: अपवर्तन कोण,

$$r = 90° - i_p$$

$$r = 33 \cdot 94°$$

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. परमाणु संरचना के विभिन्न प्रतिरूप हैं—
   (a) टॉमसन मॉडल (b) रदरफोर्ड मॉडल
   (c) सोमरफेल्ड मॉडल (d) बोहर मॉडल
   (e) वेक्टर मॉडल (f) तरंग यांत्रिकी मॉडल (दी-ब्रोगली परिकल्पना)
2. प्रकाश किसी माध्यम में गति करने वाली वह ऊर्जा है जो देखने में सहायक होती है।
3. प्रकाश में परावर्तन, अपवर्तन, विक्षेपण, ध्रुवण आदि घटनाएँ होती हैं।
4. हाइगेन्स ने तरंग सिद्धान्त में माना था कि प्रकाश तरंगें अनुदैर्घ्य हैं, परन्तु फ्रेजनल ने इस सिद्धान्त में संशोधन करते हुए बताया कि ये तरंगें अनुप्रस्थ हैं।
5. बोहर मॉडल की परिकल्पनाएँ—

   (a) $\frac{mv^2}{r} = \frac{r}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_e^2}{r^2} = K\frac{Z_e^2}{r}$

   (b) स्थायी कक्षा में गतिमान इलेक्ट्रॉन कोई ऊर्जा उत्सर्जित नहीं करता है।

   (c) केवल वे कक्षाएँ सम्भव हैं जिनमें—

$$mvr = n\frac{h}{2\pi}, \qquad \text{जहाँ } n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$2\pi r = n\frac{h}{mv} \qquad \text{या} \qquad \text{परिधि } S = n\lambda$$

(d) यदि निम्न स्तर की ऊर्जा E_1 तथा उच्च स्तर की ऊर्जा E_2 हो, तो—

$$E_2 - E_1 = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = hc\bar{\nu}$$

जहाँ ν = उत्सर्जित किरण की आवृत्ति

λ = तरंगदैर्ध्य

तथा $\bar{\nu}$ = तरंग संख्या है।

6. **प्लांक के क्वांटम सिद्धान्त के अनुसार**—प्रकाश स्रोत से उत्सर्जित ऊर्जा छोटे-छोटे पैकेट के रूप में होती है। इन पैकेटों को फोटॉन कहते हैं। किसी फोटॉन की ऊर्जा—

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$

जहाँ h = प्लैंक नियतांक $= 6 \cdot 67 \times 10^{-34}$ J-s

ν = प्रकाश की आवृत्ति

c = प्रकाश की चाल

तथा λ = प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है।

7. **दी-ब्रोगली के प्रकाश की दोहरी प्रकृति का सिद्धान्त**—दी-ब्रोगली के अनुसार, प्रकाश में तरंग तथा कण दोनों प्रकृति होती हैं। इसलिए प्रकाश से सम्बद्ध फोटॉन का संवेग

$$P = \frac{h}{\lambda}$$

इस प्रकार किसी गतिमान कण की सम्बद्ध तरंगदैर्ध्य

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

8. **कला सम्बद्ध प्रकाश स्रोत**—वह प्रकाश स्रोत जो समान तरंगदैर्ध्य, समान आवृत्ति तथा नियत कलान्तर का प्रकाश उत्सर्जित करते हों तो उन्हें कला सम्बद्ध प्रकाश स्रोत कहते हैं।

9. **व्यतिकरण**—दो कला सम्बद्ध प्रकाश स्रोत से उत्सर्जित प्रकाश तरंग के मध्य अध्यारोपण से प्रकाश ऊर्जा का असमान वितरण व्यतिकरण कहलाता है।

10. व्यतिकरण प्राप्त करने के लिए यह आवश्यक है कि प्रकाश स्रोत कला सम्बद्ध हो।

11. व्यतिकरण दो प्रकार का होता है— (1) संपोषी व्यतिकरण, तथा (2) विनाशी व्यतिकरण।

		संपोषी व्यतिकरण	**विनाशी व्यतिकरण**
(i)	फ्रिंज का प्रकार	दीप्त	अदीप्त
(ii)	कलान्तर (ϕ)	$2\pi n;\ n = 0, 1, 2, \ldots$	$(2n-1)\pi;\ n = 1, 2, 3, \ldots$
(iii)	पथान्तर (x)	$n\lambda$	$(2n-1)\frac{\lambda}{2}$
(iv)	प्रकाश की तीव्रता	$(a_1 + a_2)^2$ या $(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$	$(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$
(v)	पर्दे के nवीं फ्रिन्ज की दूरी	$Y_n = \frac{nD\lambda}{d}$	$Y_n = (2n-1)\frac{D\lambda}{2d}$
(vi)	फ्रिन्ज की चौड़ाई	$\frac{D\lambda}{d}$	$\frac{D\lambda}{d}$
(vii)	कोणीय चौड़ाई θ	$\frac{\lambda}{d}$	$\frac{\lambda}{d}$

YadavRK100%

(viii) $I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\phi$; $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\phi$

(ix) स्लिटों से उत्सर्जित प्रकाश की तीव्रता आयाम तथा स्लिट की चौड़ाई के मध्य सम्बन्ध

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2} = \frac{w_1}{w_2}$$

12. **विवर्तन**—किसी स्लिट, अवरोधक या तीक्ष्ण किनारों पर प्रकाश का आंशिक रूप से मुड़ना विवर्तन कहलाता है।

(i) मुख्य उच्चिष्ठ चौड़ाई—

$$W_0 = \frac{2D\lambda}{d}$$

		द्वितीयक उच्चिष्ठ	द्वितीय निम्निष्ठ
(ii)	पथान्तर	$d\sin\theta_n = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$	$d\sin\theta_n = n\lambda$
(iii)	चौड़ाई	$\frac{D\lambda}{d}$	$\frac{D\lambda}{d}$
(iv)	परदे के केन्द्र से दूरी	$Y_n = (2n+1)\frac{D\lambda}{2d}$	$Y_n = n\frac{D\lambda}{d}$

13. प्रकाश तरंगों की प्रकृति अनुप्रस्थ होती है।
14. **प्रकाश का ध्रुवण**—प्रकाश के विद्युत क्षेत्र के कंपनों को किसी एक दिशा में सीमित कर देने की घटना प्रकाश का ध्रुवण कहलाती है।
15. वह आपतन कोण जिस पर प्रकाश के आपतित होने पर परावर्तित प्रकाश पूर्णतः ध्रुवित हो जाये ब्रुस्टर कोण कहलाता है।
16. पोलेराइड ध्रुवित प्रकाश उत्पन्न करने के लिए एक पदार्थ है।
17. **मैलस का नियम**—किसी विश्लेषक से निकलने वाले प्रकाश की तीव्रता विश्लेषक तथा ध्रुवों के अक्षों के मध्य बनने वाले कोण पर निर्भर करती है।

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

जहाँ I_0 = विश्लेषक पर आपतित प्रकाश की तीव्रता है।

अभ्यास (Exercise)

1. दी-ब्रोगली का दोहरी प्रकृति का सिद्धान्त क्या है? दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य के सूत्र की व्युत्पत्ति कीजिए। [UPBTE 2007]
2. प्रकाश के विवर्तन से आप क्या समझते हैं? एक पतली स्लिट से फ्रॉनहोफर विवर्तन की व्याख्या कीजिए। [UPBTE 2009]
3. विवर्तन में प्रकाश तीव्रता का वितरण दर्शाइए। [UPBTE 2009]
4. परावर्तन व द्विअपवर्तन द्वारा ध्रुवण किस प्रकार किया जा सकता है? [UPBTE 2010]
5. व्यतिकरण तथा विवर्तन में भेद कीजिए। [UPBTE 2003S 2011]
6. यंग के द्विस्लिट प्रयोग में एक स्लिट के सामने यदि एक पारदर्शी पट्टिका रख दी जाये तो फ्रिन्जों पर क्या प्रभाव पड़ेगा? [UPBTE 2011]
7. प्रकाश के ध्रुवण से आप क्या समझते हैं? [UPBTE 2010S 2012]

YADAVRK100%

8. आप किस प्रकार जाँचेंगे कि दिया हुआ प्रकाश ध्रुवित है या नहीं? [UPBTE 2012]
9. पोलेराइड से आप क्या समझते हैं? यह किस प्रकार कार्य करता है? [UPBTE 2012]
10. यदि इलेक्ट्रॉन (द्रव्यमान $= 9 \cdot 1 \times 10^{-3}$ kg), 100 V विभवान्तर से त्वरित किया गया है तो ज्ञात कीजिए गतिज ऊर्जा व इलेक्ट्रॉन से सम्बन्धित दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य। ($e = 1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ कूलॉम, $h = 6 \cdot 67 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड)

[उत्तर : $1 \cdot 23$ Å]

11. दो समान आवृत्ति के प्रकाश तरंगों के आयामों का अनुपात 1 : 3 है। दोनों तरंगों के अध्यारोपण से उत्पन्न परिणामी की अधिकतम तथा न्यूनतम तीव्रताओं का अनुपात ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 4 : 1]
12. दो प्रकाश स्रोतों से उत्सर्जित प्रकाश तरंगों का अनुपात $1 : \beta$ है। व्यतिकरण में अधिकतम तीव्रता का अनुपात ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : $\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^2$]

13. किसी गतिमान कण से सम्बद्ध दी-ब्रोगली तरंगदैर्ध्य 1 Å है। कण का संवेग ज्ञात कीजिए। ($h = 6 \cdot 67 \times 10^{-34}$ J-s)

[उत्तर : $6 \cdot 67 \times 10^{-24}$ kg m/s]

14. 3 व 4 सेमी आयाम की दो तरंगें 90° कलान्तर पर अध्यारोपित होती हैं। परिणामी आयाम ज्ञात कीजिए।

[उत्तर : 5 सेमी]

15. शून्य फ्रिन्ज की तीव्रता I_0 है। जब एक स्लिट ढक दिया जाता है तो तीव्रता I हो जाती है। I_0 तथा I में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। [उत्तर : $I_0/4$]
16. यंग प्रयोग में लाल प्रकाश ($\lambda = 6600$ Å) प्रयुक्त करने पर दृष्टि क्षेत्र में 60 फ्रिन्ज दिखाई देती हैं। बैंगनी प्रकाश ($\lambda' = 4400$ Å) प्रयुक्त करने पर कितनी फ्रिन्जें दिखाई देंगी? [उत्तर : 90]
17. जल पर आपतित प्रकाश परावर्तन के पश्चात् पूर्ण रूप से ध्रुवित हो जाता है। यदि जल के लिए ध्रुवण कोण का मान 53° हो तो जल का अपवर्तनांक तथा अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 1·33, 37°]
18. किसी पारदर्शी माध्यम के लिए क्रान्तिक कोण का मान 35° 17′ है। ज्ञात कीजिए माध्यम के लिए ध्रुवण कोण कितना होगा?($\sin 35° 17' = \frac{1}{\sqrt{3}}$)

[उत्तर : 60°]

19. अध्रुवित प्रकाश वायु-काँच अन्तरापृष्ठ पर आपतित हो रहा है। वह आपतन कोण ज्ञात कीजिए जिस पर कि परावर्तित किरण व अपवर्तित किरण परस्पर अभिलम्ब हों। ($n = 1 \cdot 5$) [उत्तर : 56·3°]

आंकिक प्रश्नों के संक्षिप्त हल

(10) प्रश्नानुसार, समीकरण $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\,m\,ev}}$ में दिये गये मान रखने पर

$$\lambda = \frac{6 \cdot 67 \times 10^{-34}}{\sqrt{2 \times (9 \cdot 1 \times 10^{-31}) \times (1 \cdot 6 \times 10^{-19}) \times 100}} = 1 \cdot 23 \text{ Å}$$

(11) प्रश्नानुसार, समीकरण $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(a_1 + a_2)^2}{(a_1 - a_2)^2}$ में दिये गये मान रखने पर

$$\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(1+3)^2}{(1-3)^2} = \frac{(4)^2}{(-2)^2} = \frac{16}{4} = \frac{4}{1} \Rightarrow I_{max} : I_{min} = 4:1$$

) प्रश्नानुसार, समीकरण $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \frac{(a_1+a_2)^2}{(a_1-a_2)^2}$ से $\frac{I_{max}}{I_{min}} = \left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)^2$

समीकरण $P = \frac{h}{\lambda}$ में दिये गये मान रखकर हल करने पर

$$P = \frac{6 \cdot 67 \times 10^{-34}}{1 \times 10^{-10}} \Rightarrow P = 6 \cdot 67 \times 10^{-24} \text{ kg m/s}$$

समीकरण $A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\phi$ में दिये गये मान रखने पर

$$A^2 = (3)^2 + (4)^2 + 2 \times 3 \times 4 \times \cos 90^\circ \quad \text{या} \quad A = 4 \text{ cm}$$

(15) प्रश्नानुसार, जब एक स्लिट ढक दिया जाता है तो तीव्रता I हो जाती है अर्थात् यह स्पष्ट है कि प्रत्येक स्लिट से निर्गत प्रकाश तरंग की तीव्रता I है। स्लिट को ढकने पर शून्य फ्रिन्ज पर्दे के केन्द्र पर बनती है जहाँ दो तरंगों के मध्य कलान्तर शून्य होता है। अतः परिणामी तीव्रता के समीकरण,

$I = I_2 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\phi$ में $I_1 = I_2 = I$ तथा परिणामी तीव्रता I_0 तथा $\cos\phi = +1$ रखने पर

$$I_0 = I + I + 2\sqrt{I \times I \times 1} = 4I \Rightarrow I = I_0/4$$

(16) प्रश्नानुसार, लाल प्रकाश प्रयोग करने पर 60 फ्रिन्ज दिखती है अतः दृष्टि क्षेत्र का विस्तार

$$60 \times w = 60 \times \frac{D\lambda}{d}$$

बैंगनी प्रकाश प्रयुक्त करने पर यदि n फ्रिन्जें दिखाई पड़ें तो दृष्टि विस्तार

$$= \frac{n \times D\lambda'}{d}$$

अर्थात् $60 \times \frac{D\lambda}{d} = n \times \frac{D\lambda'}{d}$ या $60 \times \lambda = n\lambda'$

या $n = \frac{60 \times \lambda'}{\lambda'} = \frac{60 \times 6600}{4400}$ या $n = 90$

(17) सूत्र $n = \tan i_p$ से

या $n = \tan 53^\circ$ या $n = 1 \cdot 33$

चूँकि $i_p + r = 90^\circ$ अतः $r = 90^\circ - i_p$

या $r = 90^\circ - 53^\circ$

$r = 37^\circ$

(18) समीकरण $n = \frac{1}{\sin C}$ से (जहाँ C क्रान्तिक कोण है)

$$n = \frac{1}{\sin 35 \, 17^\circ} = \frac{1}{1/\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

ब्रुस्टर के नियम से $\tan i_p = n = \sqrt{3}$ या $i_p = \tan^{-1}\sqrt{3} = 60^\circ$

(19) समीकरण $n = \tan i_p$ से

$1 \cdot 5 = \tan i_p$ या $i_p = \tan^{-1} 1 \cdot 5$

∴ $i_p = 56 \cdot 30^\circ$

□

YADAVRK100%

3

Chapter

वैद्युत-स्थैतिकी (ELECTROSTATICS

Syllabus

Electrostatics

- Concept of Charge, Coulomb's law, Electric field of point charges, Electric lines of force and their properties, Electric flux, Electric potential and potential difference.
- Gauss law of electrostatics, Applications of Gauss law of find electric field intensity of straight charged conductor, plane charged sheet and charged sphere.
- Capacitor and its working principle, Capacitance and its units. Capacitance of parallel plate capacitor. Series and parallel combination of capacitors (numericals), charging and discharging of a capacitor.
- Dielectric and its effect on capacitance, dielectric breakdown.
- Application of electrostatics in electrostatic precipitation of microbes and moisture separation from air and gases in industry for pollution control (Brief explanation only).

§ 3.1 परिचय (Introduction)

बरसात के मौसम में आकाश में विद्युत का कौंधना पुनश्च बादलों का गरजना, जाड़े के दिनों में पहने हुए ऊनी या नायलॉन के कपड़ों को शरीर से उतारते समय विद्युत की चिंगारी छूटना तथा चिटचिट की ध्वनि सुनाई पड़ना, गर्मी के सूखे दिनों में फर्श पर बिछे कालीन पर नंगे पैर चलने के बाद किसी लोहे के गेट आदि को छूने पर या कार अथवा बस में लोहे के गेट या रॉड को पकड़कर, सीट पर घिसटते हुए उठने पर—हल्के विद्युतिक झटके का एहसास, भय मिश्रित कौतूहल पैदा करते हैं।

उपरोक्त सभी उदाहरणों से स्पष्ट है कि विद्युत की चिंगारी, ध्वनि तथा हल्के झटके का एहसास सभी घर्षण की क्रिया के परिणाम हैं।

सर्वप्रथम ग्रीक दार्शनिक थेल्स (Thales of Miletus लगभग 600 BC) ने उस काल में अन्य इसी प्रकार की घटनाओं के मूल की खोज की तथा इन घटनाओं के कारक को नाम दिया **"विद्युतिक आवेश"।**

§ 3.2. वैद्युत (Electricity)

वैद्युत विज्ञान की वह शाखा है जिसमें वैद्युत आवेशित वस्तुओं के मध्य होने वाली अन्योन्य क्रिया (interaction) से सम्बद्ध (associated) परिघटनाओं का वर्णन किया जाता है।

3.2.1 घर्षण विद्युत या स्थिर विद्युत का सिद्धान्त (Principle of Frictional Electricity or Static Electricity or Electrostatics)

जब भिन्न-भिन्न परावैद्युत* अथवा वैद्युतरोधी (Dielectric or Insulator) पदार्थों को आपस में रगड़ते हैं तो इन पदार्थों में हल्की वस्तुओं जैसे कागज के टुकड़ों, तिनके आदि को अपनी ओर आकर्षित करने का गुण आ जाता है।

सर्वप्रथम यूनानी वैज्ञानिक थेल्स (Thales) ने देखा कि जब एम्बर (Amber) को ऊन (wool) से रगड़ा जाता है तो उसमें कागज के छोटे-छोटे टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने का गुण उत्पन्न हो जाता है। **यूनानी भाषा में एम्बर (Amber) को इलेक्ट्रॉन (electron) कहते हैं जिससे इलेक्ट्रिसिटी (electricity) शब्द की उत्पत्ति हुई।**

---

* वे पदार्थ जिनको रगड़ कर आवेशित अथवा वैद्युन्मय किया जा सकता है, परावैद्युत अथवा वैद्युतरोधी पदार्थ कहलाते हैं।

XYZDVPK100%

सोलहवीं शताब्दी में डॉ० गिलबर्ट ने बताया कि यह गुण केवल एम्बर में ही नहीं बल्कि अन्य वस्तुओं जैसे काँच, आबनूस, गन्धक, लाख आदि में भी रगड़ने से आ जाता है। **चूँकि यह गुण रगड़ने अर्थात् घर्षण (friction) द्वारा उत्पन्न होता है, अत: इसे घर्षण विद्युत (frictional electricity) कहते हैं। यह वस्तुओं पर स्थिर रहती है प्रवाहित नहीं होती, इसीलिए इसे स्थिर विद्युत (static electricity) या electrostatics भी कहते हैं।**

"The branch of Physics, which deals with the study of charges at rest, the forces between the static charges, field and potentials due to these charges is called Electrostatics or static Electricity or even Frictional Electricity."

इस गुण को प्राप्त कर लेने पर, वस्तु आवेशित अथवा वैद्युन्मय (charge or electrified) कहलाते हैं। वैद्युन्मय होने का अर्थ है कि वस्तुओं में परस्पर आवेशों का आदान-प्रदान हो गया।

§ 3.3 आवेश (Charge)

आवेश, कुछ मूलभूत कणों का मौलिक गुण है।

"Electric charge is a characteristic that accompanies fundamental particles, where they exist."

वस्तुओं पर आवेश, किन्हीं दो कुचालक पदार्थों के घर्षण से प्रकट होता है। आवेश दो प्रकार के होते हैं—धन आवेश (positive charge) तथा ऋण आवेश (negative charge)।

MKSA पद्धति में वैद्युत आवेश का मात्रक कूलॉम है तथा इसका प्रतीक C है। आवेश प्रवाह की दर को वैद्युत धारा कहते हैं।

अत: वैद्युत धारा = आवेश/समय

या आवेश = वैद्युत धारा × समय

या 1 कूलॉम = 1 ऐम्पियर-सेकण्ड

1 C = 1 A-s

§ 3.4 आवेश के बारे में कुछ महत्वपूर्ण तथ्य (Some important facts regarding charge)

(i) आवेश एक अदिश राशि है। यह दो प्रकार का होता है—धनात्मक तथा ऋणात्मक।

(ii) विद्युत धारा को मूल राशि मान लेने पर यह एक व्युत्पन्न राशि है तथा इसका विमीय सूत्र [AT] है; जहाँ A वैद्युत धारा तथा T समय की मूल राशियों के मात्रकों को प्रदर्शित करते हैं।

(iii) यह क्वान्टित (Quantized) है तथा आवेश का क्वान्टम* (न्यूनतम संभव आवेश), $e = 1\cdot6\times10^{-19}$ कूलॉम अर्थात् इलेक्ट्रॉनिक आवेश है। आवेश (q) का आदान-प्रदान e के पूर्ण सांख्यिक गुणांक (Integral multiple) में ही होता है, अर्थात्

$$q = ne \quad \text{जहाँ } n = 1, 2, \ldots\ldots \text{ (पूर्णांक संख्या)} \qquad \ldots(1)$$

राशि e को मूल आवेश अथवा आवेश का क्वान्टम (Elementary charge or Quantum of charge) कहते हैं।

"The quantization of electric charge is the property by virtue of which all free charges are integral multiple of a basic unit of charge represented by e."

(iv) यदि किसी आवेश q में इलेक्ट्रॉनों की संख्या n हो तो सूत्र

$$q = ne \text{ से}$$

$$n = \frac{q}{e} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1\cdot6\times10^{-19} \text{ कूलॉम}} = 6\cdot25\times10^{18}$$

* नवीनतम प्रेक्षणों के अनुसार प्रोटॉन, न्यूट्रॉन भी अन्य कणों से मिलकर बने होते हैं जिन्हें क्वार्क्स (Quarks) कहते हैं। इन पर $\pm\frac{1}{3}e$ तथा $+\frac{2}{3}e$ आवेश होता है। नाभिक के अन्दर इन कणों की उपस्थिति का प्रायोगिक प्रमाण है। किन्तु मुक्त क्वार्क्स (नाभिक के बाहर) संभव नहीं हैं।

1 कूलॉम आवेश $= 6 \cdot 25 \times 10^{18}$ इलेक्ट्रॉनिक आवेश $= 6 \cdot 25 \times 10^{18}$ इलेक्ट्रॉनों का नेट आवेश

वैद्युत धारा $i = \frac{dq}{dt}$

अथवा विमीय $[q] = [AT]$ से,

1 कूलॉम = 1 ऐम्पियर × 1 सेकण्ड

अत: **यदि किसी चालक में एक ऐम्पियर की धारा एक सेकण्ड तक प्रवाहित हो तो उस चालक में प्रवाहित आवेश एक कूलॉम होता है।**

"It is equal to the charge transferred by a current of one ampere in one second."

CGS प्रणाली में आवेश का मात्रक स्टेट कूलॉम या फ्रेन्कलिन अथवा स्थिर वैद्युत मात्रक (esu) कहलाता है* तथा

$$1 \text{ कूलॉम} = 3 \times 10^9 \text{ esu of charge}$$

(v) आवेश पर चालक का कोई प्रभाव नहीं होता है (लम्बाई, द्रव्यमान तथा समय पर चाल का प्रभाव होता है—आपेक्षिकता का सिद्धान्त)

(vi) आवेश सदैव संरक्षित रहता है अर्थात् आवेश न तो उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट। आवेश का केवल स्थानान्तरण किया जाता है।

(vii) किसी वस्तु के ऋणात्मक अथवा धनात्मक होने का तात्पर्य उस वस्तु पर क्रमश: इलेक्ट्रॉन की अधिकता अथवा कमी से है।

(viii) आवेश सदैव द्रव्यमान से बद्ध रहता है अर्थात् द्रव्यमान के बिना आवेश का अस्तित्व नहीं हो सकता है; जबकि आवेश के बिना द्रव्यमान का अस्तित्व हो सकता है। जिन कणों का विराम द्रव्यमान शून्य होता है, वे कण आवेशित नहीं हो सकते हैं जैसे फोटॉन अथवा न्यूट्रिनो।

(ix) समान (like) आवेशों के बीच प्रतिकर्षण बल तथा असमान (unlike) आवेशों के बीच आकर्षण बल लगता है। इसे आवेशों का नियम अथवा आवेश बल नियम (law of charges or charge force law) कहते हैं। आवेशित वस्तु, अनावेशित वस्तु को सदैव आकर्षित करती है।

(x) किसी वस्तु को घर्षण, प्रेरण अथवा चालन (friction, induction or conduction) द्वारा आवेशित किया जा सकता है।

उदाहरण 1 : एक वस्तु पर 1 कूलॉम ऋणावेश है उस पर सामान्य अवस्था में कितने इलेक्ट्रॉन अधिक हैं?

हल—एक इलेक्ट्रॉन पर $1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ कूलॉम ऋणावेश होता है। अत: 1 कूलॉम ऋणावेश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या—

$$n = \frac{q}{e}$$

$$= \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \cdot 6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}}$$

$$= 6 \cdot 25 \times 10^{18}$$

उदाहरण 2 : एक कण पर $2 \cdot 8 \mu C$ आवेश है। स्थानान्तरित हुए इलेक्ट्रानों की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल—यहाँ $q = 2 \cdot 8 \mu C = 2 \cdot 8 \times 10^{-6}$ C

$$q = ne$$

अत: इलेक्ट्रानों की संख्या, $n = \frac{q}{e}$

---

* आवेश का एक अन्य मात्रक, वैद्युत चुम्बकीय मात्रक (emu) भी है तथा 1 कूलॉम $= \frac{1}{10}$ emu of charge, $\frac{\text{emu of charge}}{\text{esu of charge}} = 3 \times 10^{10} = c$, CGS प्रणाली में प्रकाश की निर्वात में चाल $= 3 \times 10^{10}$ सेमी./सेकण्ड।

$$n = \frac{2 \cdot 8 \times 10^{-6}}{1 \cdot 6 \times 10^{-19}}$$

$$n = 1 \cdot 75 \times 10^{13}$$

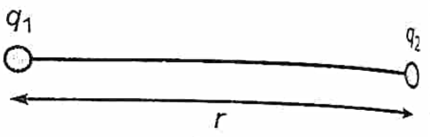
§ 3.5 कूलॉम का नियम (Coulomb's Law)

सन् 1785 में कूलॉम (Coulomb) ने, दो आवेशों के मध्य कार्य करने वाले आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल के सम्बन्ध में एक नियम दिया जिसे कूलॉम का नियम कहते हैं।

''किन्हीं दो स्थिर बिन्दु आवेशों के मध्य लगने वाला आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल दोनों आवेशों की मात्राओं के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।'' इस बल की दिशा उन आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश होती है।

The force of interaction between any two point charges is directly proportional to the product of the charges and inversely proportional to the square of the distance between them.

The force acts always along the line joining the two charges.



चित्र 3.1

यदि दो बिंदु आवेश q_1 व q_2 एक-दूसरे से r दूरी पर हों तो उनके मध्य लगने वाला (चित्र 3.1) बल F, कूलॉम के नियमानुसार

(i) $$F \propto q_1 q_2 \qquad \text{... (i)}$$

और (ii) $$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad \text{... (ii)}$$

द्वितीय नियम के आधार पर इसे कूलॉम का व्युत्क्रम नियम भी कहते हैं। समीकरण (i) व (ii) को मिलाने पर

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \text{... (iii)}$$

जहाँ k एक समानुपाती स्थिरांक है; प्रयोगों द्वारा इसका मान $9 \cdot 0 \times 10^9 \text{ N} - \text{m}^2\text{C}^{-2}$ आता है। सुविधा के लिए इस समानुपाती स्थिरांक को निर्वात या वायु के लिए, $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ चुना जाता है। अत:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \text{ newton} \qquad \text{... (2)}$$

जहाँ ε_0 (एप्साइलन जीरो), रिक्त स्थान या निर्वात् की विद्युतशीलता (Permittivity of free space or Vacuum) है।

ε_0 का मान तथा मात्रक (Value and unit of ε_0)

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 0 \times 10^9 \text{ N-m}^2/\text{C}^2$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \times 9 \cdot 0 \times 10^9 \text{ N-m}^2 \text{ C}^{-2}}$$

$$= \frac{1}{4 \times 3 \cdot 14 \times 9 \cdot 0 \times 10^9} \text{C}^2/\text{N-m}^2$$

$$= 8 \cdot 85 \times 10^{-12} \text{ कूलॉम}^2/\text{न्यूटन-मीटर}^2$$

$$= \mathbf{8 \cdot 85 \times 10^{-12} \ C^2/N\text{-}m^2}$$

YADAVRK100%

ε_0 का विमीय सूत्र (Dimensions of ε_0)

समीकरण (2) से

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 \cdot q_2}{F \cdot r^2} \text{ C}^2/\text{N-m}^2$$

$$\varepsilon_0 \text{ की विमा (Dimensions)} = \frac{(q_1 \text{ की विमा})\,(q_2 \text{ की विमा})}{(F \text{ की विमा})\,(r \text{ की विमा})^2}$$

$$= \frac{[\text{AT}].[\text{AT}]}{[\text{MLT}^{-2}]\,[\text{L}^2]}$$

$$= [\text{M}^{-1}\,\text{L}^{-3}\,\text{T}^4\,\text{A}^2]$$

समीकरण (2) में $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ का मान रखने पर,

$$F = 9{\cdot}0 \times 10^9 \times \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \text{... (iv)}$$

समीकरण (iv) में, यदि $q_1 = q_2 = 1$ कूलॉम, $r = 1$ मीटर,

तब $F = 9{\cdot}0 \times 10^9$ न्यूटन

अर्थात् यदि निर्वात में समान मात्रा के आवेशों को एक-दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर रखें एवं उनके मध्य $9 \cdot 0 \times 10^9$ न्यूटन का आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य करने लगे तो प्रत्येक आवेश का मान 1 कूलॉम होगा।

चूँकि कूलॉम एक बड़ा मात्रक है। अतः हम प्रायः एक छोटे मात्रक माइक्रोकूलॉम (microcoulomb) μC का प्रयोग करते हैं।

$$1 \text{ माइक्रोकूलॉम } (\mu\text{C}) = 10^{-6} \text{ कूलॉम}$$

इस प्रकार 1 कूलॉम ऋणावेश में इलेक्ट्रॉनों की संख्या $= 6{\cdot}25 \times 10^{18}$ electron $\left(\because\ n = \frac{q}{e}\right)$

यदि निर्वात (vacuum) अथवा वायु (air) के स्थान पर दोनों आवेशों के मध्य कोई कुचालक पदार्थ (जैसे—काँच, मोम, कागज, तेल आदि) अर्थात् परावैद्युत (dielectric) रखा हो तो—

$$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K} \frac{q_1\, q_2}{r^2} \text{ न्यूटन} \qquad \text{... (3)}$$

या

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1\, q_2}{r^2} \text{ न्यूटन} \qquad \text{... (4)}$$

जहाँ K = परावैद्युतांक (Dielectric constant) अथवा विशिष्ट परावैद्युतता (Specific Inductive capacity) तथा $\varepsilon_0 K = \varepsilon$ परावैद्युत की विद्युतशीलता (Permittivity of the dielectric) है।

K का मान सभी कुचालकों के लिए सदैव 1 से अधिक होता है। इसका कोई मात्रक नहीं होता यह एक विमाहीन राशि है।

उदाहरण 3 : 60 μC तथा –12 μC के दो बिन्दु आवेश एक-दूसरे से 30 cm की दूरी पर रखे हैं। दोनों आवेशों के मध्य लगने वाले बल की गणना कीजिए।

हल—दिया है : $q_1 = 60\,\mu\text{C} = 60 \times 10^{-6}$ C

$$q_2 = -12\,\mu\text{C} = -12 \times 10^{-6} \text{ C}$$

दूरी $r = 30 \text{ cm} = 0{\cdot}3$ m

अतः दोनों आवेशों के मध्य लगने वाला बल, कूलॉम के नियम से,

YADAVRK100%

$$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q_1\,q_2}{r^2}$$

$$F = 9{\cdot}0\times10^9\times\frac{60\times10^{-6}\times(-12)\times10^{-6}}{(0{\cdot}3)^2}$$

$$F = \frac{9{\cdot}0\times60\times(-12)\times10^{-3}}{(0{\cdot}3)^2}$$

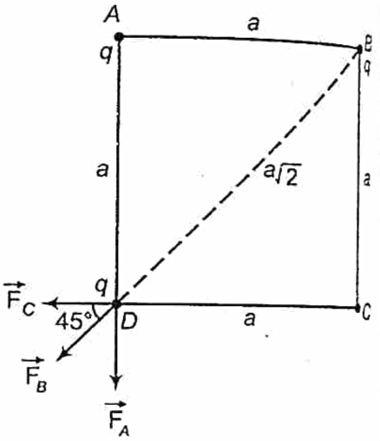
$$F = -72\ \text{N}$$

उदाहरण 4 : भुजा a वाले वर्ग के चारों कोनों A, B, C व D में से प्रत्येक पर आवेश q रखा है। D पर रखे आवेश पर लगने वाला बल ज्ञात कीजिये।

हल—चित्रानुसार $ABCD$ वर्ग के प्रत्येक कोने पर आवेश q रखा है। प्रश्नानुसार वर्ग की प्रत्येक भुजा a है। अत: D पर रखे आवेश q पर तीन बल कार्यरत होंगे—

(i) A पर रखे आवेश q के कारण D पर रखे आवेश q पर लगने वाला बल,

$$\vec{F}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\times q}{(AD)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q^2}{a^2}$$



दिशा चित्रानुसार, AD के अनुदिश A से परे।

(ii) B पर रखे आवेश q के कारण D पर रखे आवेश q पर लगने वाला बल,

$$\vec{F}_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\times q}{(BD)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q^2}{2a^2}$$

दिशा चित्रानुसार, BD के अनुदिश B से परे।

(iii) C पर रखे आवेश q के कारण D पर रखे आवेश q पर लगने वाला बल,

$$\vec{F}_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q\times q}{(CD)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}.\frac{q^2}{a^2}$$

दिशा चित्रानुसार, CD के अनुदिश C से परे।

D पर स्थित आवेश q पर लगने वाला बल $\vec{F}_A$ तथा $\vec{F}_C$ परस्पर लम्बवत् हैं तथा इनके परिमाण बराबर हैं। अत: इनके योग के परिणामी वेक्टर का परिमाण $F_C\sqrt{2}$ तथा दिशा BD के अनुदिश B से परे होगी।

अर्थात्, D पर रखे आवेश पर परिणामी बल $(\vec{F})$, BD के अनुदिश B से परे लगेगा।

अत:
$$\vec{F} = F_B + F_C\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{2a^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}.\sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left[\frac{1}{2}+\sqrt{2}\right]$$

YADAVRK100%

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\frac{1+2\sqrt{2}}{2}$$

दिशा चित्रानुसार *BD* के अनुदिश *B* से परे।

§ 3.6 वैद्युत क्षेत्र (Electric Field)

किसी वैद्युत आवेश अथवा आवेश समुदाय के चारों ओर का वह क्षेत्र, जिसमें कोई अन्य आवेश आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण के बल का अनुभव करता है, वैद्युत क्षेत्र अथवा वैद्युत बल क्षेत्र कहलाता है।

"A region in which an electric charge experiences a force of attraction or repulsion usually because of a distribution of other charges is called an electric field."

वैद्युत क्षेत्र एक सदिश राशि है। किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र को निम्न तीन प्रकार से व्यक्त किया जाता है—

(i) ग्राफीय विधि द्वारा वैद्युत बल रेखाओं (Electric lines of force) से।

(ii) बिंदु की **स्थिति के सदिश फलन** (Vector function of position of the point) द्वारा—इसे $\vec{E}$ से प्रदर्शित करते हैं तथा **वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता** (Intensity of electric field) कहते हैं।

(iii) बिंदु की **स्थिति के अदिश फलन** (Scalar function of position of the point) द्वारा—इसे *V* से प्रदर्शित करते हैं तथा **वैद्युत विभव** कहते हैं।

§ 3.7 परीक्षण आवेश (Test charge) — q_0

परीक्षण आवेश एक काल्पनिक आवेश (Fictitious charge) होता है। **परीक्षण आवेश, एक अत्यन्त लघु धन बिंदु आवेश (An extremely small or Tiny positive point charge) है।** कल्पना के अनुसार परीक्षण आवेश का अपना कोई वैद्युत क्षेत्र नहीं होता है अर्थात् परीक्षण आवेश अपने निकट स्थित अन्य आवेशों पर कोई वैद्युत बल नहीं लगाता है, किन्तु इन आवेशों द्वारा अपने ऊपर लगाए गए वैद्युत बलों का अनुभव करता है।

§ 3.8 वैद्युत बल रेखाएँ (Electric lines of force)

यदि किसी वैद्युत क्षेत्र में रखा आवेश चलने के लिए स्वतंत्र है तो वह बल की दिशा में चलने लगेगा। यदि बल की दिशा निरन्तर बदल रही है तो आवेश के चलने की दिशा भी निरन्तर बदलती रहेगी अर्थात् यह वक्राकार मार्ग पर चलेगा। वैद्युत क्षेत्र में किसी स्वतंत्र धन आवेश के मार्ग को 'वैद्युत बल-रेखा' (electric line of force) कहते हैं। अत:

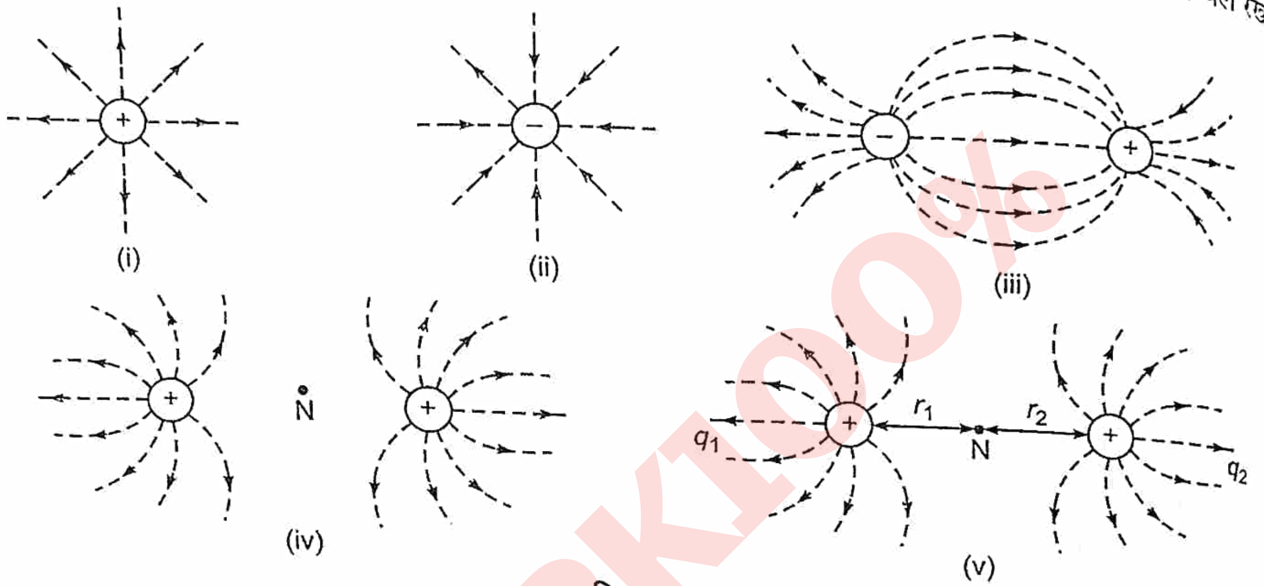
वैद्युत बल-रेखा, वैद्युत क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक निष्कोण वक्र (smooth curve) है जिस पर एक स्वतंत्र व पृथक्कृत (isolated) एकांक धन आवेश चलता है। वैद्युत बल रेखा के किसी भी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर स्थित धन आवेश पर लगने वाले बल की दिशा बताती है।

"An electric field line is a path, straight or curved, such that tangent to it at any point gives the direction of electric field intensity at that point."

चित्र 3.2 में एक धन-आवेश वाले गोले से उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र में बल-रेखाएँ खींची गई हैं। यदि इस गोले के पास किसी धन आवेश को स्वतंत्र छोड़ दें तो वह प्रतिकर्षण के कारण दूर अनन्त तक सीधी रेखा में चला जाएगा। अत: किसी अकेले धन आवेश से बल रेखाएँ सीधी अनन्त तक चली जाती हैं। इसके विपरीत, किसी अकेले ऋण आवेश के वैद्युत क्षेत्र में कोई स्वतंत्र धन आवेश आकर्षण के कारण अनन्त से चलकर ऋण आवेश तक आ जाएगा। अत: बल रेखाएँ अनन्त से चलकर सीधी ऋण आवेश तक आ जाती हैं।

चित्र (i) व (ii) से यह भी स्पष्ट है कि आवेशित गोले के लिए बल-रेखाएँ सीधी और त्रिज्य (radial) अनुगामी होती हैं और गोले के केन्द्र से निकलती हुई अथवा केन्द्र पर मिलती हुई प्रतीत होती हैं।

चित्र (iii) में दो बराबर तथा विपरीत आवेशों से उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र में बल रेखाएँ खींची गई हैं। ये रेखाएँ धन आवेश से चलकर ऋण आवेश पर समाप्त हो जाती हैं। चित्र (iv) में दो बराबर तथा समान (धन) आवेशों से उत्पन्न क्षेत्र में बल रेखाएं



चित्र 3.2

खींची गई हैं। इन दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिंदु पर, एक आवेश के कारण उत्पन्न दूसरे आवेश के कारण उत्पन्न क्षेत्र के ठीक बराबर परंतु विपरीत है। अत: बिंदु पर परिणामी क्षेत्र शून्य है। इस बिंदु को उदासीन बिंदु (neutral point) कहते हैं। यदि इस बिंदु पर कोई अन्य आवेश रखें तो उसमें किसी भी दिशा में चलने की प्रवृत्ति नहीं होगी।

यदि दोनों धन आवेश आपस में बराबर न हों तो उदासीन बिंदु मध्य में नहीं होगा (चित्र 3.2 (v))। इस दशा में यदि आवेशों की मात्रायें q_1 व q_2 हों तथा उनकी उदासीन बिंदु से दूरियाँ क्रमशः r_1 व r_2 हों, तो

$$\frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2} \qquad \dots (5)$$

गुण

(i) वैद्युत बल रेखाएँ धन आवेश से चलकर ऋण आवेश पर समाप्त होती हैं।

(ii) किसी भी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर धन आवेश पर लगने वाले बल की दिशा को प्रदर्शित करती है।

(iii) कोई भी दो बल रेखाएँ परस्पर काट नहीं सकतीं, क्योंकि उस दशा में कटान बिंदु पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं जो उस बिंदु पर बल की दो दिशाएँ प्रदर्शित करेंगी जो कि असम्भव है।

(iv) ये रेखाएँ खिंची हुई लचकदार डोरी की तरह लम्बाई में सिकुड़ने का प्रयत्न करती हैं। इसी कारण विपरीत आवेशों में आकर्षण होता है। (चित्र 3.2 (iii))

(v) ये रेखाएँ अपनी लम्बाई की लम्ब दिशा में एक-दूसरे से दूर हटने का प्रयत्न करती हैं। इसी कारण समान आवेशों में प्रतिकर्षण होता है, चित्र (3.2 (iv))।

§ 3.9 वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of Electric field)

वैद्युत क्षेत्र में किसी बिंदु पर क्षेत्र का मान अर्थात् वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता उस बल के द्वारा मापी जाती है जो उस बिंदु पर रखे गए एकांक धन आवेश पर लगता है तथा उसकी दिशा वही होती है जिसमें कि यह धन आवेश चलने का प्रयत्न करता है।

"The electric field intensity at any point is the strength of electric field at that point. It is defined as the force experienced by unit positive charge placed at that point."

किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र का मान ज्ञात करने के लिए उस बिंदु पर एक धन परीक्षण आवेश (positive test charge) q_0 रखते हैं तथा उस पर वैद्युत बल F ज्ञात करते हैं। तब परिभाषा के अनुसार उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad \ldots (8)$$

चूँकि बल $\vec{F}$ एक सदिश राशि है, अत: क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ भी एक सदिश राशि होगी तथा इसकी दिशा वही होगी जो बल $\vec{F}$ की दिशा है।

उपरोक्त समीकरण में बल $\vec{F}$ का मात्रक न्यूटन है तथा आवेश q_0 का मात्रक कूलॉम है। अत: वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ का मात्रक 'न्यूटन/कूलॉम' होगा। यदि किसी वैद्युत क्षेत्र में किसी बिंदु पर रखे 1 कूलॉम के धन आवेश पर 1 न्यूटन का बल लग रहा हो तो उस बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र का मान 1 न्यूटन/कूलॉम होगा।

वैद्युत क्षेत्र की विमा—

वैद्युत क्षेत्र E का मात्रक :

$$= \frac{\text{न्यूटन}}{\text{कूलॉम}} = \frac{\text{किग्रा} \times \text{मीटर} - \text{सेकण्ड}^{-2}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड}}$$

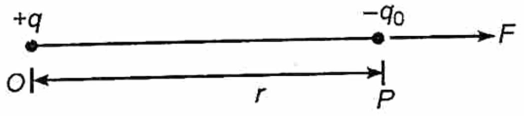
$$= \text{किग्रा} \times \text{मीटर} \times \text{सेकण्ड}^{-3} \times \text{ऐम्पियर}^{-1}$$

वैद्युत क्षेत्र की विमा $= [\text{MLT}^{-3}\text{A}^{-1}]$

§ 3.10 किसी बिंदु आवेश के द्वारा उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of electric field due to point charge)

माना कि $+q$ कूलॉम का आवेश किसी ऐसे माध्यम में बिंदु O (चित्र 3.3) पर स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। आवेश $+q$ द्वारा उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र में O से r मीटर की दूरी पर एक बिंदु P है जिस पर क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इसके लिए, माना कि बिंदु P पर एक परीक्षण आवेश $+q_0$ स्थित है। कूलॉम के नियम के अनुसार, q_0 पर लगने वाले वैद्युत बल का मान,

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K}\frac{q\,q_0}{r^2} \text{ न्यूटन}$$



चित्र 3.3

अत: बिंदु P पर क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K}\frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम।}$$

निर्वात् (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम} \quad \ldots (9)$$

जहाँ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{\cdot}0 \times 10^9$ न्यूटन-मीटर^2/कूलॉम^2

परीक्षण आवेश $+q_0$ पर आवेश $+q$ के कारण लगने वाला बल F प्रतिकर्षण बल है जिसकी दिशा OP है (चित्र 3.3)। अत: बिंदु P पर वैद्युत क्षेत्र E की दिशा भी OP ही (अर्थात् आवेश $+q$ से परे) होगी।

यदि वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करने वाला, बिन्दु O पर स्थित आवेश $-q$ होता तब बिंदु P पर वैद्युत क्षेत्र E की दिशा PO (अर्थात् आवेश $-q$ की ओर)।

YADAVRK100%

§ 3.11 वैद्युत फ्लक्स (Electric Flux)

किसी स्थान पर वैद्युत क्षेत्र को ग्राफीय विधि से वैद्युत बल रेखा अथवा वैद्युत फ्लक्स रेखा द्वारा भी प्रदर्शित किया जाता है। किसी बिन्दु पर फ्लक्स रेखा घनत्व (Flux line density) फ्लक्स रेखा के लम्बवत पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली फ्लक्स रेखाओं की संख्या ही उस बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता को व्यक्त करती है। वैद्युत क्षेत्र में स्थित किसी पृष्ठ से **सम्बद्ध वैद्युत फ्लक्स का तात्पर्य उन फ्लक्स रेखाओं की संख्या से है जो उस पृष्ठ को लम्बवत् भेदती (penetrate) हैं।**

"Electric flux over an area in an electric field represents the total number of field lines crossing the area."

वैद्युत फ्लक्स को सामान्यत: अक्षर ϕ से प्रदर्शित करते हैं। यदि वैद्युत क्षेत्र में किसी बिन्दु पर एक अल्प पृष्ठ (वेक्टर क्षेत्रफल $\vec{ds}$) स्थित है तथा इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक समान है जो $\vec{E}$ से प्रदर्शित है तो इस पृष्ठ से सम्बद्ध वैद्युत फ्लक्स का मान $\vec{E}$ तथा $\vec{ds}$ के अदिश (डॉट) गुणनफल के बराबर होता है चित्र (3.4 (a)) अर्थात्

$$d\phi = \vec{E} \cdot \vec{ds} = E.ds \cos\theta$$

वैद्युत फ्लक्स एक आदिश राशि है, इसका मात्रक न्यूटन-मीटर^2/कूलॉम अथवा वोल्ट × मीटर तथा विमीय सूत्र $[ML^3T^{-3}A^{-1}]$ होता है।

§ 3.12 गॉस का प्रमेय (Gauss' Theorem)

गॉस प्रमेय के अनुसार, निर्वात (अथवा वायु) में उपस्थित **किसी वैद्युत क्षेत्र में रखे किसी बन्द पृष्ठ** (closed surface) **से सम्बद्ध वैद्युत फ्लक्स का मान, उस बन्द पृष्ठ से घिरे आयतन में उपस्थित नैट आवेश** ($\sum q$) **का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है,** अर्थात्

$$\phi = \oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sum q)$$

"Total electric flux over the closed surface in vacuum is $\frac{1}{\varepsilon_0}$ times the total charge contained inside closed surface."

यहाँ $\sum q$ का तात्पर्य उस बन्द पृष्ठ से घिरे आयतन में उपस्थित सभी आवेशों के बीजगणित योग से है। यदि वैद्युत क्षेत्र निर्वात (अथवा वायु) के अतिरिक्त किसी अन्य माध्यम में हो तो उपरोक्त फ्लक्स के व्यंजक में ε_0 के स्थान पर ε अथवा $K\varepsilon_0$ लिखा जाता है, अर्थात्

$$\oint \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon} (\sum q) = \frac{1}{K\varepsilon_0} \sum q \text{ होता है।}$$

कूलॉम के नियम से माना निर्वात (अथवा वायु) में स्वेच्छ (arbitrary) आकार का एक बन्द पृष्ठ प्रदर्शित है चित्र 3.4 (a)। इस पृष्ठ द्वारा घिरे स्थान (आयतन) के किसी बिन्दु 'O' पर एक अकेला धन बिन्दु आवेश q स्थित है। इस आवेश के कारण उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ की दिशा, इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर आवेश q से त्रिज्य बाहर की ओर (radially outward) दिष्ट है। माना बिन्दु आवेश q से r दूरी पर, इस पृष्ठ पर एक अनन्त सूक्ष्म वेक्टर क्षेत्रफल $\vec{ds}$ है, जिसकी दिशा इसके लम्बवत् बाहर की ओर दिष्ट है तथा चित्र 3.4 (b) में प्रदर्शित है। यह क्षेत्रफल इतना छोटा है कि इसके प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ को एक समान माना जा सकता है अर्थात इसके प्रत्येक बिन्दु पर $\vec{E}$ का परिमाण समान है तथा दिशा भी समान है जो चित्र 3.4 (b) में प्रदर्शित है। माना $\vec{E}$ तथा $\vec{ds}$ अथवा $\hat{n}$ के बीच कोण θ है। आवेश q के वैद्युत क्षेत्र में स्थित बंद पृष्ठ के इस सूक्ष्म भाग $\vec{ds}$ से सम्बद्ध वैद्युत फ्लक्स का मान $d\phi$ है तब

YADAVRK100%

$$d\phi = \vec{E}\,.\,\vec{ds} = E\,ds\cos\theta \qquad \text{... (i)}$$

परन्तु कूलॉम के नियम से, आवेश q से r दूरी पर स्थित बिन्दु पर उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र का परिमाण,

$$E = |\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad \text{... (ii)}$$

अत:

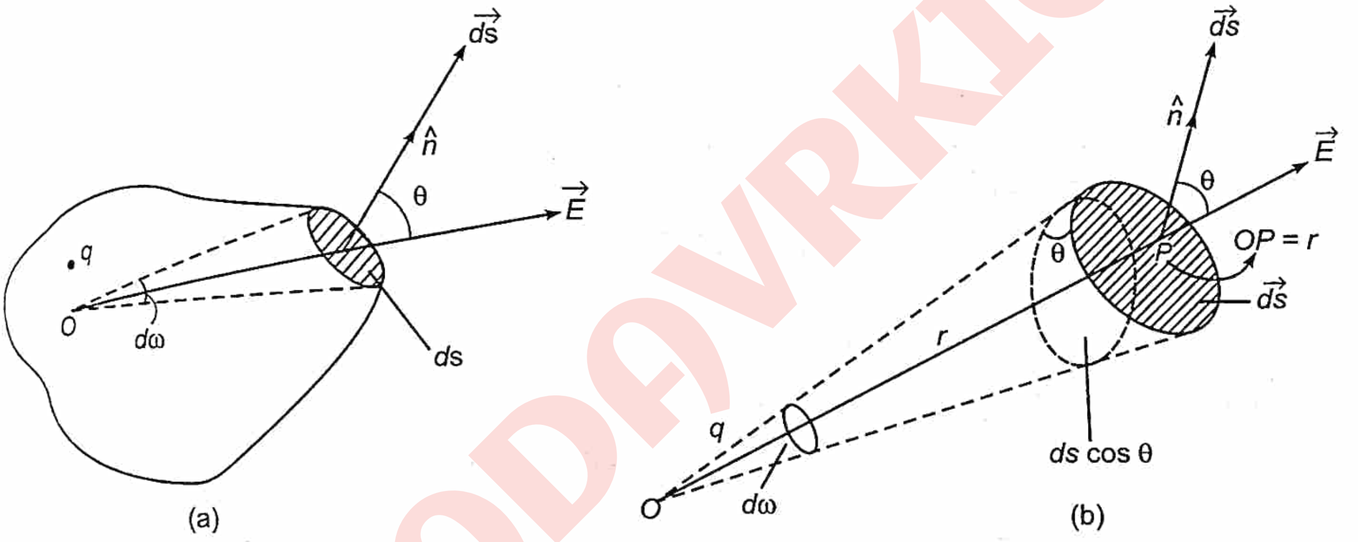
$$d\phi = \vec{E}\,.\,\vec{ds} = E\,ds\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,ds\cos\theta \qquad \text{... (iii)}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{ds\cos\theta}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,d\omega \qquad \text{... (iv)}$$

जहाँ, $\frac{ds\cos\theta}{r^2} = d\omega$, वेक्टर क्षेत्रफल $\vec{ds}$ द्वारा बिन्दु 'O' पर बना घन कोण है।

यदि पृष्ठ सतत (continuous) हो तो समीकरण (iv) के दोनों पक्षों का पूरे बन्द पृष्ठ पर समाकलन करने पर,

$$\oint d\phi = \oint \vec{E}\,.\,\vec{ds} = \oint \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,.\,d\omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\oint d\omega \qquad \text{... (v)}$$



चित्र 3.4

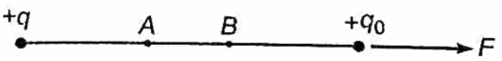
क्योंकि बन्द पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर $\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}$ का मान नियत है, अत: इसे समाकलन चिन्ह के बाहर रखा गया है। हम जानते हैं कि किसी सम्पूर्ण बन्द पृष्ठ द्वारा इसके अन्दर स्थित किसी बिन्दु पर बना घन कोण 4π होता है तथा इस घन कोण का मान बन्द पृष्ठ की आकृति तथा आकार (shape and size) पर निर्भर नहीं करता है। अत: आवेश q के वैद्युत क्षेत्र का, इस सम्पूर्ण बन्द पृष्ठ से सम्बन्ध वैद्युत फ्लक्स का मान

$$\phi = \oint \vec{E}\,.\,\vec{ds} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,.\,4\pi = \frac{1}{\varepsilon_0}q$$

यही गॉस का प्रमेय है।

§ 3.13 वैद्युत विभव (Electric Potential)

माना $+q$ एक (धन) आवेश है जिसके कारण उसके चारों ओर एक वैद्युत क्षेत्र (चित्र 3.5) होगा। यदि इस क्षेत्र में कोई अन्य धन आवेश $+q_0$ हो तो उस पर $+q$ के कारण प्रतिकर्षण बल F लगेगा। अत: यदि बाहर से किसी धन आवेश को क्षेत्र के भीतर किसी बिंदु पर लाया जाए तो प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ेगा। अत: **किसी बिंदु पर वैद्युत विभव उस कार्य से मापा जाता है जो कि एकांक धन-आवेश को अनन्त से उस बिंदु तक वैद्युत क्षेत्र द्वारा आरोपित बल के विरुद्ध लाने में किसी बाह्य कारक द्वारा किया जाता है।**



चित्र 3.5

YADAVRK100%

"The energy required to bring unit electric charge (without acceleration) from infinity to the point in an electric field at which the potential is being specified."

माना कि एक धन परीक्षण आवेश q_0 को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र के भीतर किसी बिंदु तक लाने में W कार्य करना पड़ता है, तब परिभाषा के अनुसार, उस बिंदु पर वैद्युत विभव

$$V = \frac{W}{q_0} \text{ वोल्ट} \quad \cdots (10)$$

चूँकि कार्य W एक अदिश (scalar) राशि है, अत: वैद्युत विभव V भी एक अदिश राशि होगी। उपरोक्त समीकरण में कार्य W का मात्रक 'जूल' है तथा आवेश q_0 का मात्रक कूलॉम है। अत: वैद्युत विभव का मात्रक 'जूल/कूलॉम' होगा। इसे 'वोल्ट (volt)' कहते हैं। यदि कूलॉम धन आवेश को अनन्त से वैद्युत क्षेत्र के किसी बिंदु तक लाने में 1 जूल कार्य करना पड़े तो उस बिंदु का विभव 1 वोल्ट कहलाता है;

$$1 \text{ वोल्ट} = \frac{1 \text{ जूल}}{1 \text{ कूलॉम}}$$

चित्र 3.5 में यदि धन आवेश को बिंदु B से A तक लाया जाये तो भी प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कुछ कार्य करना होगा। अत: बिंदु A पर विभव बिंदु B के विभव से ऊँचा होगा अर्थात् बिंदु A व B के बीच कुछ विभावान्तर होगा। यह विभवान्तर उस कार्य से नापा जाता है जो कि एकांक धन-आवेश को बिंदु B से बिंदु A तक लाने में किया जाता है। अत: **वैद्युत क्षेत्र में दो बिन्दुओं के बीच विभवान्तर उस कार्य से नापा जाता है जो कि एकांक धन-आवेश को नीचे विभव के बिंदु से ऊँचे विभव के बिंदु तक ले जाने में करना पड़ता है।**

यदि धन परीक्षण आवेश q_0 को बिंदु B से बिंदु A तक लाने में किसी बाह्य कारक द्वारा W_{BA} कार्य करना पड़े तब A व B के बीच विभवान्तर

$$V_A - V_B = \frac{W_{BA}}{q_0}$$

यदि इस समीकरण में $q_0 = 1$ कूलॉम, तथा $W_{BA} = 1$ जूल हो तो $V_A - V_B = 1$ वोल्ट होगा। इस प्रकार यदि 1 कूलॉम धन आवेश को एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक ले जाने में 1 जूल कार्य करना पड़े तो उन बिंदुओं के बीच विभवान्तर 1 वोल्ट होगा।

वैद्युत विभव की विमा

$$\text{विभव } V \text{ का मात्रक} = \frac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम}} = \frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड}}$$

$$= \frac{(\text{किग्रा} \times \text{मीटर} - \text{सेकण्ड}^{-2}) \times \text{मीटर}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड}}$$

$$= \text{किग्रा} \times \text{मीटर}^2 \times \text{सेकण्ड}^{-3} \times \text{ऐम्पियर}^{-1}$$

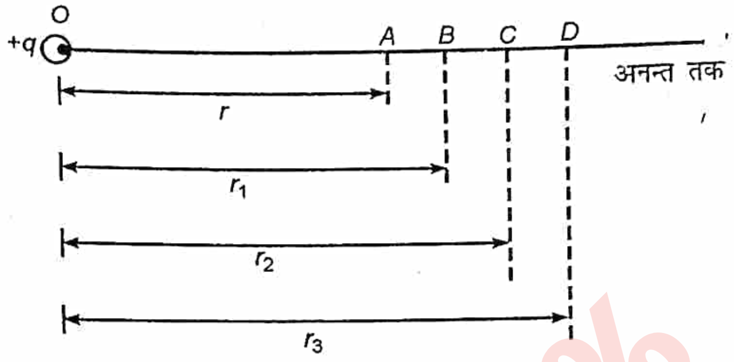
$$\text{विभव की विमा} = [\mathrm{M^1 L^2 T^{-3} A^{-1}}]$$

§ 3.14 बिंदु आवेश के कारण किसी बिंदु पर विभव (Potential at a point due to Point charge)

माना कि $+q$ कूलॉम का आवेश किसी ऐसे माध्यम में बिंदु O (चित्र 3.6) पर स्थित है, जिसका परावैद्युतांक K है। आवेश $+q$ द्वारा उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र में बिंदु O से r मीटर की दूरी पर एक बिंदु A है जिस पर वैद्युत विभव ज्ञात करना है। इसके लिए एकांक धन आवेश (+1 कूलॉम) को अनन्त से बिंदु A तक लाने में किए गए कार्य की गणना करनी होगी।

माना कि बिंदु A से अनन्त तक की दूरी छोटे-छोटे भागों $AB, BC, CD, \ldots$ में विभाजित है तथा बिंदु $B, C, D, \ldots$ की बिंदु O से दूरियाँ क्रमश: $r_1, r_2, r_3, \ldots$ मीटर हैं। अब, यदि बिंदु A पर $+q_0$ कूलॉम का एक परीक्षण आवेश स्थित हो तब उस पर आवेश $+q$ के कारण लगने वाला वैद्युत बल

$$F_A = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r^2} \text{ न्यूटन}$$



चित्र 3.6

यदि परीक्षण आवेश बिंदु B पर हो तब उस पर लगा वैद्युत बल,

$$F_B = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r_1^2} \text{ न्यूटन}$$

चूँकि बिंदु B व A बहुत समीप हैं, अत: इनके बीच बल का मान, B व A पर बलों के गुणोत्तर माध्य (geometric mean) के बराबर ले सकते हैं। अत: B व A के बीच परीक्षण आवेश पर लगने वाला माध्य वैद्युत बल

$$F_{BA} = \sqrt{(F_B \times F_A)}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r_1^2} \times \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r_1\,r} \text{ न्यूटन}$$

अत: यदि परीक्षण आवेश $+q_0$ को B से A तक लायें तो वैद्युत बल के विरुद्ध किया गया कार्य

$$W_{BA} = \text{बल } F_{BA} \times \text{ दूरी } BA$$

$$= \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r_1\,r} \times (r_1 - r)$$

$$= \frac{q\,q_0}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right] \text{ जूल}$$

इसी प्रकार, परीक्षण आवेश को C से B तक लाने में किया गया कार्य

$$W_{CB} = \frac{q\,q_0}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \text{ जूल}$$

तथा इसी प्रकार, D से C तक लाने में किया गया कार्य

$$W_{DC} = \frac{q\,q_0}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right] \text{ जूल}$$

इसी प्रकार अन्य भागों के लिए भी किए गए कार्य की गणना की जा सकती है। अत: परीक्षण आवेश $+q_0$ को अनन्त से A तक लाने में किया गया कार्य,

$$W = W_{BA} + W_{CB} + W_{DC} + \ldots\ldots\ldots$$

$$= \frac{q\,q_0}{4\pi\,\varepsilon_0 K}\left[\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right) + \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) + \left(\frac{1}{r_3} - \ldots\right) + \ldots\ldots + \left(\ldots - \frac{1}{\infty}\right)\right]$$

YADAVRK100%

$$= \frac{q\,q_0}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right]$$ (∵ बीच के सारे पद कट जाते हैं)

$$= \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q\,q_0}{r} \text{ जूल}$$ $\left[\because \frac{1}{\infty} = 0\right]$

परिभाषा के अनुसार, बिंदु A पर विभव एकांक धन आवेश (+1 कूलॉम) को अनन्त से बिंदु A तक जाने में किए गए कार्य के बराबर होगा। अत: $+q$ आवेश के कारण बिंदु A पर विभव

$$V = \frac{W}{q_0} = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0\,K}\,\frac{q}{r} \text{ वोल्ट}$$

निर्वात (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

$$\therefore \qquad \mathbf{V = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q}{r}} \textbf{ वोल्ट} \qquad \dots (11)$$

इसी प्रकार,

$-q$ आवेश के कारण बिंदु A पर विभव

$$V = -\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q}{r} \text{ वोल्ट}$$

वैद्युत विभव एक अदिश राशि (scalar quantity) है। अत: किसी बिंदु पर कई आवेशों के कारण विभव को बीजगणितीय रीति से जोड़ कर ज्ञात कर सकते हैं। यदि कोई बिंदु $+q_1, +q_2, -q_3$ तथा $-q_4$ कूलॉम के बिंदु आवेशों से क्रमश: r_1, r_2, r_3 तथा r_4 मीटर पर हों, तो उस बिंदु पर कुल विभव

$$= \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} - \frac{q_3}{r_3} - \frac{q_4}{r_4}\right] \text{ वोल्ट}$$

जहाँ $\frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} = 9 \cdot 0 \times 10^9$ न्यूटन-मीटर^2/कूलॉम^2 है।

§ 3.15 निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (Electric Potential Energy of a System)

दो (अथवा अधिक) वैद्युत आवेश एक-दूसरे को आकर्षित अथवा प्रतिकर्षित करते हैं। अत: आवेशों को एक-दूसरे से दूर ले जाने में, अथवा एक-दूसरे के समीप लाने में कुछ कार्य करना पड़ता है। यह कार्य उन आवेशों के निकाय में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। इसे निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते हैं, अर्थात् **आवेशों के किसी निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा उस कार्य के बराबर होती है जो कि उन आवेशों को अनन्त से परस्पर समीप लाकर निकाय की रचना करने में किया जाता है।**

"Electrical potential energy of a system of point charges is the total amount of work done in bringing the various charges to their respective positions from infinitely large mutual separations."

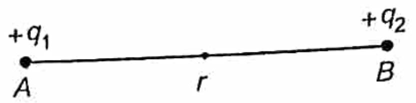
माना कि एक निकाय AB, $+q_1$ व $+q_2$ कूलॉम के दो आवेशों से मिलकर बना है जो एक-दूसरे से r मीटर की दूरी पर निर्वात (अथवा वायु) में स्थित है (चित्र 3.7)। इस निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा ज्ञात करने के लिए, माना आवेश $+q_2$ बिंदु B पर न होकर अनन्त पर है। अत: आवेश $+q_1$ के कारण विंदु B पर वैद्युत विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\,\frac{q_1}{r} \text{ वोल्ट}$$

वैद्युत विभव की परिभाषा के अनुसार, आवेश q_2 को अनन्त से विंदु B तक लाने में किया गया कार्य

$$W = \text{आवेश} \times \text{विभव}$$

$$W = q_2 V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \text{ जूल}$$



चित्र 3.7

यह कार्य ही निकाय $(q_1 + q_2)$ की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा U है, अत:

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \text{ जूल} \quad \ldots (12)$$

यदि दोनों आवेश समान प्रकार के हैं तो वे एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं। अत: उन्हें एक-दूसरे के समीप लाने में प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है जिससे निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है। इसके विपरीत उन्हें एक-दूसरे से दूर ले जाने में स्वयं निकाय से हमें कार्य प्राप्त होता है जिससे निकाय की स्थितिज ऊर्जा घटती है। यदि आवेश विपरीत प्रकार के हैं तो वे एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। इस दशा में उन्हें परस्पर समीप लाने से निकाय की स्थितिज ऊर्जा घटती है तथा दूर ले जाने से बढ़ती है।

§ 3.16 एक समान पृष्ठ घनत्व के गोलीय आवेश का वैद्युत क्षेत्र तथा विभव (Electric field Potential due to a uniformly charged spherical shell)

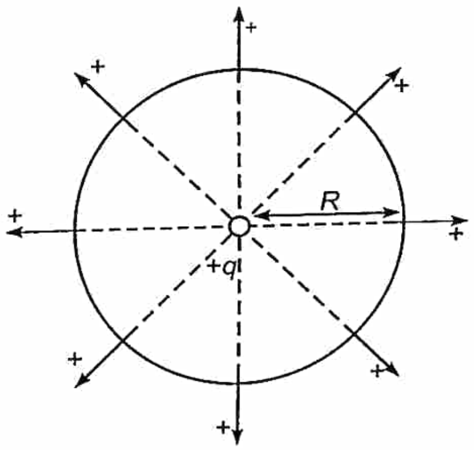
माना एक धन आवेशित गोलीय कोश (spherical shell), जिसकी त्रिज्या R मीटर है, एक ऐसे माध्यम में स्थित है जिसका परावैद्युतांक K है। कोश के पृष्ठ का क्षेत्रफल $4\pi R^2$ है। यदि पृष्ठ पर एक समान रूप से वितरित कुल आवेश $+q$ कूलॉम हो, तो आवेश का पृष्ठ घनत्व (Surface density charge)

$$\sigma = \frac{\text{आवेश}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{q}{4\pi R^2} \text{ कूलॉम/मीटर}^2$$

इस गोलीय आवेश के कारण उत्पन्न विभिन्न बिंदुओं पर वैद्युत क्षेत्र तथा विभव का मान निम्न प्रकार ज्ञात किया जाता है—

3.16.1 गोलीय आवेश के बाहर (Outside the spherical shell)

कोश का पृष्ठ गोलीय है तथा आवेश का वितरण एक समान है, अत: पृष्ठ के प्रत्येक बिंदु पर विभव समान होगा। इस दशा में पृष्ठ से निकलने वाली बल रेखाएँ प्रत्येक बिंदु पर पृष्ठ के लम्बवत् होंगी अर्थात् कोश के केन्द्र से आती हुई प्रतीत होंगी (चित्र 3.8)। अत: गोलीय आवेश के बाहर किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र अथवा विभव ज्ञात करने के लिए सम्पूर्ण आवेश $+q$ को आवेश के केन्द्र पर स्थित माना जा सकता है। इस प्रकार गोलीय आवेश के बाहर, आवेश के केन्द्र से r मीटर की दूरी पर स्थित किसी विंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता



चित्र 3.8

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q}{r^2} \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

तथा वैद्युत विभव

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q}{r} \text{ वोल्ट}$$

इन समीकरणों से स्पष्ट है कि गोलीय आवेश के बाहर, आवेश से दूर जाने पर E तथा V घटते जाते हैं।

3.16.2 गोलीय आवेश के पृष्ठ पर (On the surface of spherical shell)

कोश के पृष्ठ पर अथवा पृष्ठ के अति निकट स्थित किसी बिंदु के लिए, $r = R$ (कोश की त्रिज्या)। इस दशा में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 K} \frac{q}{R^2}$$

परंतु $$\frac{q}{4\pi R^2} = \sigma \quad \text{(पृष्ठ घनत्व)}$$

$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$$

निर्वात (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \text{ न्यूटन/कूलॉम} \qquad \dots (13)$$

इसी प्रकार, गोलीय आवेश के पृष्ठ पर अथवा पृष्ठ के अति निकट स्थित किसी बिंदु पर वैद्युत विभव,

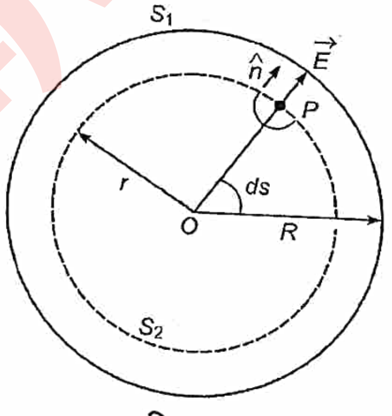
$$V = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0 K} \frac{q}{R} = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0 K}$$

निर्वात (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

$$V = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{ वोल्ट} \qquad \dots (14)$$

3.16.3 गोलीय आवेश के भीतर (Inside the spherical shell)

माना बिन्दु P गोलीय कोश S_1 के भीतर है जिस पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। माना बिन्दु P से गुजरने वाला गौस पृष्ठ S_2 का केन्द्र बिन्दु मूल पृष्ठ के केन्द्र बिन्दु O पर सम्पाती है। अत: S_2 गोलीय पृष्ठ की त्रिज्या $r < R$, तथा गौस पृष्ठ से सम्बद्ध वैद्युत फ्लक्स $E \times 4\pi r^2$ है। चूँकि गोलीय कोश के भीतर आवेश नहीं है अत: गौस पृष्ठ पर भी कोई आवेश नहीं होगा (चित्र 3.9)। अत: गौस के प्रमेय से, $E \times 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} = 0$



चित्र 3.9

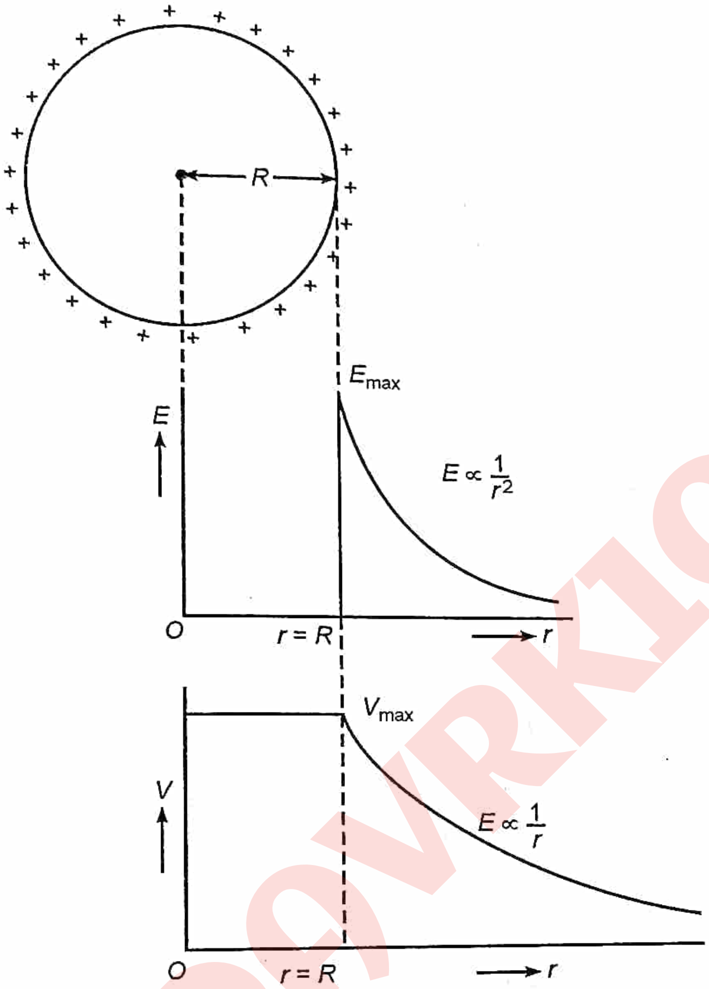
$$\therefore \quad E = 0, \quad \text{जब } r < R$$

"The field due to uniformly charged shell is zero at all points inside the shell."

अत: यदि एक आवेशित गोलीय कोश के भीतर किसी अन्य आवेश को एक बिंदु से दूसरे तक ले जाया जाए तो कोई कार्य नहीं करना पड़ेगा। इसका अर्थ है कि **गोलीय आवेश के भीतर सभी बिंदुओं पर विभव एकसमान होता है,** तथा इसका मान वही होता है जो कि पृष्ठ पर अर्थात्

$$V = \frac{\sigma R}{\varepsilon_0} \text{ वोल्ट}$$

YADAVRK100%



चित्र 3.10

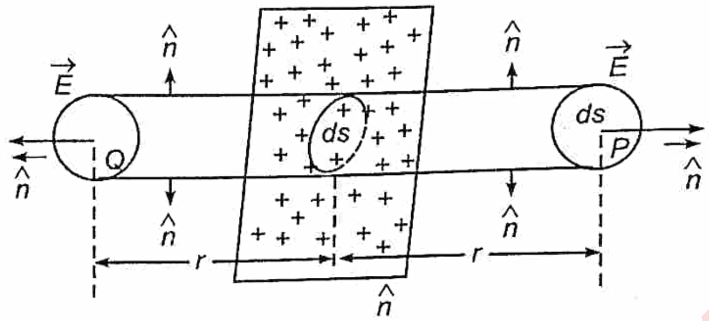
गोलीय आवेश के वैद्युत क्षेत्र E तथा विभव V का दूरी r के साथ विचरण (variation) चित्र 3.10 में दिखाया गया है। गोले के भीतर वैद्युत क्षेत्र E सर्वत्र शून्य है तथा विभव V एकसमान है। गोले के बाहर जाने पर E तथा V दोनों ही घटते जाते हैं; E तेजी से $\left(\propto \frac{1}{r^2}\right)$ तथा V अपेक्षाकृत धीरे-धीरे $\left(\propto \frac{1}{r}\right)$ घटता है।

§ 3.17 आवेश की पतली अनन्त समतल चादर के समीप वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता (Electric field intensity due to a thin infinite plane sheet of charge)

माना आवेश की पतली अनन्त विस्तारित समतल चादर जो K परावैद्युतांक वाले माध्यम में रखी है, पर आवेश घनत्व σ है (चित्र 3.11) तथा इस चादर के समीप किसी बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ ज्ञात करनी है जो चादर से लम्बवत् दूरी r पर स्थित है।

समतल चादर के दोनों तरफ समान लम्बवत् दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\vec{E}$ एक समान होगा।

यदि एक $2r$ लम्बी P बिन्दु पर ds अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले सिलिण्डर की कल्पना करें जो समतल चादर से होकर जा रही है तो सिलिण्डर के सिरों P तथा Q पर, $\vec{E}$ तथा $\hat{n}$ एक-दूसरे के समान्तर होंगे। अत: इन किनारों पर वैद्युत फ्लक्स



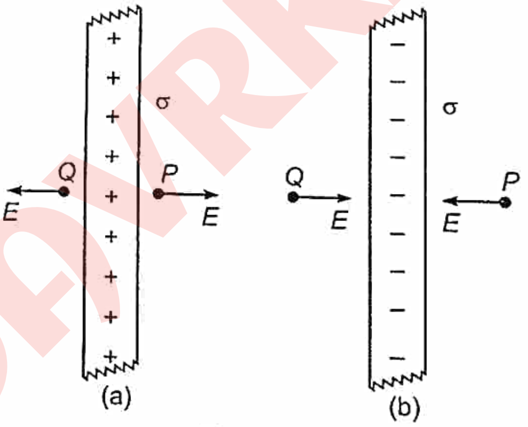
चित्र 3.11

$$= 2\vec{E}\,.\,\hat{n}\,ds$$

$$= 2E\,ds \qquad (\because \cos 0 = 1)$$

सिलिण्डर के गोलीय पृष्ठ पर, $\vec{E}$ तथा $\hat{n}$ एक-दूसरे के लम्बवत् हैं, अत: गोलीय पृष्ठ के कारण पृष्ठ के भीतर कोई वैद्युत क्षेत्र नहीं होगा।

सिलिण्डर द्वारा आवेशित चादर में आच्छादित क्षेत्रफल ds है, अत: सिलिण्डर द्वारा आबद्ध कुल आवेश $= \sigma\,ds$



चित्र 3.12

अत: गौस प्रमेय के अनुसार,

$$\phi_E = 2E\,ds = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\,ds}{\varepsilon_0}$$

या

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

K परावैद्युतांक माध्यम को शामिल करने पर

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K} \text{ न्यूटन/कूलॉम} \qquad ...(15)$$

इस समीकरण में बिंदु P अथवा Q की आवेशित समतल चादर से दूरी r नहीं है। अत: स्पष्ट है कि आवेशित समतल चादर के समीप स्थित सभी बिंदुओं के लिए वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता समान होती है।

निर्वात् (अथवा वायु) के लिए $K = 1$

$$\therefore \qquad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \text{ न्यूटन/कूलॉम}$$

इस सूत्र में ε_0 'निर्वात की विद्युतशीलता' (permittivity of free space) है तथा इसका मान $8{\cdot}86\times10^{-12}$ कूलॉम^2/न्यूटन-मी^{2} होता है।

धन आवेश की चादर के समीप किसी बिंदु (जैसे P अथवा Q) पर वैद्युत क्षेत्र E की दिशा सदैव चादर के लम्बवत् तथा चादर से परे (away from the sheet) होती है (चित्र 3.12 (a))।

यदि चादर ऋण आवेश की है, तब चादर के समीप किसी भी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र E की दिशा चादर के लम्बवत् तथा चादर की ओर (towards the sheet) होती है (चित्र 3.12 (b))।

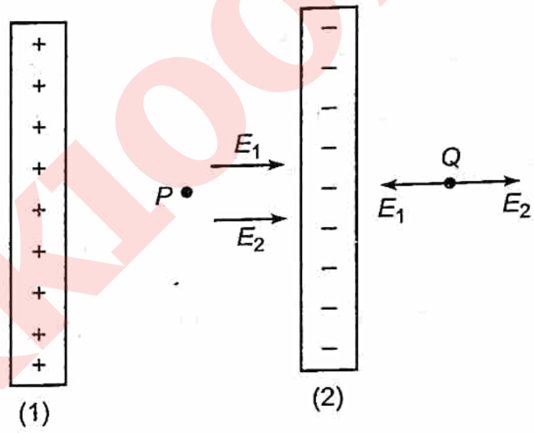
§ 3.18 आवेश की दो समान्तर चादरों के कारण वैद्युत क्षेत्र (Electric field intensity due to two parallel sheets of charge)

माना कि धन तथा ऋण आवेशों की दो बड़ी व समतल चादरें, 1 व 2, किसी माध्यम में एक-दूसरे के समान्तर रखी हैं (चित्र 3.13)। माध्यम का परावैद्युतांक K है तथा प्रत्येक चादर पर आवेश का पृष्ठ घनत्व σ है।

चूँकि आवेश की एक समतल चादर के समीप (चादर के किसी भी ओर) किसी बिंदु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता निम्न सूत्र से दी जाती है—

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K}$$

क्षेत्र E की दिशा चादर के लम्बवत् चादर से परे (यदि आवेश धन है) अथवा चादर की ओर को (यदि आवेश ऋण है) होती है।



चित्र 3.13

माना कि चादर 1 व 2 के बीच एक बिंदु P है। बिंदु P पर धन आवेश की चादर 1 के कारण तीव्रता

$$E_1=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K} \quad \text{(चादर 1 से परे)}$$

इसी प्रकार, P पर ऋण आवेश की चादर 2 के कारण तीव्रता

$$E_2=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K} \quad \text{(चादर 2 की ओर)}$$

चूँकि E_1 व E_2 एक ही दिशा में हैं, अतः बिंदु P पर दोनों चादरों के कारण परिणामी तीव्रता

$$E=E_1+E_2$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K}+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 K}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0 K}$$

यदि चादरें निर्वात (अथवा वायु) में स्थित हों, तब $K=1$

$$\therefore \quad E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0} \text{ न्यूटन/कूलॉम} \quad \ldots (16)$$

E का मान चादरों के बीच बिंदु P की स्थिति से मुक्त है। अतः दोनों चादरों के बीच (किनारों के समीप के भाग को छोड़कर) वैद्युत क्षेत्र सर्वत्र एकसमान है।

यदि हम कोई बिंदु Q चादरों के बाहर लें; तब बिंदु Q पर धन आवेश की चादर 1 के कारण तीव्रता E_1 चादर से परे को तथा ऋण आवेश की चादर 2 के कारण तीव्रता E_2 चादर की ओर होगी। अतः बिंदु Q पर दोनों चादरों के कारण परिणामी तीव्रता शून्य होगी ($E=E_1-E_2=0$)।

YADAVRK100%

चादरों के बीच विभवान्तर—माना कि आवेश की चादरों 1 व 2 के बीच विभवान्तर V है तथा दूरी d है। इसके बीच विभव प्रवणता V/d होगी। चूंकि वैद्युत क्षेत्र में विभव प्रवणता का मान वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के बराबर होता है। अतः

$$E = V/d$$

अथवा
$$V = Ed$$

चादरों के बीच वैद्युत क्षेत्र $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$\therefore$
$$V = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0} \text{ वोल्ट} \qquad ...(i)$$

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 5 : U^{238} नाभिक में दो प्रोटॉन $8 \cdot 0 \times 10^{-15}$ मीटर की दूरी पर हैं। उनकी पारस्परिक वैद्युत स्थितिज ऊर्जा की गणना कीजिए। ($e = 1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ C)

हल—यदि q_1 व q_2 दो आवेश निर्वात में परस्पर r दूरी पर स्थित हों तब उस निकाय की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

प्रोटॉन पर धनावेश, इलेक्ट्रॉन पर आवेश के बराबर ही होता है, अत:

$$q_1 = q_2 = +1 \cdot 6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$

$$r = 8 \cdot 0 \times 10^{-15} \text{ मीटर}$$

तथा
$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 0 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$\therefore$ वैद्युत स्थितिज ऊर्जा,

$$U = \frac{9 \cdot 0 \times 10^9 \times (1 \cdot 6 \times 10^{-19})(1 \cdot 6 \times 10^{-19})}{8 \cdot 0 \times 10^{-15}}$$

$$U = \frac{23 \cdot 04 \times 10^{-29}}{8 \cdot 0 \times 10^{-15}}$$

$$U = 2 \cdot 88 \times 10^{-14} \text{ जूल}$$

उदाहरण 6 : पारे की 27 समान बूँदों को 12 वोल्ट के समान विभव तक आवेशित किया गया। सभी बूँदों को मिलाकर एक बड़ी बूँद बनायी जाये तो बड़ी बूँद का विभव ज्ञात कीजिए।

हल—माना प्रत्येक छोटी बूँद की त्रिज्या r मीटर है तथा उस पर q कूलॉम है। इस बूँद के पृष्ठ पर विभव—

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r} \text{ वोल्ट} \qquad ...(i)$$

कुल 27 छोटी बूँदें हैं। इन्हें मिलाकर एक बड़ी बूँद बनानी है। बड़ी बूँद का आयतन वही होगा जो 27 छोटी बूँदों को मिलाकर है। माना कि बड़ी बूँद की त्रिज्या R है।

अतः
$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$\therefore$
$$R = 3r$$

बड़ी बूँद पर कुल आवेश $27\,q$ है। अत: बड़ी बूँद का विभव,

$$V' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{27q}{(3r)}$$

$$V' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{9q}{r} \qquad \text{... (2)}$$

समीकरण (2) को (1) से भाग देने पर,

$$\frac{V'}{V} = 9$$

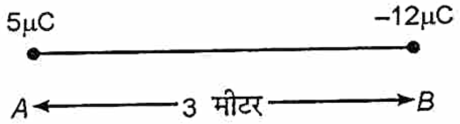
$$V' = 9 \times V$$

$$V' = 9 \times 12$$

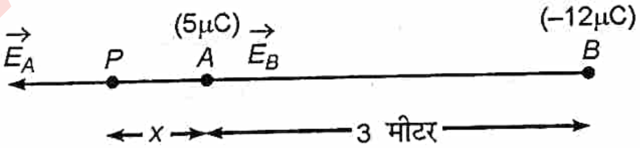
$$V' = \mathbf{108} \text{ वोल्ट}$$

उदाहरण 7 : $5\,\mu C$ तथा $-12\,\mu C$ के दो बिन्दु आवेश एक-दूसरे से 3 मीटर की दूरी पर रखे हैं। दोनों को जोड़ने वाली सीधी रेखा पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जहाँ परिणामी क्षेत्र शून्य है।

हल—चित्रानुसार माना वह बिन्दु P है। इस तरह के प्रश्नों को हल करते समय यह देखना होता है कि बिन्दु P कहाँ पर पड़ना चाहिए।



(i) विपरीत प्रकृति के आवेशों की स्थिति में दोनों के मध्य में किसी भी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का मान शून्य नहीं हो सकता है।



(ii) $-12\mu C$ के दायीं तरफ होने पर $-12\,\mu C$ का विद्युत क्षेत्र अधिक होगा जबकि $5\,\mu C$ का विद्युत क्षेत्र कम होगा। इसलिए बिन्दु P, $-12\,\mu C$ के दायीं ओर भी नहीं हो सकता है।

(iii) इसलिए बिन्दु P, $5\,\mu C$ आवेश के बायीं ओर ही होना चाहिए।

माना बिन्दु P, $5\,\mu C$ आवेश से x मीटर दूरी पर स्थित है। बिन्दु P पर $5\,\mu C$ के कारण विद्युत क्षेत्र,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Q}{r^2} \text{ से}$$

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{5 \times 10^{-6}}{x^2} \qquad (A \text{ से } P \text{ की ओर})$$

$$E_A = 9{\cdot}0 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{x^2} \qquad (A \text{ से } P \text{ की ओर})$$

इस प्रकार $-12\,\mu C$ के कारण बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र—

$$E_B = 9{\cdot}0 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-6}}{(3+x)^2} \qquad (P \text{ से } B \text{ की ओर})$$

दोनों का तुल्य विद्युत क्षेत्र,

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A\,E_B \cos 180^\circ}$$

YADAVRK100%

$$E = E_A - E_B$$

परन्तु प्रश्नानुसार, $E = 0$ अत:

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{5\times10^{-6}}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{12\times10^{-6}}{(3+x)^2}$$

या $$\frac{5}{x^2} = \frac{12}{(3+x)^2}$$

या $$\frac{\sqrt{5}}{x} = \frac{\sqrt{12}}{(3+x)}$$

या $$\sqrt{5}x + 3\sqrt{5} = \sqrt{12}\,x$$

या $$(\sqrt{12} - \sqrt{5})\,x = 3\sqrt{5}$$

$\therefore$ $$x = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{12}-\sqrt{5}}$$

$$x = \frac{6\cdot70}{3\cdot46 - 2\cdot23}$$

$$x = \frac{6\cdot70}{1\cdot23}$$

$$\mathbf{x = 5\cdot44\ m.}$$

उदाहरण 8 : 3·0 मीटर भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के आधार पर – 3 μC तथा +3 μC के आवेश रखे हैं। त्रिभुज के शीर्ष पर तुल्य विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

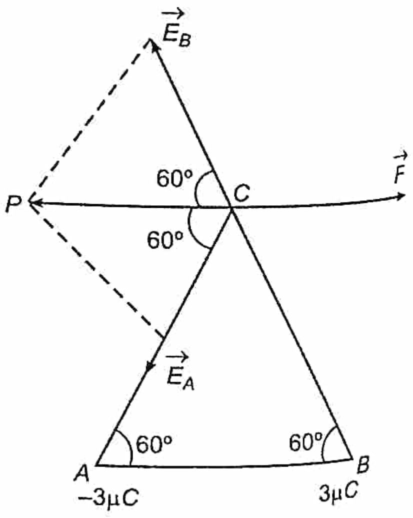
हल—विन्दु C पर 3 μC आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{Q}{r^2} \text{ से}$$

$$E_B = 9\cdot0\times10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{(BC)^2}$$

$$E_B = 9\cdot0\times10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{(3)^2}$$

या $$E_B = 3\cdot0\times10^3 \text{ N/C}$$



इसी प्रकार विन्दु C पर – 3 μC आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र,

$$E_A = 9\cdot0\times10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{(AC)^2}$$

$$E_A = 9\cdot0\times10^9 \times \frac{3\times10^{-6}}{(3)^2}$$

$$E_A = 3\cdot0\times10^3 \text{ N/C} \qquad (C \text{ से } A \text{ की ओर})$$

अत: तुल्य विद्युत क्षेत्र,

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos 120°}$$

YADAVRK100%

परन्तु $E_A = E_B$

$$E = \sqrt{E_A^2 + E_A^2 + 2E_A\, E_A\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$E = \sqrt{2E_A^2 + 2E_A^2\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$E = \sqrt{2E_A^2 - E_A^2}$$

$$E = E_A$$

$$E = 3 \cdot 0 \times 10^3 \text{ N/C} \qquad (C \text{ से } P \text{ की ओर})$$

उदाहरण 9 : धातु के एक खोखले गोले का व्यास 60 सेमी है तथा गोले पर 600 μC आवेश है। वैद्युत क्षेत्र तथा विभव ज्ञात कीजिए—(i) गोले के केन्द्र से 100 सेमी की दूरी पर, (ii) गोले के पृष्ठ पर, (iii) गोले के केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर।

हल—(i) गोले के केन्द्र से 100 सेमी दूर बिन्दु गोले के बाहर होगा। गोले के केन्द्र से r मीटर की दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

यहाँ $q = 600\,\mu\text{C} = 600 \times 10^{-6}$ C

$r = 100$ सेमी $= 1$ मीटर

$$E = 9 \cdot 0 \times 10^9 \times \frac{600 \times 10^{-6}}{1}$$

$$\mathbf{E = 5 \cdot 4 \times 10^6 \text{ N/C}}$$

$$E = 54 \times 10^5$$

विभव, $V = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

$$= 9 \cdot 0 \times 10^9 \times \frac{600 \times 10^{-6}}{1 \cdot 0}$$

$$\mathbf{V = 5 \cdot 4 \times 10^6} \textbf{ वोल्ट}$$

(ii) गोले के पृष्ठ पर तीव्रता,

$$E = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

यहाँ $R = 30$ सेमी $= 30 \times 10^{-2}$ मी

$$E = 9 \cdot 0 \times 10^9 \times \frac{600 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})^2}$$

$$E = \frac{5 \cdot 4 \times 10^4}{(0 \cdot 3)^2}$$

$$\mathbf{E = 6 \cdot 0 \times 10^5 \text{ N/C}}$$

गोले के पृष्ठ पर विभव, $V = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}\frac{q}{R}$

yadavRk100%
YADAVRK100%
yadavRk100%

$$= 9.0 \times 10^9 \times \frac{600 \times 10^{-6}}{(30 \times 10^{-2})}$$

$$= \frac{5.4 \times 10^6}{0.3}$$

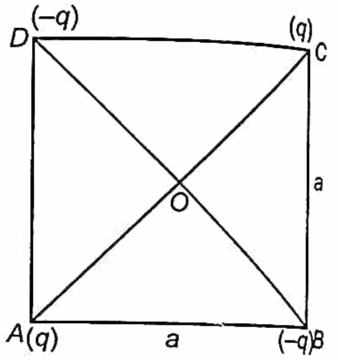
$$V = 1.8 \times 10^7 \text{ वोल्ट}$$

(iii) गोले के केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर बिन्दु गोले के भीतर होगा। खोखले गोले के भीतर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता प्रत्येक स्थान पर शून्य होती है एवं विभव एक समान होता है जो पृष्ठ विभव के बराबर होता है। अत: गोले के केन्द्र से 10 सेमी की दूरी पर

$$E = 0$$

तथा
$$V = 1.8 \times 10^7 \text{ वोल्ट}$$

उदाहरण 10 : चार बिन्दु आवेश $q, -q, q,$ व $-q$ किसी वर्ग के शीर्षों पर रखे हैं। यदि वर्ग की भुजा का मान 'a' है तो वर्ग के केन्द्र पर विद्युत विभव का मान ज्ञात कीजिए।



हल—समस्त आवेशों के कारण वर्ग के केन्द्र पर विद्युत विभव,

$$V = V_A + V_B + V_C + V_D$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{AO} - \frac{q}{BO} + \frac{q}{CO} - \frac{q}{DO}\right]$$

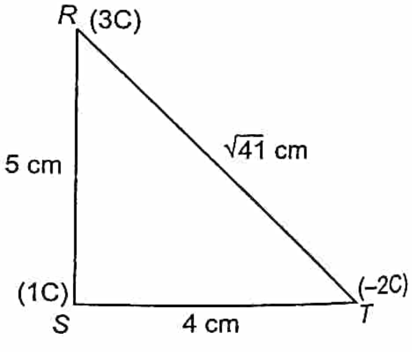
$\because$
$$OA = OB = OC = OD = a\sqrt{2}$$

$\therefore$ विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q - q + q - q}{a\sqrt{2}}\right]$$

$$V = 0$$

उदाहरण 11 : चित्र में दिये गये निकाय की विद्युत स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए।



हल—निकाय की स्थितिज ऊर्जा—

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \text{ से}$$

$$U = 9.0 \times 10^9 \times \left[\frac{1(-2)}{0.04} + \frac{(-2) \times 3}{0.064} + \frac{3 \times 1}{0.05}\right]$$

$$U = 9.0 \times 10^9 \, [-50 - 93.75 + 60]$$

$$U = 9.0 \times 10^9 \times [-83.75]$$

$$U = -7.5375 \times 10^{11} \text{ जूल}$$

§ 3.19 संधारित्र एवं इसका कार्य सिद्धान्त (Capacitor and its Working Principle)

संधारित्र या कैपेसिटर (Capacitor), विद्युत परिपथ में प्रयुक्त होने वाला दो सिरों वाला एक प्रमुख अवयव (component) है। यदि दो या दो से अधिक चालकों को एक विद्युतरोधी माध्यम द्वारा अलग करके पास-पास रखा जाए, तो यह व्यवस्था संधारित्र कहलाती है। इन चालकों पर बराबर तथा विपरीत आवेश होते हैं। यदि संधारित्र को एक बैटरी से जोड़ा जाए, तो इसमें से धारा का प्रवाह नहीं होगा, परंतु इसकी प्लेटों पर बराबर मात्रा में धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेश संचय हो जाएँगे। विद्युत संधारित्र का उपयोग विद्युत आवेश, अथवा स्थिर वैद्युत ऊर्जा, का संचय करने के लिए तथा वैद्युत फिल्टर तथा शक्ति इलेक्ट्रॉनिकी (Power electronics) आदि में होता है।

YADAVRK100%

संधारित्र में धातु की दो प्लेटें होती हैं जिनके बीच के स्थान में कोई कुचालक परावैद्युत पदार्थ (dielectric material) (जैसे कागज, पॉलीथीन, माइका आदि) भरा होता है। संधारित्र के प्लेटों के बीच धारा का प्रवाह तभी होता है जब इसके दोनों प्लेटों के बीच का विभवान्तर समय के साथ बदले। इस कारण नियत डीसी विभवान्तर लगाने पर स्थायी अवस्था में संधारित्र में कोई धारा नहीं बहती। किन्तु संधारित्र के दोनों सिरों के बीच प्रत्यावर्ती विभवान्तर लगाने पर उसके प्लेटों पर संचित आवेश कम या अधिक होता रहता है जिसके कारण बाह्य परिपथ में धारा बहती है। संधारित्र से होकर डीसी धारा नहीं बह सकती।

संधारित्र की धारा और उसके प्लेटों के बीच में विभवान्तर का सम्बन्ध निम्नांकित समीकरण से दिया जाता है—

$$I = C\frac{dV}{dt}$$

जहाँ :

I संधारित्र के प्लेटों के बीच बहने वाली धारा है,

V संधारित्र के प्लेटों के बीच का विभवान्तर है,

C संधारित्र की धारिता है जो संधारित्र के प्लेटों की दूरी, उनके बीच प्रयुक्त परावैद्युत पदार्थ, प्लेटों का क्षेत्रफल एवं अन्य ज्यामितीय तथ्यों पर निर्भर करता है।

§ 3.20 चालक की धारिता (Capacitance of a conductor)

जब किसी चालक को आवेश दिया जाता है तो उसका वैद्युत विभव भी आवेश के अनुपात में बढ़ जाता है। यदि किसी चालक को q आवेश देने पर उसके विभव में V वृद्धि हो, तो

$$q \propto V$$

अथवा
$$q = CV \qquad \text{... (i)}$$

जहाँ C एक नियतांक है जिसका मान चालक के आकार, चारों ओर के माध्यम तथा पास में रखे अन्य चालकों की उपस्थिति पर निर्भर करता है। इसे चालक की धारिता कहते हैं।

"The property of a conductor or system of conductors that describes its ability to store electric charge is called the capacity."

समीकरण (i) से
$$C = \frac{q}{V} \text{ फैरड} \qquad \text{... (18)}$$

यदि $V = 1$ हो, तब $C = q$ अतः **किसी चालक की धारिता संख्यात्मक रूप से चालक को दिये गए आवेश की उस मात्रा के बराबर होती है जो चालक के विभव में एक मात्रक की वृद्धि कर सके।**

समीकरण (i) में यदि $q = 1$ कूलॉम तथा $V = 1$ वोल्ट तो $C = 1$ फैरड

अतः यदि किसी चालक को 1 कूलॉम आवेश देने पर उसका विभव 1 वोल्ट बढ़ जाए तो उस चालक की धारिता 1 फैरड कहलाती है। इस प्रकार

$$1 \text{ फैरड} = \frac{1 \text{ कूलॉम}}{1 \text{ वोल्ट}}$$

धारिता का मात्रक फैरड बहुत बड़ी राशि है। अतः सुविधा के लिए फैरड के 10 लाखवें भाग (10^{-6}) को प्रयोग में लाया जाता है, जिसे माइक्रोफैरड (μF) कहते हैं।

$$1 \text{ माइक्रोफैरड } (\mu F) = 10^{-6} \text{ फैरड}$$

तथा
$$1 \text{ पिकोफैरड } (pF) = 10^{-12} \text{ फैरड}$$

धारिता के मूल मात्रक एवं विमा—धारिता का मात्रक

$$\text{फैरड} = \frac{\text{कूलॉम}}{\text{वोल्ट}} = \frac{\text{कूलॉम}}{\text{जूल / कूलॉम}} = \frac{\text{कूलॉम}^2}{\text{जूल}}$$

VEDVRK100%

$$= \frac{(\text{ऐम्पियर} \times \text{सेकण्ड})^2}{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}$$

$$= \frac{\text{ऐम्पियर}^2 \times \text{सेकण्ड}^2}{(\text{किग्रा} \times \text{मीटर} - \text{सेकण्ड}^{-2}) \times \text{मीटर}}$$

$$= \frac{\text{ऐम्पियर}^2 \times \text{सेकण्ड}^4}{\text{किग्रा} \times \text{मीटर}^2}$$

$$= \text{किग्रा}^{-1} \times \text{मीटर}^{-2} \times \text{सेकण्ड}^4 \times \text{ऐम्पियर}^2$$

$\therefore$ धारिता की विमा $= [M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

§ 3.21 समान्तर प्लेट संधारित्र (Parallel plate capacitor or condenser)

दो या दो से अधिक समतल चालकों के युग्म का एक ऐसा वैद्युत समायोजन (electrical arrangement) जिसमें चालक के आकार में परिवर्तन किये बिना इन पर पर्याप्त मात्रा में आवेश संचित किया जा सकता है, संधारित्र कहलाता है।

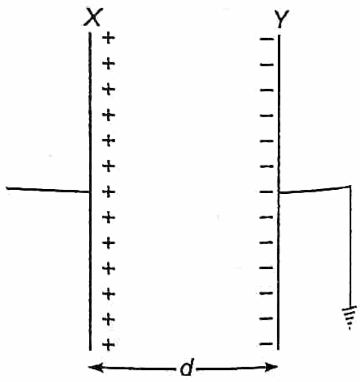
"A parallel plate capacitor is an arrangement for storing large amount of electric charge and hence electric energy in a small space."

चालक प्लेट एक-दूसरे के समीप होते हैं तथा इन पर बराबर व विपरीत आवेश होता है तब इस व्यवस्था के समान्तर प्लेट संधारित्र कहते हैं तथा इन चालक प्लेटों को संधारित्र की प्लेटें कहते हैं। (चित्र 3.14)

3.21.1 समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता (Capacity of Parallel Plate Capacitor)

चित्र 3.14 में X और Y दो समतल एवं समानान्तर प्लेटें हैं, जिनमें प्रत्येक का क्षेत्रफल A मीटर^2 एवं बीच की दूरी d मीटर है। माना प्लेटों के बीच के माध्यम का परावैद्युतांक (Dielectric constant) K है।

माना प्लेट X को $+q$ कूलॉम आवेश दिया जाता है। प्रेरण द्वारा उसके सामने वाली प्लेट Y के अन्दर वाले तल पर $-q$ कूलॉम आवेश तथा बाहरी तल पर $+q$ कूलॉम आवेश उत्पन्न हो जायेगा। चूँकि प्लेट Y पृथ्वी से जुड़ी है अत: बाहरी तल का $+q$ कूलॉम आवेश पृथ्वी में चला जायेगा। इस प्रकार दोनों प्लेटों पर समान तथा विपरीत आवेश होंगे। प्लेट X से चलने वाली सभी बल रेखाएँ प्लेट Y पर पहुँचेंगी तथा किनारों के अतिरिक्त बीच में वैद्युत क्षेत्र सब जगह एक समान होगा।



चित्र 3.14

माना कि प्रत्येक प्लेट पर आवेश का पृष्ठ घनत्व (Surface Density) σ है। चूँकि आवेश की दो समतल, समान्तर चादरों के बीच किसी बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता,

$$E = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0}$$

जहाँ ε_0 निर्वात की विद्युतशीलता है तथा K चादरों के बीच के माध्यम का परावैद्युतांक है। प्रत्येक प्लेट पर आवेश q है तथा प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल A है। अत:

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

$\therefore$

$$E = \frac{q}{K\varepsilon_0 A}$$

VKDAVRK100%

चूँकि दोनों प्लेटों के बीच वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\frac{q}{K\varepsilon_0 A}$ है, अतः दोनों प्लेटों के बीच एकांक धनावेश पर कार्य करने वाला बल भी $\frac{q}{K\varepsilon_0 A}$ होगा।

यदि एकांक धन आवेश को वैद्युत बल के विरुद्ध Y से X तक ले जाया जाये तो किया गया कार्य,

$$W = \text{बल} \times \text{दूरी}$$

$$W = \frac{q}{K\varepsilon_0 A} \times d$$

परन्तु परिभाषा के अनुसार किया गया कार्य दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर की माप है। अतः दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर,

$$V = \frac{qd}{K\varepsilon_0 A}$$

इसलिए संधारित्र की धारिता,

$$C = \frac{q}{V}$$

$$C = \frac{q}{\frac{qd}{K\varepsilon_0 A}}$$

अथवा

$$C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d} \text{ फैरड} \qquad \text{... (19)}$$

जहाँ $\varepsilon_0 = 8{\cdot}86 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर। इस सूत्र से स्पष्ट है कि ऊँची धारिता का संधारित्र बनाने के लिए—

(i) प्लेटों का क्षेत्रफल (A) अधिक होना चाहिए।

(ii) प्लेटों के बीच दूरी (d) कम होना चाहिए।

(iii) प्लेटों के बीच ऐसे माध्यम का प्रयोग करना चाहिए जिसका परावैद्युतांक K अधिक हो।

यदि प्लेटों के बीच निर्वात् (अथवा वायु) हो तो $K = 1$, तब संधारित्र की धारिता,

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad \text{... (i)}$$

समीकरण (19) को (i) से भाग देने पर—

$$\frac{C}{C_0} = K \qquad \text{... (20)}$$

K का मान 1 से अधिक होता है। अतः प्लेटों के बीच निर्वात के स्थान पर परावैद्युत माध्यम होने पर संधारित्र की धारिता K गुना बढ़ जाती है।

समीकरण (20) से किसी माध्यम के परावैद्युतांक अथवा विशिष्ट परावैद्युतता (specific inductive capacity) K की परिभाषा प्राप्त होती है। **''किसी माध्यम का परावैद्युतांक उस माध्यम युक्त संधारित्र की धारिता तथा उसी आकार के निर्वात (अथवा वायु) संधारित्र की धारिता का अनुपात होता है।''**

§ 3.22 आवेशित संधारित्र की ऊर्जा (Energy of a Charged Capacitor)

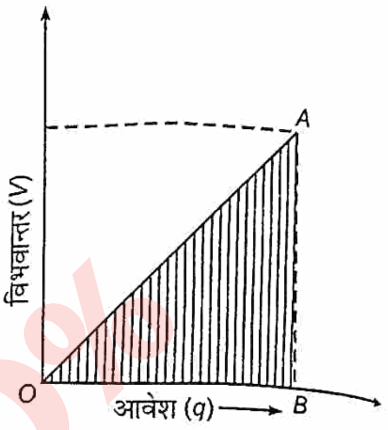
किसी संधारित्र को आवेशित करने में जो ऊर्जा दी जाती है अथवा जो कार्य करना पड़ता है वह कार्य संधारित्र में वैद्युत स्थितिज ऊर्जा (Electrical Potential Energy) के रूप में संचित हो जाती है। आवेशित संधारित्र को विसर्जित करने पर यह ऊर्जा ऊष्मा आदि के रूप में प्रकट होती है।

YADAVRK100%

माना किसी संधारित्र की धारिता C को q कूलॉम आवेश देने पर उनके प्लेटों के बीच V वोल्ट विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है। अतः

$$C = \frac{q}{V}$$

यदि संधारित्र की प्लेट पर आवेश की मात्रा q को X-अक्ष पर तथा प्लेट के मध्य संगत विभवान्तर V को Y-अक्ष पर लेकर एक ग्राफ खींचें तो एक सरल रेखा OA प्राप्त (चित्र (3.15)) होगी। ग्राफ से स्पष्ट है कि संधारित्र को आवेशित करने में दिये गये आवेश (q) की मात्रा उसकी प्लेटों के मध्य उत्पन्न विभवान्तर (V) के अनुक्रमानुपाती होता है। अर्थात्



चित्र 3.15

$$q \propto V$$

या $$q = CV$$

जहाँ $C =$ संधारित्र की धारिता

संधारित्र को q आवेश देने में किये गये कार्य की मात्रा क्षेत्रफल AOB के बराबर होगी, अतः संधारित्र की ऊर्जा,

$$U = \Delta\, AOB \text{ का क्षेत्रफल}$$

अथवा $$U = \frac{1}{2} \times OB \times AB$$

अथवा $$U = \frac{1}{2} \times q \times V$$

अथवा $$U = \frac{1}{2} qV$$

अथवा $$U = \frac{1}{2} (CV)(V) \qquad [\because q = CV]$$

अथवा $$\mathbf{U = \frac{1}{2} CV^2} \qquad ...(21)$$

परन्तु $$V = \frac{q}{C}$$

$\therefore$ $$U = \frac{1}{2} C \left(\frac{q}{C}\right)^2$$

$\therefore$ $$U = \frac{1}{2} C \left(\frac{q^2}{C^2}\right)$$

$\therefore$ $$\mathbf{U = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2}{C}\right)} \qquad ...(22)$$

यह ऊर्जा आवेशित संधारित्र की प्लेटों के मध्य स्थित माध्यम में संचित रहती है।

वैकल्पिक विधि (Alternative Method)—माना संधारित्र को नियत विभवान्तर V पर dq आवेश देने में किया गया कार्य (विभवान्तर की परिभाषा से)—

$$dW = V \times dq$$

$$dW = \frac{q}{C} \times dq \qquad \left[\because V = \frac{q}{C}\right]$$

अतः संधारित्र को शून्य से q आवेश देने में किया गया कार्य

$$W = \int_0^q \frac{q}{C}\, dq$$

$$W = \frac{1}{C}\int_0^q q\, dq$$

$$W = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2}\right]_0^q$$

अथवा

$$W = \frac{1}{C}\left[\frac{q^2}{2} - 0\right]$$

$\therefore$

$$W = \frac{1}{2}\left(\frac{q^2}{C}\right)$$

यह कार्य W ही संधारित्र में ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है। अतः संचित कुल ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}qV$$

§ 3.23 संधारित्रों के संयोजन (Combinations of capacitors)

अनेक प्रयोगों में धारिता परिवर्तन करने के लिए दो अथवा दो से अधिक संधारित्रों को परस्पर जोड़ने की आवश्यकता पड़ती है।

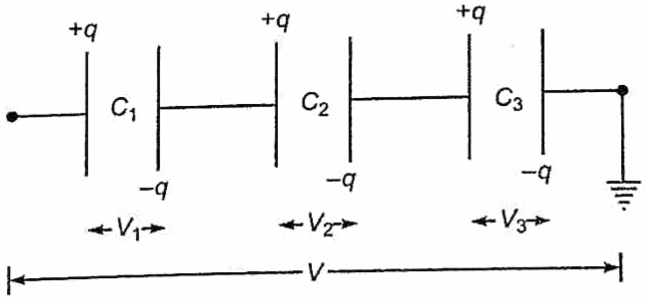
संधारित्रों को जोड़ने की दो प्रमुख रीतियाँ हैं—

1. श्रेणी क्रम संयोजन (Combination in series)
2. समान्तर क्रम संयोजन (Combination in parallel)

3.23.1 श्रेणी क्रम संयोजन (Combination in series)

संधारित्रों का श्रेणी क्रम संयोजन चित्र 3.16 के भाँति किया जाता है।

माना विद्युत स्रोत द्वारा पहले संधारित्र C_1 की पहली प्लेट को $+q$ आवेश दिया जाता है। प्रेरण द्वारा, C_1 की दूसरी प्लेट के अन्दर वाले तल पर $-q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है तथा उसका स्वतन्त्र आवेश $+q$ दूसरे संधारित्र की पहली प्लेट पर चला जाता है। इस प्रकार श्रेणी के सभी संधारित्रों की पहली प्लेट पर $+q$ आवेश तथा दूसरी प्लेट पर $-q$ आवेश उत्पन्न हो जाता है। माना संधारित्रों की प्लेटों के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1, V_2 तथा V_3 हैं, तब



चित्र 3.16

$$V_1 = \frac{q}{C_1}, V_2 = \frac{q}{C_2}, \text{ तथा } V_3 = \frac{q}{C_3}$$

यदि बिन्दु A व B के बीच कुल विभवान्तर V हो, तो

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

$$= \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} \quad \text{... (i)}$$

यदि बिन्दु A तथा B के बीच में तीनों संधारित्रों के स्थान पर केवल एक ऐसा संधारित्र रख दें कि उसे q आवेश देने पर उसकी प्लेटों के बीच V विभवान्तर हो, तो यह **"तुल्य संधारित्र"** (equivalent capacitor) होगा। यदि इस संधारित्र की धारिता C हो, तो

$$V = \frac{q}{C} \quad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) व (ii) की तुलना करने पर,

$$\frac{q}{C} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3}$$

अथवा

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad \text{... (23)}$$

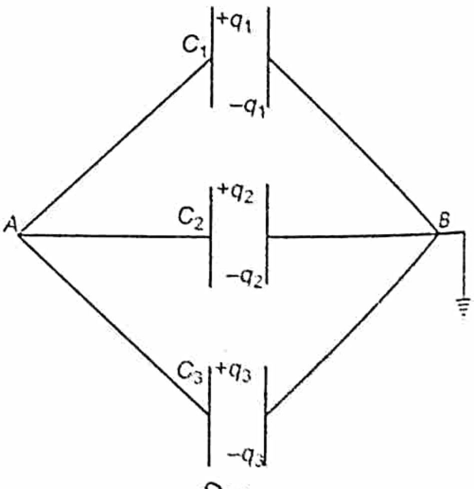
अतः **श्रेणी क्रम में जुड़े संधारित्रों के तुल्य संधारित्र की धारिता का व्युत्क्रम, उन संधारित्रों की अलग-अलग धारिताओं के व्युत्क्रमों के योग के बराबर होता है।**

वास्तव में तुल्य धारिता का मान श्रेणी क्रम में जुड़े सबसे कम धारिता वाले संधारित्र की धारिता से भी कम होता है। इस संयोग में सबसे कम धारिता वाले संधारित्र की प्लेटों के बीच विभव सबसे अधिक होगा।

3.23.2 समान्तर क्रम संयोजन (Combination in parallel)

संधारित्रों (धारिता C_1, C_2 तथा C_3) का समान्तर क्रम संयोजन चित्र 3.17 की भाँति किया जाता है।

माना किसी विद्युत स्रोत द्वारा बिन्दु A को $+q$ आवेश दिया जाता है। यह आवेश तीनों संधारित्रों पर उनकी धारिताओं के अनुसार बंट जाता है। प्रेरण द्वारा संधारित्रों की दूसरी प्लेटों के अन्दर वाले तल पर बराबर का ऋण आवेश उत्पन्न हो जाता है तथा उनके बाहरी तलों पर स्वतन्त्र धन आवेश पृथ्वी में चला जाता है। चूँकि तीनों संधारित्र बिन्दु A व B के बीच जुड़े हैं, अतः प्रत्येक संधारित्र की प्लेटों के बीच समान विभवान्तर होगा। मान लो यह V है। यदि संधारित्रों पर आवेश क्रमशः q_1, q_2 व q_3 हों,



चित्र 3.17

तब $\quad q_1 = C_1 V, q_2 = C_2 V$ तथा $q_3 = C_3 V$

तीनों संधारित्रों पर कुल आवेश

$$q = q_1 + q_2 + q_3$$

$$= C_1 V + C_2 V + C_3 V$$

$$q = V(C_1 + C_2 + C_3) \quad \text{... (i)}$$

यदि इन तीनों संधारित्रों के स्थान पर केवल एक ऐसा संधारित्र रख दें कि उसे q आवेश देने पर उसकी प्लेटों के बीच V विभवान्तर हो, तो यह 'तुल्य संधारित्र' होगा। यदि इस संधारित्र की धारिता C हो, तब

$$q = VC \quad \text{... (ii)}$$

YADAVRK100%

समीकरण (i) व (ii) की तुलना करने पर

$$VC = V\,(C_1 + C_2 + C_3)$$

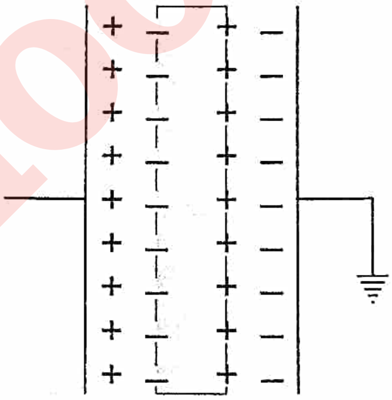
अथवा
$$C = C_1 + C_2 + C_3 \qquad \ldots (24)$$

अतः स्पष्ट है कि **समान्तर क्रम में जुड़े हुए संधारित्रों की तुल्य धारिता उनकी पृथक्-पृथक् धारिताओं के योग के बराबर होती है।** इस प्रकार संधारित्रों को जोड़ कर धारिता बढ़ायी जा सकती है।

समान्तर क्रम में संयोजित प्लेटों के बीच विभवान्तर समान होता है तथा आवेश उनकी धारिताओं के अनुपात में बंट जाता है। संधारित्रों को समान्तर क्रम में तब जोड़ते हैं जबकि हमें एक मामूली विभव पर बड़ी धारिताओं की आवश्यकता हो। इस प्रकार के संयोग पर आवेश की काफी मात्रा संचित हो जाएगी।

§ 3.24 संधारित्र की धारिता पर परावैद्युत का प्रभाव (Effect of Dielectric on Capacitance)

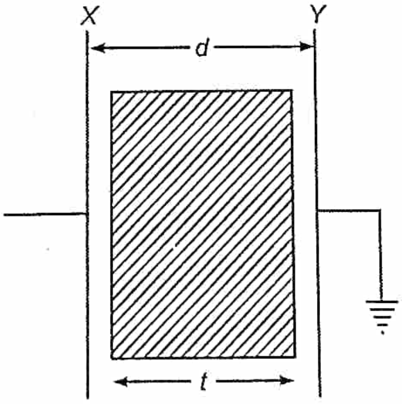
कोई भी माध्यम अणुओं अथवा परमाणुओं से बना होता है। परमाणु में धनावेश उसके नाभिक पर केन्द्रित रहता है तथा (ऋणावेशित) इलेक्ट्रॉन इसके चारों ओर चक्कर लगाते हैं। परावैद्युत पदार्थों में इलेक्ट्रॉन नाभिक से दृढ़तापूर्वक बँधे रहते हैं। जब किसी परावैद्युत पदार्थ को आवेशित संधारित्र की प्लेटों के बीच रखते हैं तो उसके अणुओं के नाभिक ऋण प्लेट की ओर तथा इलेक्ट्रॉन धन प्लेट की ओर विस्थापित हो जाते हैं चित्र 3.18। इस प्रकार परावैद्युत के प्रत्येक अणु का एक सिरा धनावेशित तथा दूसरा सिरा ऋणावेशित हो जाता है। **ये आवेश संधारित्र की प्लेटों के आवेशों के विपरीत चिन्ह के होते हैं, अतः ये प्लेटों के बीच विभवान्तर कम कर देते हैं, अर्थात् संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है।**



चित्र 3.18

§ 3.25 आंशिक रूप से परावैद्युत पदार्थ द्वारा भरे संधारित्र की धारिता (Capacity of capacitor partly filled with Dielectric)

माना कि संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच किसी परावैद्युत पदार्थ (जैसे काँच) की एक प्लेट रखी गयी है, जिसकी मोटाई t है, (चित्र 3.19)। माना कि पदार्थ का परावैद्युतांक K है तब परावैद्युतांक पदार्थ में वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता $\dfrac{q}{K\varepsilon_0 A}$ होगी, तथा प्लेटों के बीच वायु में $\dfrac{q}{\varepsilon_0 A}$ होगी।



चित्र 3.19

अब यदि एकांक धन आवेश को X से Y तक ले जायें तो यह $(d - t)$ दूरी वायु में तथा t दूरी पदार्थ में चलेगा। अतः एकांक धनावेश को X से Y तक ले जाने में किया गया कार्य,

$$W = \frac{q}{\varepsilon_0 A}(d - t) + \frac{q}{K\varepsilon_0 A}t$$

या
$$W = \frac{q}{\varepsilon_0 A}\left[d - t + \frac{t}{K}\right]$$

यदि दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर V है, तो संधारित्र की धारिता—

$$C = \frac{q}{V}$$

या,
$$C = \frac{q}{W}$$
जहाँ W प्लेटों के मध्य विभवान्तर की माप है।

YADAVPK100%

अत:
$$C = \frac{q}{\frac{q}{\varepsilon_0 A}\left(d - t + \frac{t}{K}\right)}$$

या
$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\left[d - t\left(1 - \frac{1}{K}\right)\right]} \text{ फैरड} \qquad \ldots (25)$$

इस प्रकार t मोटाई के परावैद्युत की प्लेट रखने से संधारित्र की प्लेटों के बीच प्रभावी दूरी d से घटकर $\left[d - t\left(1 - \frac{1}{K}\right)\right]$ रह जाती है, जिससे धारिता का मान बढ़ जाता है। यदि प्लेटों के बीच t मोटाई की "धातु" की प्लेट रख दी जाये तब प्रभावी दूरी घटकर $(d - t)$ रह जायेगी तथा संधारित्र की धारिता बढ़ जायेगी (धातु के लिए परावैद्युतांक $K = \infty$)।

विभिन्न स्थितियाँ

(i) यदि प्लेटों के मध्य पूरे स्थान में परावैद्युत भरा हो, तब धारिता

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\left[d - d + \frac{d}{K}\right]} = \frac{K\varepsilon_0 A}{d}$$

(ii) यदि प्लेटों के मध्य पूरे स्थान में निर्वात (अथवा वायु) हो, तब धारिता

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

(iii) यदि प्लेटों के मध्य t मोटाई की धातु की पट्टी $(K = \infty)$ हो, तब धारिता

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d - t}$$

(iv) यदि दो प्लेटों के मध्य $K_1, K_2, K_3, \ldots$ आदि परावैद्युतांकों की पट्टियाँ रखी हों जिनकी मोटाइयाँ क्रमश: $t_1, t_2, t_3, \ldots$ आदि हों, तब समीकरण (i) से धारिता

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\left[d - (t_1 + t_2 + t_3 + \ldots) + \frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3} + \ldots\right]}$$

(v) यदि प्लेटों के मध्य पूरे स्थान में परावैद्युत की पट्टियाँ रखी हों, तब

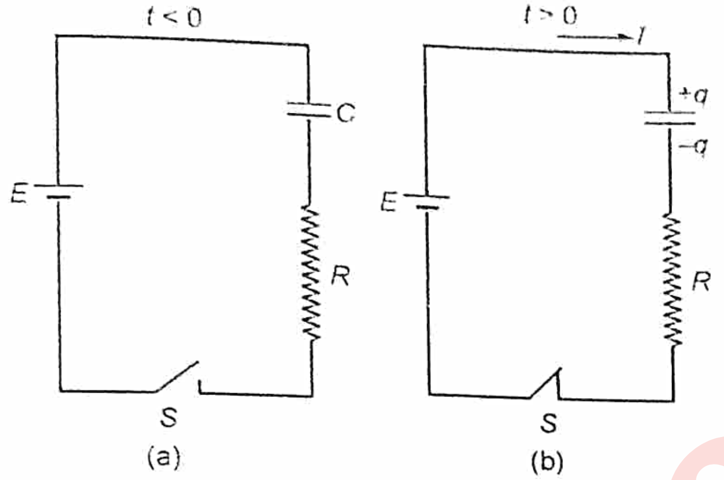
$$d = t_1 + t_2 + t_3 + \ldots$$

अत: धारिता,
$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{\frac{t_1}{K_1} + \frac{t_2}{K_2} + \frac{t_3}{K_3} + \ldots}$$

§ 3.26 संधारित्र का आवेशन (Charging of a capacitor)

चित्र 3.20 (a) में एक वैद्युत परिपथ में संधारित्र C को एक बैटरी से किसी प्रतिरोध R तथा कुंजी S के साथ श्रेणी क्रम में जोड़ा गया है। माना प्रारम्भ में कुंजी S खुली है तथा संधारित्र अनावेशित है। माना किसी क्षण $t = 0$ पर कुंजी S को बंद किया जाता है; तब आवेश का प्रवाह होने लगता है। अर्थात् परिपथ में अधिकतम धारा चलने लगती है और संधारित्र की दोनों प्लेटों पर समान परिमाण के विपरीत आवेश एकत्रित होने लगते हैं; चित्र 3.20 (b)। संधारित्र की इस आवेशन की क्रिया में वैद्युत आवेश संधारित्र की एक प्लेट से दूसरी प्लेट तक, इन प्लेटों के मध्य स्थान में होकर नहीं जाता है क्योंकि इस स्थान से परिपथ खुला (open circuit) है और आवेश प्लेटों के मध्य स्थित वायु अथवा परावैद्युत में होकर नहीं जा सकता है।

YADAVRK100%



चित्र 3.20

संधारित्र के पूर्ण रूप से आवेशित हो जाने तक परिपथ में दोनों प्लेटों के मध्य आवेश का प्रवाह नहीं होता है किन्तु परिपथ में धारा का मान घटता रहता है। प्लेट पर अधिकतम आवेश आ जाने पर, परिपथ में धारा शून्य हो जाती है तथा संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर का मान बैटरी के टर्मिनल वोल्टेज [वैद्युतवाहक बल (e.m.f.)] के बराबर होता है।

संधारित्र को आवेशित होने में कुछ समय लग जाता है। माना बैटरी का वैद्युतवाहक बल E है तथा आवेशन क्रिया में किसी क्षण समय t पर, प्रतिरोध R में प्रवाहित धारा i तथा संधारित्र C की प्लेट पर आवेश q है।

अतः संधारित्र की दोनों प्लेटों के बीच विभवान्तर $= \dfrac{q}{C}$ $\left[\because C = \dfrac{q}{\text{विभवान्तर}}\right]$

यह विभवान्तर बैटरी के वैद्युतवाहक बल (E) के विपरीत लगता है, अतः उस क्षण परिपथ में नेट विद्युतवाहक बल $\left[E - \dfrac{q}{C}\right]$ है, जो उस क्षण प्रतिरोध R के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर iR के बराबर होता है। अतः

$$E - \frac{q}{C} = iR \qquad \text{... (i)}$$

अथवा
$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \qquad \left[\because i = \frac{dq}{dt}\right]$$

या
$$-\frac{dq}{dt} = \frac{q}{RC} - \frac{E}{R}$$
$$= -\frac{1}{RC}[EC - q]$$

या
$$-\frac{dq}{EC - q} = -\frac{1}{RC}\,dt$$

संधारित्र की प्लेट पर, समय $t = 0$ पर आवेश $= 0$ तथा समय $t = t$ पर आवेश $= q$ है।
अतः उपरोक्त समीकरण का समाकलन उचित सीमाओं के अन्तर्गत करने पर,

$$\int_0^q \frac{-dq}{EC - q} = \int_0^t -\frac{1}{RC}\,dt$$

या
$$[\log_e (EC - q)]_0^q = -\frac{1}{RC}[t]_0^t$$

या
$$\log_e (EC - q) - \log_e EC = -\frac{1}{RC}(t - 0)$$

YADAVRK100%

या $$\log_e \frac{EC-q}{EC} = -\frac{t}{RC}$$

दोनों ओर का प्रतिलघुगणक (antilog) लेने पर,

$$\frac{EC-q}{EC} = e^{-t/RC}$$

या $$1-\frac{q}{EC} = e^{-t/RC}$$

या $$\frac{q}{EC} = 1-e^{-t/RC}$$

या $$q = EC\,(1-e^{-t/RC})$$

अत: समय t पर संधारित्र की प्लेट पर आवेश

$$\mathbf{q = q_0\,(1-e^{-t/RC})} \quad \text{... (26)}$$

जहाँ q_0 $(=EC)$, प्लेट पर अधिकतम स्थिर (steady) आवेश है। क्योंकि $i=0$ हो जाने पर, प्रतिरोध R के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर शून्य हो जाने पर, संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर का मान बैटरी के emf (E) के बराबर हो जाता है।

समीकरण (26) में, $RC=\tau$ रखने पर $$q = q_0\,(1-e^{-t/\tau})$$

यही संधारित्र-प्रतिरोध *(R-C)* परिपथ में संधारित्र के आवेशन का समीकरण है। इसके द्वारा t के किसी भी मान के लिए संधारित्र की प्लेट पर उपस्थित आवेश के परिमाण की गणना की जा सकती है।

यदि $t=\tau$, तब

$$q = q_0\,(1-e^{-1}) = q_0\left[\frac{e-1}{e}\right]$$

$$= 0{\cdot}632\, q_0 \qquad [\because e = 2{\cdot}718]$$

$$\approx \frac{2}{3} q_0$$

τ $(=RC)$ को *R-C* परिपथ का कालांक (time constant) कहते हैं। *R-C* परिपथ का **कालांक वह समय है जिसमें परिपथ में संधारित्र की प्लेट पर आवेश शून्य से अपने अधिकतम मान का 0·632 भाग (अथवा लगभग $\frac{2}{3}$ भाग) तक पहुँच जाता है।** कालांक का मान RC के बराबर होता है। इसका विमीय सूत्र $[M^0L^0T^1]$ तथा मात्रक सेकण्ड होता है।

3.26.1 आवेशन में आवेश के बढ़ने की दर अथवा प्रवाहित धारा (Rate of increase of charge or current during charging)

आवेश के उक्त समीकरण का समय t के सापेक्ष अवकलन करने पर, आवेशन धारा अथवा आवेश के बढ़ने की दर (charging current or rate of growth of charge) का मान ज्ञात किया जा सकता है। अत:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[q_0\,(1-e^{-t/RC})\right]$$

$$= q_0 \cdot \frac{1}{RC} \cdot e^{-t/RC}$$

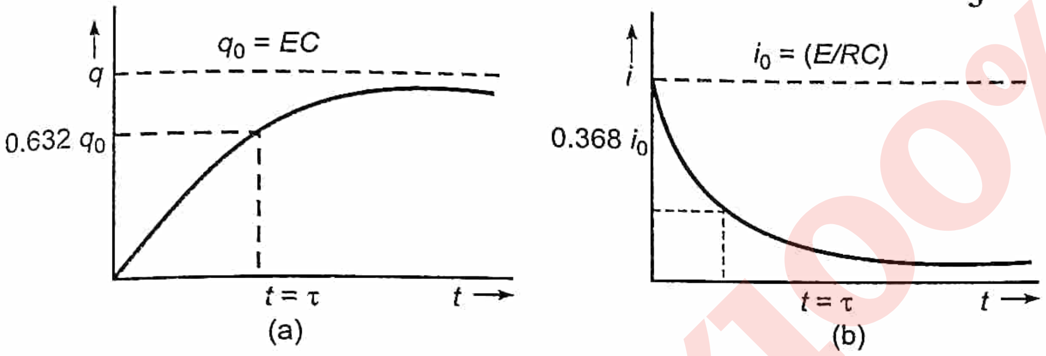
$$= \frac{E}{R}\, e^{-t/RC} \qquad (\because q_0 = EC)$$

$t=0$ रखने पर

$$i = \frac{E}{R} = i_0 \text{ (अधिकतम मान)}$$

अत:
$$i = i_0 e^{-t/RC} = i_0 e^{-t/\tau}$$
यदि $t = \tau$, तो
$$i = i_0 e^{-1} = 0{\cdot}368\, i_0$$
तथा यदि $t = 2\tau$, तो
$$i = i_0 e^{-2} = 0{\cdot}135\, i_0$$

अत: परिपथ के कालांक को धारा के पदों में भी व्यक्त किया जा सकता है। **R-C परिपथ का कालांक ($\tau = RC$) वह समय है जिसमें परिपथ में धारा अपने प्रारम्भिक अधिकतम मान का 0·368 भाग या लगभग $\frac{1}{3}$ भाग रह जाती है।**



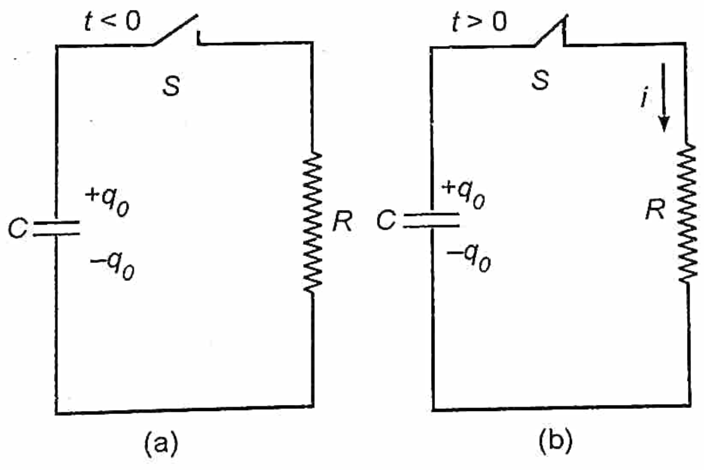
चित्र 3.21

R-C परिपथ में संधारित्र की प्लेट पर आवेश का बढ़ना तथा परिपथ में धारा का घटना, दोनों ही चरघातांकी वक्र (Exponential curve) के अनुसार होता है, जो चित्र 3.21 (a) तथा (b) में प्रदर्शित है। आवेश का बढ़ना तथा धारा का घटना प्रारम्भ में तेजी से और बाद में धीरे-धीरे होता है। $i\left[=\frac{dq}{dt}\right]$ कालांक के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

$$i \propto \frac{1}{\tau}$$

§ 3.27 संधारित्र का निरावेशन (Discharging of a capacitor)

चित्र 3.22 (a) में एक आवेशित संधारित्र C (अधिकतम आवेश q_0), प्रतिरोध R तथा कुँजी S प्रदर्शित है। कुँजी S के खुला होने पर संधारित्र की प्लेटों के मध्य विभवान्तर $\frac{q_0}{C}$ तथा प्रतिरोध के सिरों के बीच विभवान्तर शून्य है क्योंकि परिपथ खुला होने के कारण $i = 0$ है। समय $t = 0$ पर कुंजी बंद करने पर [चित्र 3.22 (b)] संधारित्र का प्रतिरोध के द्वारा निरावेशित होना प्रारम्भ हो जाता है। माना किसी समय t पर परिपथ में निरावेशन धारा i तथा संधारित्र की प्लेट पर आवेश q है। तब उस क्षण प्रतिरोध के दोनों सिरों के विभवान्तर iR, संधारित्र की प्लेटों के बीच विभवान्तर $\frac{q}{C}$ के बराबर होना चाहिए। अत:



चित्र 3.22

$$iR = \frac{q}{C}$$

क्योंकि संधारित्र की प्लेट पर आवेश घट रहा है; अत: धारा का मान आवेश के घटने की दर अर्थात् $\left[-\frac{dq}{dt}\right]$ के बराबर होगा। अत:

$$R\left[-\frac{dq}{dt}\right]=\frac{q}{C}$$

या
$$\frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}dt$$

उचित सीमाओं के अन्तर्गत समाकलन करने पर,

$$\int_{q_0}^{q}\frac{dq}{q}=\int_0^t-\frac{1}{RC}dt$$ ($\because t=0$ पर संधारित्र आवेश $q=q_0$)

या
$$[\log_e q]_{q_0}^{q}=-\frac{1}{RC}[t]_0^t$$

या
$$\log_e q-\log_e q_0=-\frac{1}{RC}[t-0]$$

या
$$\log_e\frac{q}{q_0}=-\frac{1}{RC}t$$

दोनों ओर का प्रतिलघुगणक (Antilog) लेने पर,

$$\frac{q}{q_0}=e^{-t/RC}$$

या
$$\boldsymbol{q=q_0e^{-t/RC}}=q_0e^{-t/\tau}$$

जहाँ $\tau=RC=$ कालांक

यदि $t=\tau$, तो
$$q=q_0e^{-1}=0\cdot368\,q_0$$

अत: आवेश के **निरावेशन में परिपथ का कालांक वह समय है जिसमें आवेश का मान अपने प्रारम्भिक अधिकतम मान का 0·368 भाग अथवा लगभग $\frac{1}{3}$ भाग रह जाता है अर्थात् आवेश अपने अधिकतम मान का 0·632 भाग क्षय हो जाता है। निरावेशन में आवेश के क्षय होने की दर अथवा धारा,**

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}(q_0e^{-t/RC})=-\frac{q}{RC}e^{-t/RC}$$

$$=-\frac{E}{R}e^{-t/\tau}$$ ($\because q_0=EC$)

$$=-i_0e^{-t/\tau}$$ ($i_0=\frac{E}{R}=$ धारा का अधिकतम मान)

$t=0$ पर,
$$i=-i_0$$

$$-\frac{dq}{dt}\propto\frac{1}{RC}\text{ अर्थात् }-\frac{dq}{dt}\propto\frac{1}{\tau}$$

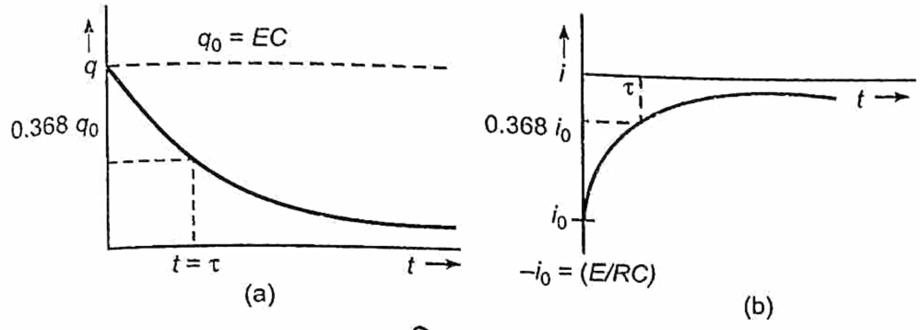
अर्थात् आवेश के क्षय होने की दर कालांक (Time constant) τ के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

तथा $t=\tau$ पर,
$$i=-i_0e^{-1}=-0\cdot368\,i_0$$

अत: **निरावेशन में R-C परिपथ का कालांक वह समय है जिसमें धारा अपने प्रारम्भिक अधिकतम मान का 0·368 भाग अथवा लगभग $\frac{1}{3}$ भाग रह जाती है।**

अथवा धारा अपने अधिकतम मान का 0·632 भाग अथवा लगभग $\frac{2}{3}$ भाग घट जाती है।

YADAVRK100%



चित्र 3.23

आवेश तथा धारा का क्षय चरघातांकी वक्र (exponential curve) के अनुसार होता है जो चित्र 3.23 (a) व (b) में प्रदर्शित है। आवेश तथा धारा का क्षय प्रारम्भ में तेजी से तथा बाद में धीरे-धीरे होता है।

§ 3.28 परावैद्युत ब्रेकडाउन (Dielectric breakdown)

जब किसी विद्युत कुचालक पदार्थ (परावैद्युत पदार्थ इत्यादि) के सिरों पर लगाये गये विभव का मान बढ़ाते जाते हैं तो एक निश्चित विभव की सीमा के उपरान्त कुचालक पदार्थ में अचानक धारा प्रवाहित होने लगती है तथा कुचालक पदार्थ एक सुचालक पदार्थ की भाँति व्यवहार करने लगता है।

विभव का वह मान जिस पर किसी कुचालक पदार्थ में धारा बहने लगती है उसे ब्रेकडाउन विभव कहते हैं।

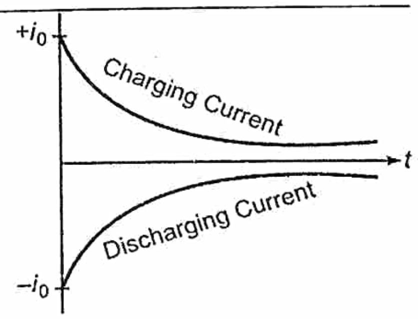
The sudden passage of a current through an insulator. The voltage at which this occurs is the breakdown voltage.

§ 3.29 सूक्ष्म जीवाणुओं का स्थिर वैद्युतिक निस्पन्दन (Electrostatic Precipitation of Microbes)

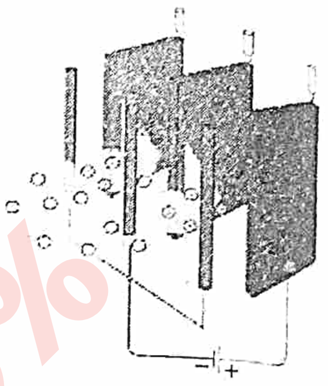
बहने वाली गैस या वायु में उपस्थित अति सूक्ष्म कणों जैसे धूल एंव धुँआ के कणों को एक स्थिर वैद्युतिक निष्पन्दक (electrostatic precipitator ESP) के द्वारा हटा दिया जाता है जिससे बहने वाली गैस या वायु की शुद्धता बढ़ जाती है। इसका उपयोग वायु शुद्धक (air purifier), वायु स्वच्छक (air cleaner), वायु शीतलक इकाई (air conditioning unit) आदि में किया जाता है। स्थिर वैद्युतिक निस्पन्दक (electrostatic precipitator-ESP) एक निस्पन्दक उपकरण है जो विद्युतीय स्थिर वैद्युत शक्ति का उपयोग करके बहने वाली गैस अथवा वायु से धूल और धुँआ के अति सूक्ष्म कणों को हटा देता है साथ ही इस प्रक्रिया में ESP उपकरण से प्रवाहित होने वाले गैस या वायु के प्रवाह को कम से कम रोकता है जिससे प्रवाहित गैस या वायु के गति पर कोई विशेष प्रभाव नहीं पड़ता है।

निस्पन्दन की इस प्रक्रिया में पूर्व से प्रचालित गीले स्क्रबर (wet scrubber) के उपयोग में निष्पन्दक इकाई (precipitating unit) द्वारा बहने वाले तरल पदार्थ (fluid material) गैस अथवा वायु पर सीधे विद्युतिक ऊर्जा लगाया जाता है परन्तु ESP के उपयोग में ESP के द्वारा मात्र अवांछित अति सूक्ष्म कणों (धूल एवं धुआँ) पर ही वैद्युत ऊर्जा का व्यय किया जाता है जिससे ऊर्जा की खपत के दृष्टिकोण से ESP बहुत ही कुशल युक्ति मानी जाती है।

• संधारित्र के आवेशन तथा निरावेशन दोनों में प्रारम्भिक धारा ($i_0 = E/R$) का मान अधिकतम होता है किंतु इनकी दिशाएँ विपरीत होती हैं। ये धाराएँ चरघातांकी वक्र के अनुसार घटती रहती हैं। (चित्र 3.24)



YADAVRK100%



चित्र 3.25

स्थिर वैद्युत निष्पन्दक (electrostatic precipitator) का सबसे सरलतम संकल्पना चित्र (conceptual diagram) प्लेट निस्पन्दक (plate precipitator) के रूप में चित्र 3.24 में प्रदर्शित है। इस इकाई में पतले ऊर्ध्व तारों की एक जाली होती है जिसके समीप ही समतल धात्विक प्लेट ऊर्ध्वाधर लगे होते हैं। जाली तथा प्लेटों के मध्य 1 सेमी से 18 सेमी तक का अन्तराल होता है।

इकाई प्रचालन के लिए जाती तथा प्लेट के मध्य कई हजार वोल्ट का विभव आरोपित किया जाता है। लगाये गये वोल्टेज का मान एक सीमा से अधिक होने पर तरल माध्यम में एक कोरोना डिस्चार्ज (corona discharge) उत्पन्न होता है जो इलेक्ट्रोड्स के आस-पास की वायु अथवा गैस में उपस्थित अति सूक्ष्म कणों को आयनित (ionized) कर देता है। आयनित कण भू-सम्पर्कित प्लेट (grounded plates) की ओर आकर्षित होते हैं जो संग्रह जाली के द्वारा इकट्ठे कर लिए जाते हैं।

3.29.1 आधुनिक औद्योगिक स्थिर-वैद्युत निस्पन्दक (Modern industrial electrostatic precipitators)

ESP कई औद्योगिक कण उत्सर्जन के नियन्त्रण के लिए प्रयुक्त किया जाता है। इस हेतु समान्तर प्लेट (parallel plate) ESP युक्ति सर्वाधिक उपयोग में लाई जा रही है। कोरोना डिस्चार्ज (corona discharge) उत्पन्न करने हेतु ट्रान्सफॉर्मर रेक्टिफायर युक्ति (transformer-rectifier system) प्रयोग में लाया जाता है जिसमें लगभग 50-100 kV उच्च धारा पर प्रयुक्त की जाती है।

ESP के प्रयोग से विद्युत जनित्र इकाइयों द्वारा उत्पन्न धुएँ जो विशेषत: कोयला या तेल ज्वलन संयन्त्र से उत्पन्न होता है, लुगदी उत्पादन इकाई से उत्पन्न नमक के टुकड़ों का संग्रह एवं तेल रिफाइनरी से उत्पन्न उत्प्रेरकों को नियन्त्रित किया जाता है।

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 12 : किसी बिन्दु आवेश के विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता 120 N/C तथा विद्युत विभव 70 V है। आवेश का मान तथा आवेश से बिन्दु की दूरी ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$E = 120 \text{ N/C} \text{ तथा } V = 70 \text{ V}$$

यदि बिन्दु आवेश q से उक्त बिन्दु की दूरी r है तो विद्युत क्षेत्र की तीव्रता—

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$$

या

$$120 = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{r^2} \qquad \text{...(i)}$$

इसी प्रकार विद्युत विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

या

$$70 = 9 \times 10^9 \frac{q}{r} \qquad \text{...(ii)}$$

समीकरण (ii) / (i) से,

$$\frac{70}{120} = r$$

अत: बिन्दु की दूरी,

$$r = 0{\cdot}58 \text{ m}$$

अब r का मान समीकरण (ii) में रखने पर,

$$70 = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{0 \cdot 58}$$

अतः बिन्दु आवेश,

$$q = \frac{70 \times 0 \cdot 58}{9 \times 10^9}$$

या

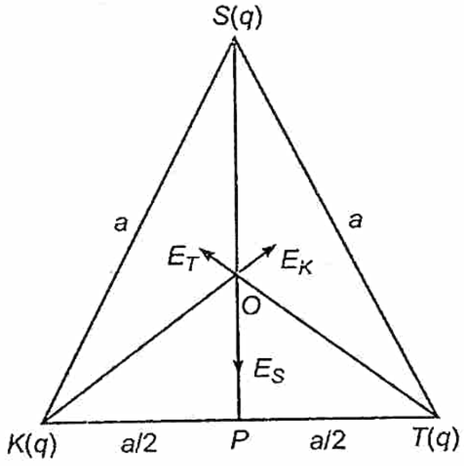
$$q = 4 \cdot 51 \times 10^{-9} \text{ कूलॉम}$$

उदाहरण 13 : एक समबाहु त्रिभुज के प्रत्येक शीर्ष पर $+q$ आवेश रखे हुए हैं। त्रिभुज के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा विद्युत विभव ज्ञात कीजिए। यदि त्रिभुज की भुजा 'a' हो तो निकाय की विद्युत स्थितिज ऊर्जा भी ज्ञात कीजिए।

हल—चित्रानुसार,

$$SO = KO = TO \text{ तथा } E_S = E_K = E_T$$

चूँकि E_S, E_K, E_T के मध्य 120° का कोण है। इसलिए तुल्य विद्युत क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी।



अतः बिन्दु O पर विद्युत विभव,

$$V = V_S + V_K + V_T$$

या

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{SO} + \frac{q}{KO} + \frac{q}{TO}\right]$$

ΔKPO में

$$\frac{KP}{KO} = \cos 30°$$

$$\frac{a}{2KO} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$KO = a / \sqrt{3}$$

इससे विभव,

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3q}{KO}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{3q}{a/\sqrt{3}}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{3\sqrt{3}q}{a}$$

विद्युत स्थितिज ऊर्जा,

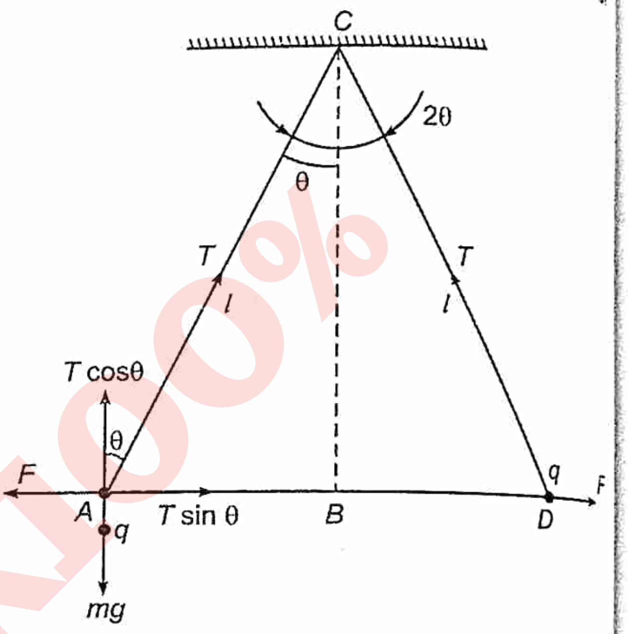
$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q \times q}{KT} + \frac{q \times q}{TS} + \frac{q \times q}{SK}\right]$$

अतः

$$\mathbf{U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{3q^2}{a}}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 14 : m द्रव्यमान के दो समान रूप से आवेशित पिण्ड 'l' लम्बाई की दो डोरियों की सहायता से किसी बिन्दु से एक साथ लटकाये गये हैं। साम्यावस्था में दोनों डोरियाँ एक-दूसरे के साथ 2θ कोण बनाती हैं। आवेशित पिण्डों का आवेश ज्ञात कीजिए।



हल—चित्रानुसार पिण्ड का भार mg ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर लग रहा है। डोरी का तनाव बल T डोरी की लम्बाई के अनुदिश लग रहा है। चूँकि सम्पूर्ण निकाय सन्तुलन की अवस्था में है। इसलिए सभी बलों का सदिश योग शून्य है। तनाव बल T का क्षैतिज घटक प्रतिकर्षण बल 'F' को सन्तुलित करता है। अत:

$$T \sin\theta = F \qquad \text{... (i)}$$

इसी प्रकार तनाव बल T का ऊर्ध्वाधर घटक पिण्ड के भार mg को सन्तुलित करता है। अत:

$$T \cos\theta = mg \qquad \text{...(ii)}$$

समीकरण (i)/(ii) से,

$$\frac{T \sin\theta}{T \cos\theta} = \frac{F}{mg}$$

या $$\tan\theta = \frac{F}{mg}$$

या $$F = mg \tan\theta \qquad \text{... (iii)}$$

परन्तु $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{AD^2}$$

जहाँ $$AD = 2 \times AB$$

$$AD = 2 \times AC \sin\theta$$

$$AD = 2l \sin\theta$$

अत: $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{(2l \sin\theta)^2}$$

F का मान समीकरण (iii) में रखने पर,

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q^2}{(2l \sin\theta)^2} = mg \tan\theta$$

$$q^2 = 4\pi\varepsilon_0 \, (4l^2 \sin^2\theta) \, mg \tan\theta$$

$$q = 4l \sin\theta \sqrt{mg\pi\varepsilon_0 \tan\theta}$$

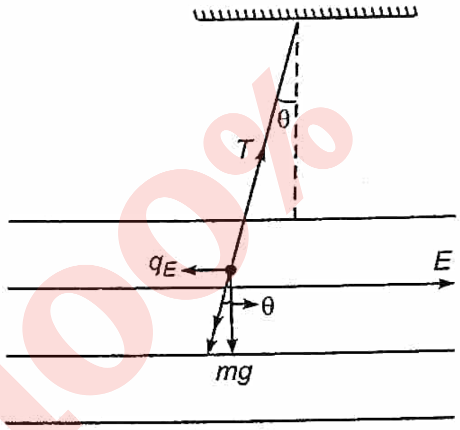
अत: आवेश,

$$\mathbf{q = 4l \sin\theta \sqrt{mg\pi\varepsilon_0 \tan\theta}}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 15 : m द्रव्यमान का एक गोला एक कुचालक डोरी की सहायता से लटका हुआ है। गोले को '$-q$' आवेश प्रदान किया गया। यदि क्षैतिज दिशा में बाह्य विद्युत क्षेत्र का मान 'E' है तो ज्ञात कीजिए–(i) डोरी का तनाव तथा (ii) डोरी द्वारा क्षैतिज के साथ बनाया गया कोण।

हल—ऋणावेशित गोले पर विद्युत क्षेत्र के कारण लगने वाला बल 'qE' क्षैतिज दिशा परन्तु विद्युत क्षेत्र के विपरीत दिशा में लगता है। गोले का भार 'mg' ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य कर रहा है। अतः परिणामी बल का मान समान्तर चतुर्भुज के नियम से,



$$F = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2 + 2(mg)(qE)\cos 90°}$$

या
$$F = \sqrt{m^2g^2 + q^2E^2}$$

अतः डोरी में तनाव,
$$T = \sqrt{m^2g^2 + q^2E^2}$$

यदि डोरी ऊर्ध्वाधर के साथ θ कोण बनाती है, तो,
$$\tan\theta = \frac{qE}{mg}$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(qE/mg)$$

उदाहरण 16 : समान आकार के दो आवेशित कणों पर $-60\,\mu C$ तथा $120\,\mu C$ आवेश हैं। इन कणों को ताँबे के एक पतले तार से जोड़ दिया गया है। यदि तार की लम्बाई 80 cm है तो तार में उत्पन्न तनाव बल ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है $q_1 = -60\,\mu C$, $q_2 = 120\,\mu C$ तथा $r = 90\,cm$ किन्हीं दो आवेशित कणों को धात्विक तार द्वारा जोड़ देने पर दोनों पर समान मात्रा तथा समान प्रकृति का आवेश आ जाता है जिसका मान आवेशों के बीजगणितीय योग के औसत के बराबर होता है। अतः दोनों कणों पर समान आवेश की मात्रा,

$$q = \frac{q_1 + q_2}{2}$$
$$q = \frac{-60 + 120}{2}$$
$$q = 60\,\mu C = 60 \times 10^{-6}\,C$$

इस प्रकार दोनों आवेश एक-दूसरे पर प्रतिकर्षण का बल लगायेंगे। अतः कूलॉम के नियम से,

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}$$
$$F = 9 \times 10^9 \frac{(60 \times 10^{-6})^2}{(0 \cdot 9)^2}$$
$$\mathbf{F = 40\ N}$$

अतः ताँबे के तार पर तनाव बल का मान 40 N होगा।

उदाहरण 17 : समान्तर प्लेटों का क्षेत्रफल $20\ cm^2$ तथा उनके मध्य 1 mm की दूरी है। यदि प्लेट पर $0 \cdot 03\,\mu C$ का आवेश हो तो ज्ञात कीजिए—

(i) प्लेट का पृष्ठ आवेश घनत्व (σ),

(ii) प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र,

(iii) विभवान्तर,

(iv) समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता, तथा

(v) प्लेट के मध्य 6 परावैद्युतांक पदार्थ भरने पर धारिता। (दिया है $\varepsilon_0 = 8 \cdot 85 \times 10^{-12}\ C^2/N\,m^2$)

हल—दिया है :

$$A = 20\,\text{cm}^2 = 20 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$$

$$d = 1\ \text{mm} = 1 \times 10^{-3}\ \text{m}$$

$$q = 0{\cdot}03\ \mu\text{C} = 0{\cdot}03 \times 10^{-6}\ \text{C}$$

(i) पृष्ठ का आवेश घनत्व—

$$\sigma = \frac{q}{A} = \frac{0{\cdot}03 \times 10^{-6}}{20 \times 10^{-4}}$$

$$\boldsymbol{\sigma = 1{\cdot}5 \times 10^{-5}\ \text{C/m}^2}$$

(ii) विद्युत क्षेत्र—

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1{\cdot}5 \times 10^{-5}}{8{\cdot}85 \times 10^{-12}}$$

$$\boldsymbol{E = 1{\cdot}69 \times 10^6\ \text{N/C}}$$

(iii) विभवान्तर—

$$E = \frac{V}{d} \text{ से}$$

$$V = E \times d$$

$$V = 1{\cdot}69 \times 10^6 \times 10^{-3}$$

$$\boldsymbol{V = 1{\cdot}69 \times 10^3\ \text{volt}}$$

(iv) संधारित्र की धारिता—

$$C = \frac{A\varepsilon_0}{d}$$

$$C = \frac{20 \times 10^{-4} \times 8{\cdot}85 \times 10^{-12}}{10^{-3}}$$

$$C = 20 \times 8{\cdot}85 \times 10^{-13}$$

$$C = 1{\cdot}77 \times 10^{-11} \text{ फैरड}$$

या $\boldsymbol{C = 0{\cdot}177\ \text{pF}}$

(v) संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत पदार्थ भरने पर नयी धारिता—

$$C' = KC$$

$$C' = 6 \times 0{\cdot}177\ \text{pF}$$

$$\boldsymbol{C' = 1{\cdot}062\ \text{pF}}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 18 : 30 μF धारिता के संधारित्र को 1200 V तक आवेशित किया गया है। इसमें कितनी ऊर्जा संचय होगी? इस संधारित्र को 10 μF के एक अन्य संधारित्र से, जिसे 90 V तक आवेशित किया गया है, समान्तर क्रम में जोड़ दिया जाये, तो ऊर्जा हानि की गणना कीजिए।

हल—पहले संधारित्र की ऊर्जा,

$$U_1 = \frac{1}{2} C_1 V_1^2$$

$$= \frac{1}{2}(30\times10^{-6})(1200)^2$$

$$\mathbf{U_1 = 21\cdot6 \text{ जूल}}$$

दूसरी संधारित्र की ऊर्जा,

$$U_2 = \frac{1}{2}\times C_2 V_2^2$$

$$U_2 = \frac{1}{2}\times(10\times10^{-6})(90)^2$$

$$\mathbf{U_2 = 0\cdot04 \text{ जूल}}$$

दोनों संधारित्रों को जोड़ने से पहले कुल ऊर्जा,

$$U = U_1 + U_2$$

$$U = 21\cdot6 + 0\cdot04$$

$$\mathbf{U = 21\cdot64 \text{ जूल}}$$

पहले संधारित्र पर आवेश,

$$q_1 = C_1 V_1$$

$$q_1 = (30\times10^{-6})(1200)$$

$$\mathbf{q_1 = 36\times10^{-3} \text{ कूलॉम}}$$

दूसरे संधारित्र पर आवेश,

$$q_2 = C_2 V_2$$

$$q_2 = (10\times10^{-6})(90)$$

$$\mathbf{q_2 = 9\times10^{-4} \text{ कूलॉम}}$$

समान्तर क्रम में जोड़ने पर कुल आवेश,

$$q = q_1 + q_2$$

$$q = (36\times10^{-3}) + (9\times10^{-4})$$

$$q = 0\cdot0369$$

$$\mathbf{q = 36\cdot9\times10^{-3} \text{ कूलॉम}}$$

तथा कुल धारिता,

$$C = C_1 + C_2$$

$$C = 30\times10^{-6} + 10\times10^{-6}$$

$$\mathbf{C = 40\times10^{-6} \text{ F}}$$

जोड़ने पर कुल ऊर्जा,

$$U' = \frac{1}{2}\frac{(q_1+q_2)^2}{(C_1+C_2)} \qquad \left(\because U = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)$$

$$U' = \frac{1}{2}\frac{(36\cdot9\times10^{-3})^2}{(40\times10^{-6})}$$

$$U' = 17\cdot02 \text{ जूल}$$

अतः ऊर्जा हानि $= U - U'$

$$= 21\cdot64 - 17\cdot02 \text{ जूल}$$

$$= 4\cdot61 \text{ जूल}$$

उदाहरण 19 : एक 1 μF धारिता के संधारित्र को एक $2\times10^6\,\Omega$ के प्रतिरोध के श्रेणी क्रम में संयोजित कर 21 V बैटरी से जोड़ा गया है। कितने समय पश्चात् संधारित्र में आवेश अधिकतम का 84·47% संचित हो जायेगा?

हल—दिया है :

$R = 2\times10^6\,\Omega,\; C = 1\,\mu F = 10^{-6}$ F

माना संधारित्र में t समय पश्चात् अधिकतम आवेश का 84·47% संचित हो जाता है, अर्थात्

$$q = \frac{84\cdot47}{100}\times q_0$$

$$\frac{q}{q_0} = \frac{84\cdot47}{100}$$

संधारित्र के आवेशन का समीकरण निम्न है—

$$q = q_0\,(1 - e^{-t/RC})$$

अथवा

$$\frac{q}{q_0} = 1 - e^{-t/RC}$$

$$\frac{84\cdot47}{100} = 1 - e^{\overline{\frac{t}{2\times10^6\times10^{-6}}}}$$

अथवा

$$e^{t/2} = 1 - \frac{84\cdot47}{100}$$

या

$$-\frac{t}{2} = \log_e(0\cdot1353)$$

$$t = 2\cdot3026 \log_{10}(0\cdot1353)$$

$$t = 2\cdot3026\times(\bar{1}\cdot1313)$$

$$t = 4 \text{ सेकेण्ड}$$

उदाहरण 20 : एक 2·891 μF धारिता के संधारित्र को आवेशित करने के पश्चात् एक उच्च प्रतिरोध के साथ समान्तर क्रम में जोड़ दिया गया है। यदि आधा आवेश 2 मिनट में ऊष्मा में परिवर्तित हो जाता है, तब प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए।

हल—यहाँ $C = 2 \cdot 891 \mu F = 2 \cdot 891 \times 10^{-6} F$

$t = 1$ मिनट = 60 सेकेण्ड

संधारित्र के निरावेशन का समीकरण निम्न है—

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

दिया है : $q = \frac{q_0}{2}$

$$\frac{q_0}{2} = q_0 e^{-(60/1 \cdot 443 \times 10^{-6} R)}$$

अथवा $\frac{1}{2} = e^{-(60/1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R)}$

अथवा $e^{(60/1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R)} = 2$

अथवा $\frac{60}{1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R} = \log_e 2$

$$\frac{60}{1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R} = 2 \cdot 303 \log_{10} 2$$

$$\frac{60}{1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R} = 2 \cdot 303 \times 0 \cdot 30131$$

$$\frac{60}{1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times R} = 0 \cdot 6931$$

$$R = \frac{60}{1 \cdot 443 \times 10^{-6} \times 0 \cdot 6931}$$

$$R = 59 \cdot 99 \times 10^6 \Omega$$

$$\boldsymbol{R = 60 \times 10^6 \ \Omega}$$

उदाहरण 21 : एक समान्तर प्लेट संधारित्र की प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल 120 सेमी^{2} है तथा प्लेटों के मध्य दूरी 0·08 सेमी है। संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए। इस पर कितना आवेश संग्रहित करें कि प्लेटों के मध्य विभवान्तर 5×10^4 V हो जाये? ($\varepsilon_0 = 8 \cdot 86 \times 10^{-12}$ फैरड/मीटर)

हल—समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता (जब प्लेटों के बीच माध्यम वायु है),

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

दिया है :

$$A = 120 \text{ cm}^2 = 1 \cdot 2 \text{ m}^2$$

$$d = 0 \cdot 08 \text{ cm} = 0 \cdot 08 \times 10^{-2} \text{ m}$$

अत: $C = \frac{8 \cdot 85 \times 10^{-12} \times 1 \cdot 2}{0 \cdot 08 \times 10^{-2}}$

yadavRk100%
YADAVRK100%

$$C = \frac{10{\cdot}620\times10^{-12}}{0{\cdot}08\times10^{-2}}$$

$$C = 1{\cdot}3275\times10^{-8} \text{ फैरड}$$

संधारित्र को 5×10^4 V तक आवेशित करने के लिए,

$$q = CV$$

$$q = (1{\cdot}3275\times10^{-8}\times5\times10^4)$$

$$\mathbf{q = 6{\cdot}6375\times10^{-4}} \text{ **कूलॉम**}$$

उदाहरण 22 : 9 pF धारिता का एक संधारित्र 3 V की बैटरी से जोड़ा जाता है। ज्ञात कीजिए संधारित्र का कुल आवेश तथा कुल ऊर्जा।

हल—यहाँ

$$C = 9 \text{ pF} = 9\times10^{-12}\text{F}$$

$$V = 3 \text{ V}$$

अत: संधारित्र का आवेश,

$$q = CV$$

$$q = 9\times10^{-12}\times3$$

$$q = 27\times10^{-12} \text{ कूलॉम}$$

या

$$q = 27 \text{ pC}$$

संधारित्र की कुल ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2}CV^2$$

$$U = \frac{1}{2}\times9\times10^{-12}\times(3)^2$$

$$U = \frac{81}{2}\times10^{-12}$$

$$U = 4{\cdot}5\times10^{-12}$$

$$\mathbf{U = 4{\cdot}5\times10^{-12}} \text{ **जूल**}$$

उदाहरण 23 : $25\times10^3\,\Omega$ का प्रतिरोध 1 μF धारिता वाले संधारित्र के साथ 10 V की बैटरी श्रेणी क्रम में जुड़ी है। संधारित्र को आधा आवेशित होने में कितना समय लगेगा?

हल—दिया है :

$$R = 25\times10^3\,\Omega$$

$$C = 1\,\mu\text{F} = 1\times10^{-6}\text{ F}$$

$$E = 10 \text{ V}$$

आवेशन में t समय पश्चात् संधारित्र का आवेश,

$$q = q_0\,(1-e^{-t/RC})$$

YADAVRK100%

प्रश्नानुसार, $q = \frac{q_0}{2}$ (जहाँ q_0 संधारित्र का पूर्ण आवेश है।)

अतः $$\frac{q_0}{2} = q_0 (1 - e^{-t/RC})$$

या $$\frac{1}{2} = (1 - e^{-t/RC})$$

या $$e^{-t/RC} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

या $$-\frac{t}{RC} \log_e e = (-1) \log_e 2$$

या $$-\frac{t}{RC} = -0.693$$

∴ $$t = 0.693 \times RC$$

$$t = 0.693 \times 10^{-6} \times 25 \times 10^3$$

$$\mathbf{t = 1.7325 \times 10^{-2}}$$ **सेकेण्ड**

उदाहरण 24 : एक समानान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य 0.02 मीटर दूरी है। प्लेटों के मध्य 8 मिमी मोटी एक परावैद्युत पदार्थ की प्लेट रखी गयी है। यदि परावैद्युत पदार्थ के परावैद्युतांक (K) का मान 6 तथा प्लेट का क्षेत्रफल 3×10^{-12} मीटर^2 हो तो संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।

हल—एक समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता,

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$$

इसमें K परावैद्युतांक की t मोटाई की पट्टी खिसकाने पर धारिता,

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d - t\left(1 - \frac{1}{K}\right)}$$

यहाँ $A = 3 \times 10^{-12}$ मी^{2}, $t = 8$ मिमी $= 8 \times 10^{-3}$ मीटर

$d = 0.02$ मीटर, $K = 6, \varepsilon_0 = 8.86 \times 10^{-12}$ F/m

$$C = \frac{8.86 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^{-2}}{0.02 - 8 \times 10^{-3}\left(1 - \frac{1}{6}\right)}$$

$$C = \frac{2.658 \times 10^{-13}}{0.02 - 6.66 \times 10^{-3}}$$

$$C = \frac{2.658 \times 10^{-13}}{13.34 \times 10^{-3}}$$

$$C = 199.25 \times 10^{-13}$$ फैरड

या $$C = 19.93 \times 10^{-12}$$ फैरड

या $$\mathbf{C = 19.93\ pF}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 25 : एक संधारित्र किसी प्रतिरोध के साथ आवेशित किया जा रहा है। वह समय ज्ञात कीजिए जिसमें संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा अपनी अंतिम मान की एक-चौथाई हो जायेगी।

हल—संधारित्र के आवेशन में t सेकेण्ड पश्चात् संधारित्र की स्थितिज ऊर्जा,

$$U = U_0 (1 - e^{-t/\tau})^2$$

प्रश्नानुसार,

$$U = \frac{U_0}{4}$$

$$\therefore \quad \frac{U_0}{4} = U_0 (1 - e^{-t/\tau})^2$$

या

$$\frac{1}{4} = (1 - e^{-t/\tau})^2$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{-t/\tau}$$

अत:

$$e^{-t/\tau} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

अत:

$$t = 0 \cdot 693\,\tau$$

उदाहरण 26 : एक परिपथ के लिए समय नियतांक का मान बताइए जिसमें 30 μF का संधारित्र 15 kΩ प्रतिरोध के श्रेणी क्रम में लगा हो। **[UPBTE 2010]**

हल—दिया है :

$$C = 30\,\mu\text{F} = 30 \times 10^{-6}\,\text{F}$$

$$R = 15\,\text{k}\Omega = 15 \times 10^3\,\Omega$$

CR परिपथ का समय नियतांक,

$$\tau = CR$$

$$\tau = 30 \times 10^{-6} \times 15 \times 10^3$$

$$\tau = 450 \times 10^{-3}$$

$$\tau = 0 \cdot 45\,\text{s}$$

उदाहरण 27 : 2 μF का एक धारित्र 100 V तक आवेशित करके 2 kΩ के प्रतिरोध से निरावेशित कराया जाता है। समय नियतांक की गणना कीजिए। **[UPBTE 2011]**

हल—दिया है :

$$C = 2\,\mu\text{F} = 2 \times 10^{-6}\,\text{F}$$

$$V = 100\,\text{V}$$

$$R = 2\,\text{k}\,\Omega = 2 \times 10^3\,\Omega$$

CR परिपथ का समय नियतांक,

$$\tau = CR$$

$$\tau = 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^3$$

$$\tau = 4 \times 10^{-3}\,\text{s}$$

YADAVRK100%

उदाहरण 28 : एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 2 μC आवेश दिया गया है। यदि प्लेटों के मध्य 10V विभवान्तर हो तो संधारित्र में संचित विद्युत ऊर्जा ज्ञात कीजिए। यह ऊर्जा कहाँ संचित होती है? [UPBTE 2012]

हल—

$$q = 2\,\mu C = 2 \times 10^{-6}\ C$$

$$V = 10\ V$$

संधारित्र में विद्युत ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2} qV$$

या $$U = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-6} \times 10$$

या $$U = 10^{-5} \text{ जूल}$$

या $$\mathbf{U = 10^{-5} \text{ जूल}}$$

अत: **ऊर्जा प्लेटों के मध्य विद्युत क्षेत्र के रूप में संचित रहती है।**

उदाहरण 29 : वैद्युत स्थितिज ऊर्जा की परिभाषा बतायें। 100 μF के संधारित्र के प्लेटों पर विभवान्तर 20 वोल्ट है। संधारित्र में विद्युत स्थितिज ऊर्जा की गणना करें। [UPBTE 2015]

हल—दिया है $$C = 100\ \mu F$$

$$= 100 \times 10^{-6}\ F = 10^{-4} F$$

तथा $$V = 10\ V$$

∵ संधारित्र की विद्युत स्थितिज ऊर्जा,

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

अत: $$= \frac{1}{2} \times 10^{-4} \times (10)^2$$

या $$U = 5 \times 10^{-3}\ J$$

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. स्थिर वैद्युतिकी भौतिक विज्ञान की वह शाखा है जिसमें स्थिर आवेश के गुणों एवं उनसे सम्बन्धित तथ्यों का अध्ययन किया जाता है।
2. आवेश Q का S.I. पद्धति में मात्रक कूलॉम है।
3. आवेश के क्वाण्टाइजेशन के अनुसार,

   $$Q = \pm ne \text{ (जहाँ } n \text{ पूर्णांक है।)}$$

4. **कूलॉम का नियम**—कूलॉम के नियमानुसार, "दो स्थिर आवेशों के बीच लगने वाला बल, आवेशों के गुणनफल के अनुक्रमानुपाती व आवेशों के बीच की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।"

   अर्थात् $$F = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0 K} \frac{q_1 \times q_2}{r^2} \text{ न्यूटन}$$

YADAVRK100%

5. $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ का मान 9.0×10^9 न्यूटन-मीटर^2/कूलॉम^2 तथा ε_0 का SI पद्धति में मान 8.85×10^{-12} कूलॉम^2/न्यूटन-मी^{2} है।
6. विद्युत बल रेखायें धनावेश से शुरू होकर ऋणावेश पर खत्म होती हैं।
7. **विद्युत क्षेत्र की तीव्रता**—किसी आवेश Q से r दूरी पर स्थित इकाई धनात्मक आवेश पर लगने वाला बल, आवेश का विद्युत क्षेत्र या विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहलाती है। यह सदिश राशि होती है।

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}, \text{ जहाँ } E = \frac{F}{q_0}$$

मात्रक—न्यूटन/कूलॉम एवं **विमा**— $[MLT^{-3}A^{-1}]$

8. **विद्युत फ्लक्स**—विद्युत क्षेत्र में रखे किसी सतह से गुजरने वाली विद्युत बल रेखाओं की संख्या विद्युत फ्लक्स कहलाती है। यह अदिश राशि होती है।

$$\phi = EA\cos\theta$$

मात्रक—न्यूटन-मी^{2}/कूलॉम^2 तथा **विमा**—$[ML^3T^{-3}A^{-1}]$

9. **विद्युत विभव**—विद्युत क्षेत्र के भीतर किसी बिन्दु तक परीक्षण आवेश q_0 को अनन्त से लाने में किया गया कार्य W हो तो उस बिन्दु पर वैद्युत विभव,

$$V = \frac{W}{q_0} \text{ जूल/कूलॉम या वोल्ट}$$

10. **बिन्दु आवेश के कारण विद्युत विभव**—एकांक धनावेश को अनंत से विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी बिन्दु तक लाने के लिए किया गया कार्य उस बिन्दु का विद्युत विभव कहलाता है। यह अदिश राशि होती है।

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$$

मात्रक—वोल्ट, **विमा**—$[ML^2T^{-3}A^{-1}]$

11. **विद्युत स्थितिज ऊर्जा**—विद्युत आवेशों के किसी निकाय की स्थितिज ऊर्जा उस कार्य के बराबर होती है, जो निकाय के आवेशों को अनंत से उनके निर्दिष्ट स्थानों तक लाने में किया जाता है।

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r}$$

मात्रक—जूल, **विमा**—$[ML^2T^{-2}]$

12. विद्युत क्षेत्र तथा विभव में सम्बन्ध—

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

13. **संधारित्र की धारिता**—संधारित्र के आवेश तथा उसके विभव के अनुपात का मान नियत होता है, जिसे धारिता कहते हैं।

$$C = \frac{q}{V}, C = \frac{KA\varepsilon_0}{d} \quad \text{(समान्तर प्लेट संधारित्र के लिए)}$$

मात्रक—फैरड, **विमा**—$[M^{-1}L^{-2}T^4A^2]$

14. श्रेणी क्रम में जुड़े n संधारित्रों की तुल्य धारिता—

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}$$

15. समान्तर क्रम में जुड़े n संधारित्रों की तुल्य धारिता—

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n$$

16. संधारित्र की ऊर्जा—

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$$

17. जब संधारित्रों के मध्य t मोटाई की परावैद्युत पदार्थ की पट्टी रखी गयी है, तब धारिता,

$$C' = \frac{\varepsilon_0 A}{\left(d - t + \frac{t}{K}\right)}$$

18. संधारित्र के आवेशन में 't' समय बाद आवेश की मात्रा—

$$q = q_0 (1 - e^{-t/RC})$$

19. **समय स्थिरांक**—समय स्थिरांक या कालांक वह समयान्तराल है जिसमें संधारित्र का आवेश 0·632 गुना हो जाता है।

समय स्थिरांक $= CR$, **मात्रक**—सेकेण्ड है।

20. संधारित्र के निरावेशन में 't' समय पश्चात् पर शेष आवेश—

$$q = q_0 e^{-t/RC}$$

21. **संधारित्र का →**

↓	**विभवान्तर**	**विद्युत क्षेत्र**	**स्थितिज ऊर्जा**
आवेशन में—	$V = V_0 (1 - e^{-t/\tau})$	$E = E_0 (1 - e^{-t/\tau})$	$U = U_0 (1 - e^{-t/\tau})^2$
निरावेशन में—	$V = V_0 e^{-t/\tau}$	$E = E_0 e^{-t/\tau}$	$U = U_0 e^{-2t/\tau}$

22. **संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत रखने पर प्रभाव—**

प्रभाव	**धारिता**	**विभवान्तर**	**आवेश**	**स्थितिज ऊर्जा**	**गतिज ऊर्जा**
1. जब सेल संधारित्र से जुड़ा है :	वृद्धि	अपरिवर्तित	वृद्धि	वृद्धि	कमी
2. जब सेल संधारित्र से अलग कर दिया जाये :	वृद्धि	कमी	अपरिवर्तित	कमी	कमी

अभ्यास (Exercise)

1. आवेश कितने प्रकार के होते हैं? इनके प्रमुख गुणों का उल्लेख कीजिए।
2. कूलॉम का विद्युत सम्बन्धी नियम बताइए तथा सम्बन्धित सूत्र लिखिए।
3. ε_0 से आप क्या समझते हैं? इसका आंकिक मान व मात्रक लिखिए।
4. एक कूलॉम आवेश कितने इलेक्ट्रॉन के तुल्य है? **(उत्तर :** $6{\cdot}3 \times 10^{18} e$**)**
5. दो आवेशों के बीच कुछ आकर्षण बल लग रहा है। यदि इनके मध्य दूरी पहले से तिगुनी कर दी जाये, तो बल पूर्व मान के कितने गुना रह जायेगा? **(उत्तर :** $\frac{1}{9}$ गुना **)**
6. विद्युत क्षेत्र क्या है? किसी बिन्दु आवेश द्वारा किसी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र तीव्रता का व्यंजक प्राप्त कीजिए।
7. विद्युत विभव से क्या तात्पर्य है? विद्युत विभव तथा विभवान्तर में अन्तर स्पष्ट कीजिए।

YADAVRK100%

8. विद्युत विभव का S.I. मात्रक एवं विमा लिखिए।

9. विद्युत स्थितिज ऊर्जा से आप क्या समझते हैं? आवेशों $+Q_1$ व $+Q_2$ के निकाय संयोजन में कुल 'विद्युत' स्थितिज ऊर्जा कितनी होगी?

10. कौन-सा बल अधिक प्रबल है? समान स्थित दो इलेक्ट्रॉनों के बीच स्थिर वैद्युत बल अथवा एक इलेक्ट्रॉन और एक प्रोटॉन के बीच स्थिर वैद्युत बल?

(उत्तर : नहीं)

11. क्या वैद्युत क्षेत्र में दो बल रेखाएँ एक-दूसरे को काट सकती हैं? सविस्तार समझाइए।

12. निम्न में से सदिश व अदिश छाँटिए—
    (a) विद्युत फ्लक्स
    (b) विद्युत क्षेत्र
    (c) धारिता
    (d) विभव
    (e) विभव प्रवणता

(उत्तर : नहीं)

13. क्या ''एक फैरड'' धारिता का संधारित्र बना पाना संभव है? क्यों?

14. किसी बिन्दु आवेश q के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत विभव के सूत्र की व्युत्पत्ति कीजिए। **[UPBTE 1991]**

15. किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता का सूत्र प्राप्त कीजिए।

16. सिद्ध कीजिए कि किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत पदार्थ की पट्टी रख देने पर संधारित्र की धारिता बढ़ जाती है।

17. किसी समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य परावैद्युत पदार्थ की पट्टी रख दी जाती है। संधारित्र के विभवान्तर तथा स्थितिज ऊर्जा पर क्या प्रभाव पड़ेगा? **[UPBTE 2009]**

18. किसी संधारित्र के आवेशन में समय नियतांक 'CR' की परिभाषा दीजिए। **[UPBTE 2010]**

19. किसी नाभिक में दो प्रोटॉन $6{\cdot}0\times10^{-15}$ मीटर की दूरी पर स्थित हैं। यदि $e=1{\cdot}6\times10^{-19}$ कूलॉम है तो उनकी पारस्परिक वैद्युत स्थितिज ऊर्जा की गणना कीजिए।

(**उत्तर** : $3{\cdot}84\times10^{-14}$ जूल)

20. दो सजातीय आवेशों में $1{\cdot}6$ न्यूटन प्रतिकर्षण बल लगता है, जब उनके बीच दूरी $0{\cdot}04$ मीटर है। यदि दूरी $0{\cdot}02$ मीटर का दिया जाये तो उनके बीच कार्यकारी बल ज्ञात कीजिए। (**उत्तर** : $6{\cdot}4$ न्यूटन)

21. $2{\cdot}0\,\mu F$ धारिता वाले कितने संधारित्र किस प्रकार सम्बद्ध किये जायें कि उन्हें $75\,\mu C$ आवेश देने पर संयोजन का कुल विभवान्तर 300 V हो जाये? (**उत्तर** : 8, श्रेणीक्रम)

22. किसी आवेश को अनन्त से विद्युत क्षेत्र के किसी बिन्दु तक लाने में किया गया कार्य 2×10^{-4} जूल हो तथा आवेश 8×10^{-7} कूलॉम हो, तो बिन्दु पर विद्युत विभव का मान ज्ञात कीजिए। (**उत्तर** : 250V)

23. 15×10^{-4} कूलॉम आवेश यदि कार्यकारी बल का मान $4{\cdot}5$ न्यूटन हो तो उस बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात कीजिए।

(**उत्तर** : 3×10^{3} न्यूटन/कूलॉम)

24. $10\,\mu F$ धारिता के एक संधारित्र को 2000 V तक आवेशित किया गया है। इसमें कितनी ऊर्जा संग्रहीत होगी? इस संधारित्र के $20\,\mu F$ के एक अन्य संधारित्र से जिसे 100 V तक आवेशित किया गया है, समान्तर क्रम में जोड़ा जाता है। निकाय की कुल ऊर्जा ज्ञात कीजिए। (**उत्तर** : $8{\cdot}06$ जूल)

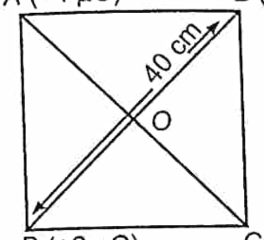
YEDVRK100%

25. किसी विद्युत क्षेत्र में विशेष बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र 200 न्यूटन/कूलॉम व विभव 50 वोल्ट है। आवेश की गणना कीजिए।
(उत्तर : $1 \cdot 39 \times 10^{-9}$ कूलॉम)

26. तीन संधारित्रों की धारिता $1\,\mu F$ है। इसमें से दो श्रेणी क्रम में जोड़कर फिर तीसरे को पहले युग्म के समान्तर क्रम में जोड़ा गया है। इस समायोजन की धारिता की गणना कीजिए।
(उत्तर : $1 \cdot 5\,\mu F$)

27. $0 \cdot 18\,\mu F$ की धारिता वाले संधारित्र को अपने प्रारम्भिक मान के 1/4 घटने में $0 \cdot 5$ सेकेण्ड का समय लग जाता है। R का मान ज्ञात कीजिए, जबकि $(\log_e 4 = 1 \cdot 386)$।
(उत्तर : $2 \times 10^6\ \Omega$)

28. चित्रानुसार वर्ग के कोनों पर आवेश रखे हैं। वर्ग के केन्द्र O पर विद्युत क्षेत्र की गणना कीजिए।



[उत्तर : $13 \cdot 5 \sqrt{2} \times 10^5$ न्यूटन/कूलॉम (BC के समान्तर)]

आंकिक प्रश्नों के संक्षिप्त हल

(19) $\because\ U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{q_1 q_2}{r^2} = \dfrac{9 \times 10^9 \times 1 \cdot 6 \times 10^{-19} \times 1 \cdot 6 \times 10^{-19}}{6 \cdot 0 \times 10^{-15}}$

$= 3 \cdot 84 \times 10^{-14}$ जूल

(20) $F_1 = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{l_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 1 \cdot 6 = 9 \times 10^9 \times \dfrac{q_1 q_2}{(0 \cdot 04)^2} \Rightarrow q_1 q_2 = \dfrac{1 \cdot 6 \times (0 \cdot 04)^2}{9 \times 10^9}$

तथा $F_2 = 9 \times 10^9 \times \dfrac{q_1 q_2}{0 \cdot 02^2} = \dfrac{9 \times 10^9 \times 1 \cdot 6 \times (0 \cdot 04)^2}{(0 \cdot 02)^2 \times 9 \times 10^9} \Rightarrow F_2 = 6 \cdot 4$ न्यूटन

(21) कुल धारिता $= \dfrac{\text{कुल आवेश}}{\text{कुल विभवान्तर}} = \dfrac{75 \times 10^{-6}}{300}$ फैरड $= 0 \cdot 25\,\mu F$

$2 \cdot 0\,\mu F$ धारिता के संधारित्रों से $0 \cdot 25\,\mu F$ धारिता का संयोजन बनाने के लिए n संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ना होगा क्योंकि $0 \cdot 25\,\mu F < 2 \cdot 0\,\mu F$

अत: $\dfrac{C}{n} = 0 \cdot 25$ या $\dfrac{2}{n} = 0 \cdot 25$ अत: $n = 8$

अत: $75\,\mu C$ आवेश देने पर संयोजन का कुछ विभवान्तर 300 वोल्ट करने के लिए $2 \cdot 0\,\mu F$ धारिता के 08 संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ना होगा।

(22) $\because\ V = \dfrac{W}{q} \Rightarrow V = \dfrac{2 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-7}} = 250$ वोल्ट

(23) $\because E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{4 \cdot 5}{15 \times 10^{-4}} \dfrac{N}{C} = 3 \times 10^3$ न्यूटन/कूलॉम

(24) प्रश्नानुसार, पहले संधारित्र की ऊर्जा $U_1 = \dfrac{1}{2} C_1 V_1^2$

$= \dfrac{1}{2} (10 \times 10^{-6}) (2000)^2 = 20\ J$

इसी प्रकार दूसरे संधारित्र की ऊर्जा $U_2 = \dfrac{1}{2} \times 20 \times 10^{-6} \times (100)^2 = 0 \cdot 1\ J$

YADAVRK100%

दोनों संधारित्रों को जोड़ने से पहले कुल ऊर्जा $U = U_1 + U_2$

$$= 20 + 0 \cdot 1 = 20 \cdot 1 \text{ J}$$

पहले संधारित्र पर आवेश $q_1 = C_1 V_1 = (10 \times 10^{-6}) \times (2000) = 0 \cdot 02$ C

दूसरे संधारित्र पर आवेश $q_2 = C_2 V_2 = (20 \times 10^{-6}) \times (100) = 2 \times 10^{-3}$ C

समान्तर क्रम में जोड़ने पर कुल आवेश $q = q_1 + q_2 = 22 \times 10^{-3}$ C

तथा कुल धारिता $C = C_1 + C_2$

$$= (10 \times 10^{-6}) + (20 \times 10^{-6})$$

$$= 30 \times 10^{-6} \text{ F}$$

जोड़ने पर कुल ऊर्जा $U' = \frac{1}{2} \frac{(q_1 + q_2)^2}{(C_1 + C_2)}$

$$= \frac{1}{2} \frac{(22 \times 10^{-3})^2}{30 \times 10^{-6}} \text{ J}$$

$$U' = \frac{4 \cdot 84 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{-5}} = \mathbf{8 \cdot 06 \ J}$$

(25) दिया है $E = 200$ N/C तथा $V = 50$ V

यदि बिन्दु आवेश q से उक्त बिन्दु की दूरी r हो, तो

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

या

$$200 = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{r^2} \quad \text{...(i)}$$

इसी प्रकार विद्युत विभव $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}$

या

$$50 = 9 \times 10^9 \times \frac{q}{r} \quad \text{...(ii)}$$

∴

$$\frac{50}{200} = r$$

या

$$r = 0 \cdot 25 \text{ m}$$

अब r का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$50 = 9 \times 10^9 \times \frac{9}{0 \cdot 25}$$

अत: $q = 1 \cdot 39 \times 10^{-9}$ कूलॉम

(26) श्रेणीक्रम में तुल्य धारिता

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

या

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{1 \times 10^{-6}} + \frac{1}{1 \times 10^{-6}}$$

या

$$C' = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \text{ F}$$

पुन:

$$C = C' + C_3$$

$$= \frac{1}{2} \times 10^{-6} + 1 \times 10^{-6}$$

$$C = 1 \cdot 5 \mu\text{F}$$

(27) यदि q_0 आवेश तक आवेशित करने पर C धारिता के संधारित्र को प्रतिरोध R में निरावेशित किया जाये तो, t समय बाद संधारित्र पर आवेश,

$$q = q_0 e^{-t/CR}$$

या
$$\frac{q_0}{q} = e^{t/Cr}$$

या
$$\log_e \frac{q_0}{q} = \frac{t}{CR}$$

या
$$t = CR \log_e \frac{q_0}{q} \quad \text{... (i)}$$

दिया है, $\frac{q}{q_0} = \frac{3}{4}, t = 0 \cdot 5$ सेकण्ड, $C = 0 \cdot 18 \times 10^{-6}$ F

अतः समीकरण (i) से $\quad 0 \cdot 5 = 0 \cdot 18 \times 10^{-6} \times R \times \log_e \frac{4}{3}$

संधारित्र पर आवेश प्रारम्भिक मान का एक-चौथाई घटता है। अर्थात् संधारित्र पर आवेश प्रारम्भिक मान का 3/4 गुना रह जाता है अर्थात् $q = \frac{3}{4} q_0$

अतः
$$R = \frac{0 \cdot 5}{0 \cdot 18 \times 10^{-6} \times \log_e \frac{4}{3}} = \frac{0 \cdot 5 \times 10^6}{0 \cdot 18 \times 0 \cdot 2878}$$

$R = 9 \cdot 65 \times 10^6$ ओम

$R = 9 \cdot 65$ मेगा ओम

$(\log_e \frac{4}{3} = 2 \cdot 3026 \log_{10} \frac{4}{3}$
$= 2 \cdot 3026 [\log_{10} 4 - \log_{10} 3]$
$= 2 \cdot 3026 [0 \cdot 6021 - 0 \cdot 4771]$
$= 0 \cdot 2878)$

(28) चित्रानुसार, $AO = BO = C = DO =$ **20 cm = 0 · 20 m**

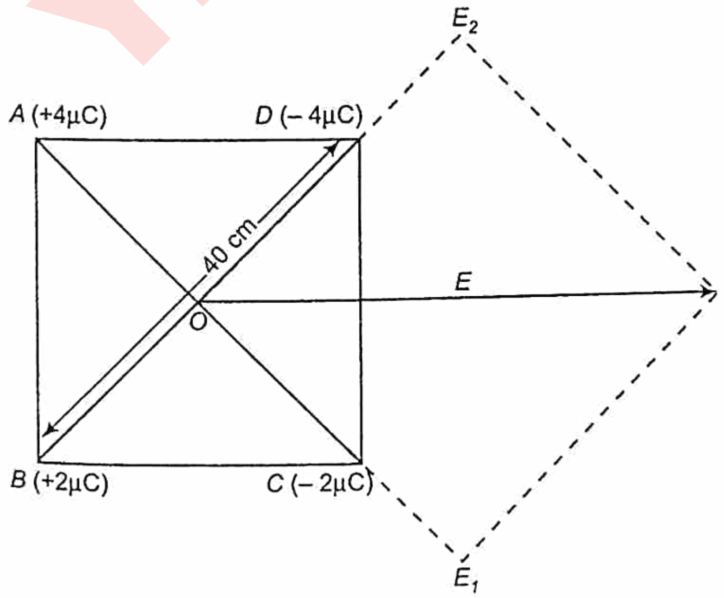
माना बिन्दु A से C की ओर वैद्युत क्षेत्र E_1 तथा बिन्दु B से D की ओर वैद्युत क्षेत्र E_2 है।
अतः आवेशों का अलग-अलग विद्युत क्षेत्र एवं उनका प्रभाव, इस प्रकार होगा—

$$E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6}}{(0 \cdot 20)^2} \text{N/C}$$

$$= 9 \cdot 0 \times 10^5 \text{ N/C}$$

तथा
$$E_C = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6}}{(0 \cdot 20)^2} \text{N/C}$$

$$= 4 \cdot 5 \times 10^5 \text{ N/C}$$



YADAVRK100%

4

Chapter

विद्युत धारा
(CURRENT ELECTRICITY)

Syllabus

Current Electricity

Electric current, Resistance, Specific Resistance, Conductance, Specific Conductance, Series and Parallel Combination of Resistances. Factors affecting Resistance, Colour coding of carbon Resistances, Ohm's law Superconductivity.

Kirchhoff's laws, Wheatstone bridge and its applications (meter bridge and slide wire bridge)

Concept of terminal potential difference and Electromotive force (EMF) potentiometer.

Heating effect of current, Electric Power, Electric energy and its units (related numerical problems). Advantages of Electric Energy over other forms of energy.

Examples of applications of DC circuits in various electrical and electronics equipment such as C.R.O., T.V., Audio Video system, Computers etc.

§ 4.1 परिचय (Introduction)

ग्रीक दार्शनिक थेल्स के स्थिर-वैद्युतिकी या घर्षण विद्युत के "आवेश" को समय के पहिये ने कालान्तर में वैद्युत जनित्रों के माध्यम से उत्पन्न कर चालक तारों से प्रवाहित किया तथा विद्युत धारा के रूप में घर-घर पहुँचा दिया।

जीवन की तमाम कठिनाइयाँ सुलझने लगीं, सुख-सुविधाओं में वृद्धि हुई। उद्योग में, कल-कारखानों के उत्पादन में विद्युत मशीनों के प्रयोग से आश्चर्यजनक रूप से बढ़ोत्तरी हुई—राष्ट्रों के मध्य विकास की स्पर्धा का नया दौर शुरू हुआ।

किसी राष्ट्र के प्रगति का बोधक "विकासशील" अथवा "विकसित" का दर्जा उस राष्ट्र के द्वारा प्रति व्यक्ति खर्च की जाने वाली ऊर्जा की मात्रा बनी।

इस हेतु विद्युत यंत्रों के अनुरक्षण तथा विद्युत ऊर्जा के मापन की आवश्यकता समय की माँग बन गयी जिसे महान वैज्ञानिकों "किरचॉफ" तथा "व्हीटस्टोन" आदि ने अपने सिद्धान्तों तथा प्रयोगों द्वारा जन-सुलभ कर दिया।

§ 4.2 वैद्युत सेल (Electric Cell)

वैद्युत सेल एक ऐसा प्रबन्ध है जिसमें दो इलेक्ट्रोड किसी वैद्युत अपघट्य के सम्पर्क में होते हैं अथवा युक्ति है जिसके द्वारा किसी एक प्रकार की ऊर्जा का वैद्युत ऊर्जा में सतत् रूपान्तरण होता रहता है, जिसके फलस्वरूप किसी वैद्युत परिपथ में आवेश का प्रवाह सतत् बना रहता है अर्थात् वैद्युत धारा प्रवाहित होती रहती है।

"A system in which two electrodes are in contact with an electrolyte, or an arrangement which continuously converts a form of energy into electrical energy, hence charge flows through electrical circuit."

सेल अपने दोनों सिरों के बीच एक नियत विभावान्तर स्थापित करता है। इस विभवान्तर के कारण ही परिपथ में धारा प्रवाहित होती है। ऊर्जा के रूप के अनुसार सेल कई प्रकार के होते हैं, जैसे—

(1) वैद्युत-रासायनिक सेल (Electrochemical Cell)—इसमें रासायनिक ऊर्जा का वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरण होता है। ये दो प्रकार के होते हैं—

(i) प्राथमिक सेल (Primary Cells)—इनमें होने वाली रासायनिक क्रिया अनुत्क्रमणीय (irreversible) होती है। अत: इन्हें पुन: आवेशित नहीं किया जा सकता है। जैसे लेक्लांशे सेल, डेनियल सेल एवं शुष्क सेल।

(ii) द्वितीयक सेल (Secondary Cells)—इनमें होने वाली रासायनिक क्रिया उत्क्रमणीय (reversible) होती है। अत: इन्हें पुन: आवेशित किया जा सकता है। जैसे सीसा संचायक सेल (Lead Accumulator) तथा क्षारीय संचायक सेल (Alkali Accumulator)।

(2) फोटो सेल (Photo Cell)—इसमें विकिरण ऊर्जा, प्रकाश, आदि (Radiant energy, light, etc.) का वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरण होता है।

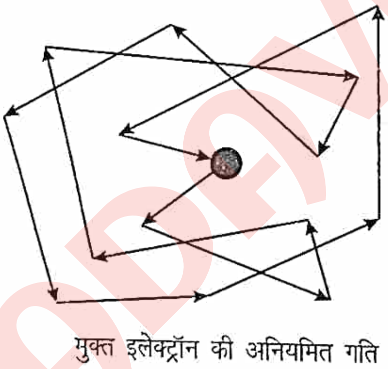
(3) ताप-युग्म सेल (Thermo-couple Cell)—इसमें ऊष्मीय ऊर्जा का वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरण होता है।

(4) जनित्र (Generator)—इसमें यांत्रिक ऊर्जा का वैद्युत ऊर्जा में रूपान्तरण होता है।

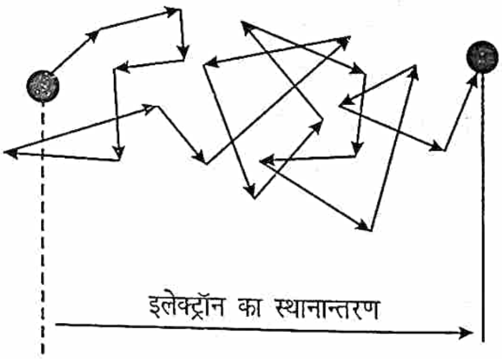
दो या अधिक सेलों के संयोग को बैटरी कहते हैं।

§ 4.3 विद्युत धारा (Current Electricity)

सामान्य ताप पर भी धात्वीय पदार्थों के परमाणुओं से कुछ इलेक्ट्रॉन मुक्त हो जाते हैं तथा धातु-खण्ड के भीतर विभिन्न दिशाओं में अनियमित गति करते रहते हैं। चूँकि किसी भी मुक्त इलेक्ट्रॉन की गति समान रूप से सभी दिशाओं में होती है, अत: उसकी माध्य स्थिति में कोई परिवर्तन नही होता। अत: धातु-खण्ड के सभी भागों में मुक्त इलेक्ट्रॉन समान रूप से वितरित रहते हैं। इस दशा में मुक्त इलेक्ट्रॉनों का सामूहिक रूप से कोई स्थानान्तरण एक ओर से दूसरी ओर नहीं होता (चित्र 4.1)।



चित्र 4.1



चित्र 4.2

अब यदि किसी मुक्त इलेक्ट्रॉन पर कोई बल (वैद्युत अथवा चुम्बकीय) किसी निश्चित दिशा में लगे तो अनियमित गति के साथ-साथ इलेक्ट्रॉन बल की दिशा में भी थोड़ा-थोड़ा बढ़ता जाता है, अर्थात्, बल की दिशा में इलेक्ट्रॉन का स्थानान्तरण भी होता है (चित्र 4.2)। इसी प्रकार धातु-खण्ड के सभी मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर निश्चित दिशा में बल लगने पर वे सामूहिक रूप से बल की दिशा में स्थानान्तरित होते जाते हैं।

चूँकि इलेक्ट्रॉन आवेशित कण हैं, अत: उनके स्थानान्तरण से धातु-खण्ड में विद्युत आवेश का स्थानान्तरण होता है, जिसे सामान्यत: विद्युत आवेश का प्रवाह कहते हैं।

''विद्युत आवेश के प्रवाह को विद्युत-धारा कहते हैं।''

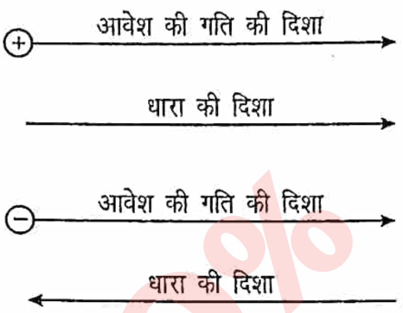
विद्युत धारा केवल इलेक्ट्रॉनों के स्थानान्तरण या प्रवाह के कारण ही नहीं उत्पन्न होती बल्कि किसी भी आवेशित कण के स्थानान्तरण या प्रवाह के कारण उत्पन्न होती है। जैसे—अम्ल, क्षार और लवण के जलीय विलयन में तथा गैस में आयनों के प्रवाह के कारण तथा धात्वीय चालक में विद्युत-धारा केवल इलेक्ट्रॉनों के स्थानान्तरण के कारण उत्पन्न होती है।

YADAVRK100%

4.4 विद्युत-धारा की दिशा (Direction of Electric Current)

विद्युत आवेश दो प्रकार का अर्थात् धनात्मक तथा ऋणात्मक होता है। किसी भी प्रकार के आवेश के प्रवाह को विद्युत-धारा कहा जाता है परन्तु दोनों आवेशों के लिए धारा की दिशा भिन्न-भिन्न होती है। परंपरागत मान्यता के अनुसार विद्युत-धारा की दिशा धन-आवेश की गति की दिशा में तथा ऋण-आवेश की गति की दिशा के विपरीत मानी जाती है (चित्र 4.3)।

इस प्रकार किसी धातु-खण्ड में मुक्त इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह जिस दिशा में होता है विद्युत धारा की दिशा उसके विपरीत होती है।

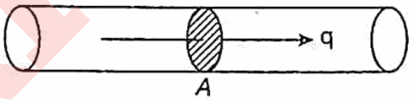


चित्र 4.3

4.5 विद्युत-धारा की तीव्रता (Intensity of electric current)

विद्युत-आवेश के प्रवाह की समय-दर को विद्युत-धारा की तीव्रता (Intensity of electric current) कहते हैं। सामान्यत: इसे केवल विद्युत-धारा भी कहा जाता है।

दूसरे शब्दों में, किसी चालक में विद्युत-धारा की माप उप चालक की किसी अनुप्रस्थ काट से होकर प्रति सेकण्ड प्रवाहित विद्युत आवेश से की जाती है। अत: यदि किसी चालक की अनुप्रस्थ काट A से होकर समय t में आवेश की मात्रा q प्रवाहित हो, तो विद्युत-धारा



चित्र 4.4

$$i = \frac{q}{t} \qquad ...(1)$$

अथवा

$$q = i.t$$

[आवेश = धारा × समय]

4.6 विद्युत-धारा का मात्रक–ऐम्पियर (Ampere)

एस० आई० प्रणाली में विद्युत-धारा का मात्रक एक मूल मात्रक माना जाता है, जिसे ऐम्पियर (ampere) कहते हैं। संक्षिप्त रूप में इसे A लिखा जाता है। मूल मात्रक के रूप में इसकी परिभाषा निम्नवत् है—

"यदि निर्वात में स्थित अनन्त लम्बाई के दो समान्तर चालकों के बीच की दूरी 1 मीटर हो तथा उनमें समान तीव्रता की विद्युत-धाराएँ प्रवाहित करने पर चालकों की प्रति मीटर लम्बाई पर 2×10^{-7} न्यूटन का पारस्परिक बल (आकर्षण या प्रतिकर्षण) उत्पन्न हो, तो चालकों में प्रवाहित धारा का मान 1 ऐम्पियर होता है।

धारा के मात्रक ऐम्पियर तथा आवेश के मात्रक कूलॉम में सम्बन्ध निम्नवत् है—

यदि किसी चालक में 1 ऐम्पियर धारा 1 सेकण्ड तक प्रवाहित हो तो चालक से होकर प्रवाहित आवेश की मात्रा 1 कूलॉम (coulomb) होती है, यथा

$$1 \text{ कूलॉम} = 1 \text{ ऐम्पियर} \times 1 \text{ सेकेण्ड}$$

अथवा

$$1 \text{ऐम्पियर} = \frac{1\text{कूलॉम}}{1\text{सेकेण्ड}}$$

$$= 1 \text{ कूलॉम/सेकेण्ड}$$

उदाहरणत: यदि किसी चालक में प्रवाहित धारा 3.0 ऐम्पियर हो, तो उससे होकर 1 मिनट में प्रवाहित आवेश की मात्रा

$$q = i \times t$$

$$= 3.0 \text{ ऐम्पियर} \times 60 \text{ सेकण्ड}$$

$$= 180 \text{ कूलॉम}$$

उदाहरण 1—एक चालक में 0.48 ऐम्पियर धारा 15 सेकेण्ड तक प्रवाहित की जाती है। चालक से होकर इस समयान्तर में गुजरने वाले मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या की गणना कीजिए।

(इलेक्ट्रॉन का आवेश = 1.6×10^{-19} कूलॉम)

हल : चालक से होकर 15 सेकेण्ड में प्रवाहित आवेश

$$q = i \times t$$

$$= 0.48 \text{ ऐम्पियर} \times 15 \text{ सेकेण्ड} = 0.48 \times 15 \text{ कूलॉम}$$

चालक से होकर गुजरने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या $= \dfrac{\text{प्रवाहित आवेश}}{\text{एक इलेक्ट्रॉन का आवेश}}$

$$= \frac{0.48 \times 15 \text{ कूलॉम}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}} = 45 \times 10^{19}$$

§ 4.7 सेल का वैद्युतवाहक बल (Electromotive Force of a Cell)

सेल एक ऊर्जा स्रोत है जो किसी वैद्युत परिपथ में आवेश के सतत् प्रवाह के लिए आवेश को ऊर्जा प्रदान करता रहता है। किसी वैद्युत परिपथ में एकांक आवेश को प्रवाहित करने में सेल द्वारा आवेश पर किए गए कार्य अर्थात् आवेश को दी गई ऊर्जा को सेल का वैद्युतवाहक बल (electromotive force – emf) कहते हैं। इसे प्राय: अक्षर E अथवा ε से प्रदर्शित करते हैं।

The energy supplied by the cell to drive a unit charge once around the complele circuit.

यह शब्द, 'वैद्युतवाहक बल' एक भ्रांति उत्पन्न करता है क्योंकि **सेल का वैद्युतवाहक बल कोई बल नहीं है बल्कि यह परिपथ में आवेश के लिए सेल द्वारा प्रति एकांक आवेश को दी जाने वाली ऊर्जा है।**

E.m.f. of a cell is defined as the maximum potential difference between the two electrodes of the cell when no current is drawn from the cell or cell is in the open circuit.

इसे वैद्युतवाहक बल या वि०वा० बल या ई० एम० एफ० (e.m.f.) भी कहते हैं। e.m.f. का एस० आई० मात्रक जूल/कूलॉम अथवा वोल्ट है। इसका विमीय सूत्र $[ML^2T^{-3}A^{-1}]$ होता है।

यदि किसी सम्पूर्ण (बाह्य तथा आन्तरिक) वैद्युत परिपथ में आवेश $+q$ कूलॉम के प्रवाहित होने पर, सेल के अन्दर आवेश को ऋण इलेक्ट्रोड से धन इलेक्ट्रोड तक ले जाने में सेल द्वारा आवेश पर किया गया कार्य अथवा आवेश को दी गई ऊर्जा W जूल हो, तो सेल का e.m.f.,

$$E = \frac{W}{q} \frac{\text{जूल}}{\text{कूलॉम}} \quad \text{या} \quad E = \frac{W}{q} \text{ वोल्ट} \qquad \dots (2)$$

यदि सेल सहित सम्पूर्ण वैद्युत परिपथ में 1 कूलॉम आवेश को प्रवाहित करने पर सेल द्वारा आवेश को दी गई ऊर्जा 1 जूल हो तो सेल का e.m.f. 1 वोल्ट होता है।

"The S.I. unit of e.m.f. of a cell is volt-(V) or joule per coulomb ($J C^{-1}$). The e.m.f. of a cell is said to be one volt, if 1 joule energy is supplied by the cell to drive one coulomb of charge once around the whole circuit (including the cell)."

§ 4.8 सेल का आन्तरिक प्रतिरोध (Internal Resistance of a Cell)

सेल के अन्दर उपस्थित वैद्युत अपघट्य पदार्थ द्वारा, सेल के अन्दर आवेश के प्रवाह में डाले गए विरोध अथवा रुकावट को ही सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कहते हैं।

"The resistance within a source of electric current, such as a cell or generator."

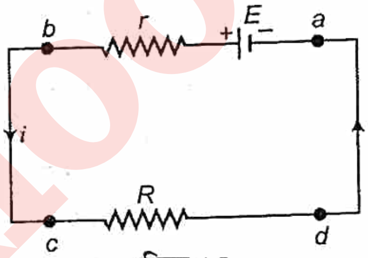
इसे सामान्यतः प्रतीक r द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। इसका मात्रक ओम (Ω) होता है। **सेल द्वारा आवेश को दी जाने वाली ऊर्जा का कुछ भाग इस आन्तरिक प्रतिरोध के कारण स्वयं सेल के अंदर व्यय हो जाता है,** जिससे आवेश या धारा के बहने पर सेल में उपस्थित अपघट्य पदार्थ का ताप बढ़ जाता है। इस प्रतिरोध पर विभव का पतन (potential, ir) भी होता है।

आदर्श बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध शून्य होता है।

§ 4.9 सेल का टर्मिनल विभवान्तर (Terminal Potential Difference of a cell)

किसी सेल की प्लेटों के बीच प्रचालन विभवान्तर (Operating Potential Difference) को ही सेल का टर्मिनल विभान्तर (V) कहते हैं।

"Operating Potential difference between electrodes of a cell is known as terminal potential difference."



चित्र 4.5

चित्र 4.5 में प्रदर्शित वैद्युत परिपथ में एक बैटरी, एक प्रतिरोध R से सम्बन्धक तारों (Connecting wires) द्वारा जोड़ी गई है। इन सम्बन्धक तारों का वैद्युत प्रतिरोध प्रायः नगण्य मान लिया जाता है। बैटरी का धन सिरा इसके ऋण सिरे की अपेक्षा उच्च विभव पर होता है। यदि बैटरी का आन्तरिक प्रतिरोध (r) नगण्य मान लिया जाए तो बैटरी के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर अर्थात् बैटरी के टर्मिनल विभवान्तर का मान सेल के e.m.f. (E) के बराबर होता है, किंतु वास्तविक बैटरी में कुछ आन्तरिक प्रतिरोध (r) अवश्य होता है, **अतः टर्मिनल विभवान्तर का मान सामान्यतः बैटरी के e.m.f. (E) से कम होता है।**

4.9.1 सेल के e.m.f., टर्मिनल विभवान्तर (V) तथा आन्तरिक प्रतिरोध (r) में सम्बन्ध (Relation among e.m.f., Terminal Potential Difference and Internal Resistance of a Cell)

चित्र 4.5 के अनुसार, माना एक धन आवेश इस चित्र के बिंदु a से बिंदु b तक सेल के अन्दर होकर जाता है। जब यह धन आवेश सेल के अन्दर ऋण सिरे से धन सिरे पर पहुँचता है तो इसके विभव में E वृद्धि हो जाती है। किंतु बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध r में से होकर जाने में इसके विभव में ir की कमी आ जाती है, जहाँ i वैद्युत परिपथ में बहने वाली धारा है। इस प्रकार वैटरी का टर्मिनल विभवान्तर

$$V = E - ir \qquad ...(3)$$

वैटरी के खुले पथ में होने पर (अर्थात् $i = 0$ होने पर) इसके टर्मिनल विभवान्तर (V) का मान इसके e.m.f. (E) के बराबर होता है।

"The terminal potential difference of a cell becomes equal to the e.m.f. of the cell when no current is drawn from the cell or cell is in the open circuit."

§ 4.10 ओम का नियम (Ohm's Law)

सन् 1826 में जर्मन वैज्ञानिक डॉ० जार्ज साइमन ओम ने चालक के सिरों पर लगाए गए विभवान्तर तथा उसमें बहने वाली वैद्युत धारा के सम्बन्ध में एक नियम दिया जिसे ओम का नियम कहते हैं। इस नियम के अनुसार,

यदि किसी चालक की भौतिक अवस्था (ताप, यान्त्रिक विकृति आदि) में कोई परिवर्तन न हो तो चालक के सिरों पर लगाया गया विभवान्तर उसमें बहने वाली धारा के समानुपाती होता है।

"The current (i) flowing through a conductor is directly proportional to the applied potential difference (V) across the ends of the conductor, provided physical conditions of the conductor such as temperature, mechanical strain etc. are kept constant."

यदि चालक के सिरों पर लगाया गया विभवान्तर V हो तो तथा उसमें बहने वाली धारा i हो तब ओम के नियमानुसार,

$$V \propto i$$

या

$$V = Ri$$

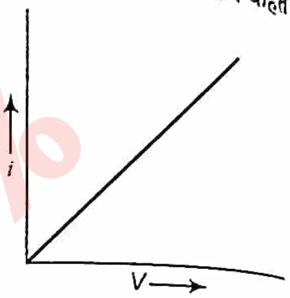
जहाँ R समानुपाती स्थिरांक है जिसे चालक का वैद्युत प्रतिरोध (R) कहते हैं। अत:

या $$R = \frac{V}{i} = \text{स्थिरांक} \quad ...(4)$$

चालक तार में, प्रवाहित विद्युत धारा के प्रवाह में, चालक तार द्वारा प्रस्तुत अवरोध को चालक तार का प्रतिरोध कहते हैं।

"The resistance of a condutor is the obstruction posed by the conductor to the flow of electric current through it."

प्रतिरोध का मात्रक ओम* (Ω) तथा विमा $[M^1L^2T^{-3}A^{-2}]$ होता है। किसी चालक के सिरों पर लगाये गए विभवान्तर तथा उसमें प्रवाहित धारा के मध्य खींचा गया ग्राफ एक सरल रेखा होता है (चित्र 4.6)।



चित्र 4.6

ओम का नियम केवल चालक पदार्थों के लिए सत्य है।

§ 4.11 प्रतिरोध के नियम (Laws of Resistance)

किसी चालक (conductor) का प्रतिरोध निम्न बातों पर निर्भर करता है—

(i) प्रतिरोध, चालक के पदार्थ पर निर्भर करता है।

(ii) प्रतिरोध, चालक के तापमान पर निर्भर करता है।

(iii) प्रतिरोध, चालक की लम्बाई के समानुपाती होता है अर्थात् लम्बाई बढ़ने पर बढ़ जाता है तथा लम्बाई घटने पर घट जाता है। अर्थात् $R \propto l$

(iv) प्रतिरोध किसी चालक के अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल (cross-sectional area) के व्युत्क्रमानुपाती होता है अर्थात् मोटे चालक का प्रतिरोध कम तथा पतले चालक का प्रतिरोध अधिक होता है। अर्थात्

$$\therefore \quad R \propto \frac{l}{A} \quad \text{या} \quad R = \rho\frac{l}{A} \quad ...(5)$$

यहाँ (ρ) एक स्थिरांक है, जिसे चालक पदार्थ का **विशिष्ट प्रतिरोध अथवा प्रतिरोधकता** (Resistivity) कहते हैं।

§ 4.12 विशिष्ट प्रतिरोध या प्रतिरोधकता (Specific Resistance or Resistivity)

विशिष्ट प्रतिरोध को प्रतिरोधकता भी कहते हैं। **किसी पदार्थ की प्रतिरोधकता, उसी पदार्थ के प्रतिरोध के तुल्य है जिसकी लम्बाई एक इकाई तथा अनुप्रस्थ काट (cross-section) भी एक वर्ग इकाई हो।** यदि माप की लम्बाई सेमी में है तो एक सेमी लम्बे तथा एक वर्ग सेमी अनुप्रस्थ काट क्षेत्र वाले चालक का विशिष्ट प्रतिरोध, उसके प्रतिरोध के तुल्य होगा। दूसरे शब्दों में, **एक इकाई घन के विपरीत फलकों (opposite faces) के बीच जो प्रतिरोध होगा, वही उस घन के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध होगा।**

"Specific resistance (or electrical resistivity) of the material of a conductor is defined as the resistance offered by unit length and unit area of cross–section by a wire of the given material of conductor, *i.e.*, it is also defined as the resistance of unit cube of a material of the given conductor."

किसी पदार्थ का प्रतिरोध निम्न सूत्र से प्रकट करते हैं—

$$R = \rho\frac{l}{A} \quad \text{अथवा} \quad \rho = \frac{RA}{l} \quad ...(6)$$

S.I. प्रणाली में इसकी इकाई **ओह्म-मीटर** होती है।

§ 4.13 चालकता एवं विशिष्ट चालकता (Conductance and Specific Conductance)

किसी चालक की चालकता उसके प्रतिरोध का विलोम होती है।

"The reciprocal of electrical resistance in a DC circuit is known as conductance."

* **International ohm (or Mercury ohm)**—It is defined as the resistance of 106 · 3 cm long mercury column of 1 mm^2 cross-sectional area and mass 14 · 4521 gram at 0 °C. The unit is named after George Ohm (1787–1854).

VKDAVRK100%

चालकता किसी परिपथ या पदार्थ का वह गुण है जो विद्युत धारा के प्रवाह में सहायक होता है। दूसरे शब्दों में यह विद्युत धारा के प्रवाह का विरोध नहीं करता है।

चालकता को प्राय: G अक्षर से निरूपित किया जाता है।

$$G = \frac{1}{R} \qquad \text{या} \qquad G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\rho} \times \frac{A}{l}$$

तथा

$$G = K\frac{A}{l} \qquad ...(7)$$

जहाँ $K = 1/\rho$ तथा K पदार्थ की **विशिष्ट चालकता** (Specific Conductivity) कहलाती है। A पदार्थ का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल तथा l लम्बाई है। विशिष्ट चालकता की इकाई **म्हो प्रति मीटर** या सीमेन्स प्रति मीटर (S/m) Seimens per meter है।

§ 4.14 प्रतिरोधों का संयोजन (Combination of Resistances)

प्रयोगात्मक कार्यों में कभी-कभी एक से अधिक प्रतिरोधों को जोड़ने की आवश्यकता होती है। यह दो प्रकार से किया जा सकता है—

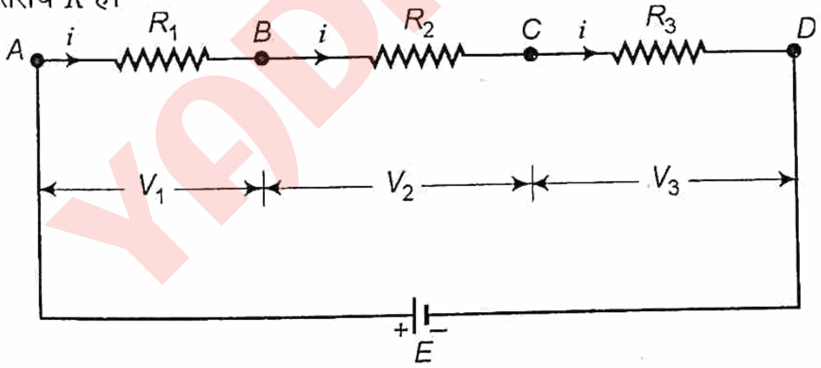
(i) श्रेणी क्रम में (In Series)

(ii) समान्तर क्रम में (In Parallel)।

4.14.1 श्रेणी क्रम (In Series)

इस संयोग में जोड़े जाने वाले प्रतिरोधों का सिरे से सिरा (end to end) जोड़ते चले जाते हैं। इस प्रकार प्रत्येक प्रतिरोध का अंतिम सिरा, उससे अगले प्रतिरोध के पहले सिरे से जुड़ता है। पहले प्रतिरोध का पहला सिरा तथा अंतिम प्रतिरोध का अंतिम सिरा सेल से जोड़ देते हैं। इस संयोग में सभी प्रतिरोधों में एक ही वैद्युत धारा बहती है, परंतु उनके सिरों के बीच विभवान्तर उनके प्रतिरोधों के अनुसार अलग-अलग होता है।

चित्र 4.7 में AB, BC और CD तीन प्रतिरोध तार श्रेणीक्रम में जुड़े हुए हैं। माना इनके प्रतिरोध क्रमश: R_1, R_2, R_3 तथा इन प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध R है।



चित्र 4.7

माना इन तीनों प्रतिरोधों में धारा i बह रही है तथा प्रतिरोध R_1, R_2, R_3 के सिरों के बीच विभवान्तर क्रमश: V_1, V_2 व V_3 हैं। तब प्रतिरोध की परिभाषा के अनुसार,

$$V_1 = iR_1,$$
$$V_2 = iR_2, \text{ तथा } \quad V_3 = iR_3.$$

यदि A व D के बीच विभवान्तर V हो, तब

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$= iR_1 + iR_2 + iR_3$$
$$= i(R_1 + R_2 + R_3) \qquad ...(i)$$

YADAVRK100%

A व D के बीच तुल्य प्रतिरोध R है। अतः

$$V = iR \qquad ...(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) की तुलना करने पर;

$$iR = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

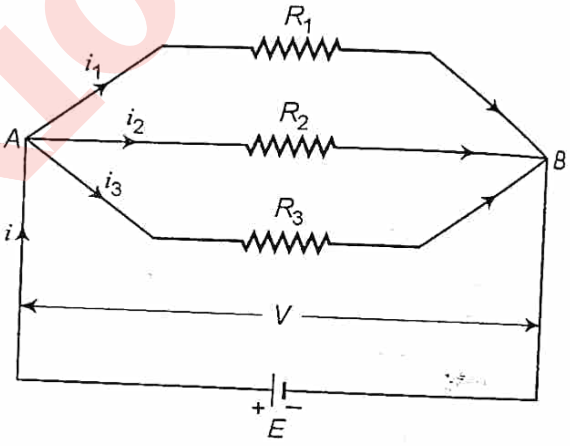
$$\therefore \quad R = R_1 + R_2 + R_3 \qquad ...(8)$$

अर्थात् श्रेणी क्रम में जुड़े हुए प्रतिरोधों का तुल्य प्रतिरोध उन प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है। स्पष्ट है **कि श्रेणी क्रम में तुल्य प्रतिरोध का मान प्रत्येक प्रतिरोध के अलग-अलग मान से अधिक होता है।**

"The equivalent resistance of a number of resistors connected in series is equal to the sum of individual resistances, it is more than the greatest one in the circuit."

4.14.2 समान्तर क्रम (In Parallel)

जब दो अथवा दो से अधिक प्रतिरोध इस प्रकार जोड़े जाते हैं कि उन सबके पहले सिरे एक बिंदु से तथा दूसरे सिरे एक अन्य बिंदु से जुड़े हों तो इस संयोग को समान्तर क्रम कहते हैं। इसमें सभी प्रतिरोधों के सिरों के बीच एक ही विभवान्तर लगता है परंतु उनमें धारा भिन्न-भिन्न होती हैं। चित्र 4.8 में बिंदु A व B के बीच तीन प्रतिरोध R_1, R_2, R_3 समान्तर क्रम में जुड़े हैं। माना सेल द्वारा प्रवाहित वैद्युत धारा i है। बिंदु A पर यह धारा तीन भागों में बंट जाती हैं। माना प्रतिरोध R_1, R_2, R_3 में क्रमशः i_1, i_2 तथा i_3 धारायें बहती हैं। बिंदु B पर ये तीनों धारायें मिल जाती हैं और मुख्य धारा i बन जाती है। तब स्पष्ट है कि



चित्र 4.8

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \qquad ...(i)$$

माना कि बिंदु A व B के बीच विभवान्तर V है। चूँकि प्रत्येक प्रतिरोध A व B के बीच जुड़ा है, अतः प्रत्येक के सिरों के बीच विभावान्तर V ही होगा। अतः

$$i_1 = \frac{V}{R_1},\ i_2 = \frac{V}{R_2} \text{ तथा}$$

$$i_3 = \frac{V}{R_3}$$

इन मानों को समीकरण (i) में रखने पर

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \qquad ...(ii)$$

यदि बिन्दु A व B के बीच तुल्य प्रतिरोध R हो, तो

$$i = \frac{V}{R} \qquad ...(iii)$$

समीकरण (ii) व (iii) की तुलना करने पर,

$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad ...(9)$$

अथवा

अर्थात् समान्तर क्रम में जुड़े हुए प्रतिरोध के तुल्य प्रतिरोध का व्युत्क्रम (reciprocal) उन प्रतिरोधों के व्युत्क्रम के योग के बराबर होता है। **समान्तर क्रम में जुड़े प्रतिरोधों के तुल्य प्रतिरोध का मान उन प्रतिरोधों में सबसे कम प्रतिरोध के मान से भी कम होता है।**

"The reciprocal of equivalent resistance of number of resistors connected in parallel is equal to the sum of reciprocals of the individual resistances, it is always less than the resistance of individual resistors."

§ 4.15 सेल के आन्तरिक प्रतिरोध का मान *E*, *V* तथा *R* के पदों में (Value of Internal Resistance of cell in terms of *E*, *V* and *R*)

चित्र 4.5 के अनुसार बैटरी के टर्मिनल वोल्टेज V का मान परिपथ में उपस्थित बाह्य प्रतिरोध R, जिसे लोड प्रतिरोध (load resistance) भी कहते हैं, के दोनों सिरों के बीच विभवान्तर के भी बराबर होता है, अर्थात्

$$V = iR \quad \text{(समीकरण (3))}$$

या

$$iR = E - ir \quad (\because V = E - ir \text{ समीकरण (4)})$$

अथवा

$$E = iR + ir \quad ...(10)$$

अतः

$$i = \frac{E}{R + r} \quad ...(11)$$

समीकरण $V = iR$ से $i = \frac{V}{R}$ की तुलना समीकरण (11) से करने पर

$$\frac{V}{R} = \frac{E}{R + r}$$

अथवा

$$\frac{R + r}{R} = \frac{E}{V}$$

या

$$1 + \frac{r}{R} = \frac{E}{V}$$

या

$$\frac{r}{R} = \frac{E}{V} - 1$$

∴

$$r = R\left[\frac{E}{V} - 1\right] \quad ...(12)$$

§ 4.16 परिपथ में धारा का ऊष्मीय प्रभाव एवं व्यय शक्ति (Heating effect of current in circuit and dissipated energy)

4.16.1 ऊष्मीय प्रभाव (Heating Effect)

यदि किसी वैद्युत परिपथ में संयोजित प्रतिरोध R में t समय के लिए i धारा प्रवाहित होती है, तो उत्पन्न उष्मा = V वोल्ट विभवान्तर के मध्य q आवेश के चलने में किया गया कार्य, अर्थात्

$$H = W = Vq = Vit = (iR)\, it$$

या

$$H = i^2 Rt$$

∵ ओम के नियम से

$$V = i \times R$$

या $$i = \frac{V}{R}$$

अत: $$H = \frac{V^2}{R}t$$

अत: $$H = W = Vit = i^2Rt = \frac{V^2}{R}t \text{ जूल} \quad ...(13)$$

∵ 1 कैलोरी ऊष्मा = 4·2 जूल (कार्य अथवा ऊर्जा तुल्यांक)

अत: $$H = \frac{W}{4 \cdot 2} = \frac{Vit}{4 \cdot 2} = \frac{i^2Rt}{4 \cdot 2} = \frac{V^2t}{4 \cdot 2\, R} \text{ कैलोरी} \quad ...(14)$$

4.16.2 व्यय विद्युत शक्ति (Consumed Electrical Power)

कार्य करने की समय दर अथवा ऊर्जा के क्षय होने की समय दर को शक्ति कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं। इसका मात्रक वॉट होता है।

$$P = \frac{W}{t} = \frac{H}{t}$$

अत: $$P = i^2R = \frac{V^2}{R} = Vi \text{ वॉट} \quad ...(15)$$

व्यय वैद्युत शक्ति का व्यावाहरिक मात्रक किलोवॉट घण्टा या यूनिट है। इसे BTE (Board of Trade Unit) भी कहते हैं।

अत: $$\text{यूनिटों की संख्या} = \frac{Vit}{1000} = \frac{\text{वोल्ट} \times \text{एम्पियर} \times \text{घण्टा}}{1000} = \frac{\text{वॉट} \times \text{घण्टा}}{1000} \quad ...(16)$$

§ 4.17 तापमान का प्रतिरोध पर प्रभाव (Effect of Temperature on Resistance)

तापमान बढ़ने पर किसी धातु के चालक तार का प्रतिरोध बढ़ता है। माना किसी धातु के चालक तार का 0 °C पर प्रतिरोध R_0 तथा t°C पर प्रतिरोध R_t है, तो

$$R_t = R_0\,(1 + \alpha t) \quad ...(17)$$

जहाँ α प्रतिरोध का तापमान गुणांक है

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_o \times t} \text{ प्रति °C}$$

इसी प्रकार यदि T_1 °C तथा T_2 °C ताप पर ($T_1 > T_2$) किसी चालक का प्रतिरोध R_1 तथा R_2 ओम हैं तो

$$R_2 = R_1\,(1 + \alpha\,\Delta T) \quad ...(18)$$

जहाँ $\Delta T = (T_2 - T_1)$

इसके विपरीत तापमान बढ़ने पर अर्द्धचालकों तथा कुचालकों का प्रतिरोध घटता है। अत: अर्द्धचालक तथा कुचालक के प्रतिरोध ताप गुणांक का मान ऋणात्मक होता है।

उदाहरण 2. एक 100 वॉट 250 वोल्ट का लैम्प एक 100 वॉट 200 वोल्ट के दूसरे लैम्प की श्रेणी में, 250 वोल्ट की विद्युत सप्लाई के पार्श्व जुड़ा हुआ है। निम्नलिखित की गणना कीजिए—

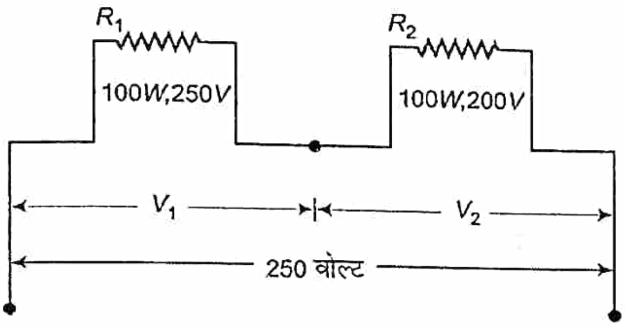
(i) लैम्पों द्वारा ली गई धारा (ii) प्रत्येक लैम्प के पार्श्व (across) वोल्टता। कल्पना कीजिए कि लैम्प प्रतिरोध अपरिवर्तित रहता है।

YADAVRK100%

हल—

$$\text{वॉट} = \frac{(\text{वोल्ट})^2}{\text{प्रतिरोध}} \quad \text{या} \quad \text{watt} = \frac{V^2}{R}$$

∴ $$R = \frac{V^2}{W} \quad \text{या} \quad \frac{\text{वोल्ट}^2}{\text{वॉट}}$$



प्रथम लैम्प का प्रतिरोध $R_1 = \frac{(\text{वोल्ट})^2}{\text{वॉट}}$

$$= \frac{250 \times 250}{100} = 625\ \Omega$$

इसी प्रकार द्वितीय लैम्प का प्रतिरोध $R_2 = \frac{200 \times 200}{100} = 400\ \Omega$

∴ परिपथ में कुल प्रतिरोध $= 625 + 400 = 1025\ \Omega$

(i) चूँकि परिपथ की धारा या प्रत्येक लैम्प की धारा श्रेणी परिपथ होने के कारण समान रहती है।

∴ परिपथ में धारा $= \frac{V}{R}$ या $\frac{\text{वोल्ट}}{\text{प्रतिरोध}} = \frac{250}{1025}$

$$= \mathbf{0 \cdot 2439\ A}$$

(ii) (क) परिपथ में प्रथम लैम्प के पार्श्व में वोल्टता = धारा × प्रतिरोध

$$= I \times R$$
$$= 0 \cdot 2439 \times 625$$
$$= \mathbf{152 \cdot 44\ V}$$

($\because$ प्रथम लैम्प का प्रतिरोध $= 625\ \Omega$ है।)

(ख) परिपथ में द्वितीय लैम्प के पार्श्व में वोल्टता = धारा × प्रतिरोध

$$= 0 \cdot 2439 \times 400$$
$$= \mathbf{97 \cdot 56\ V}$$

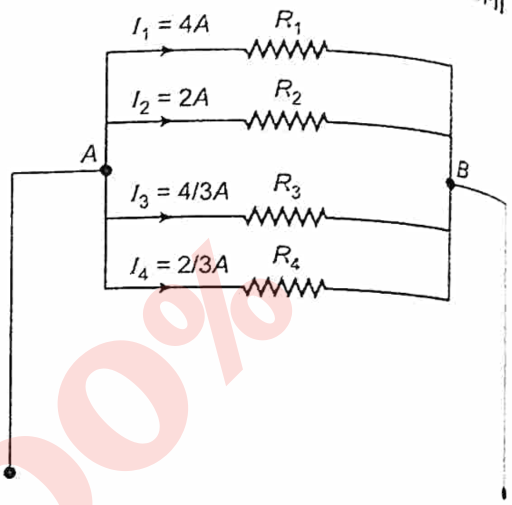
($\because$ द्वितीय लैम्प का प्रतिरोध $= 400\ \Omega$ है)

उदाहरण 3. समान्तर में जोड़े गए चार प्रतिरोधों का तुल्यांक प्रतिरोध 30 Ω है। उनमें प्रवाहित होने वाली धारा 4, 2, $\frac{4}{3}$ एवं $\frac{2}{3}$ ऐम्पियर हैं। प्रत्येक प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए।

हल—कुल धारा

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$
$$= 4 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}$$
$$= 8\ \text{A}$$

YADAVRK100%



AB के पार्श्व में विभवान्तर

$$V = I \times R$$
$$= 8 \times 30$$
$$V = 240 \text{ वोल्ट}$$

∴ समान्तर में सभी प्रतिरोध में विभवान्तर समान होता है।

$$R_1 = \frac{V}{I_1} = \frac{240}{4} = 60\ \Omega$$

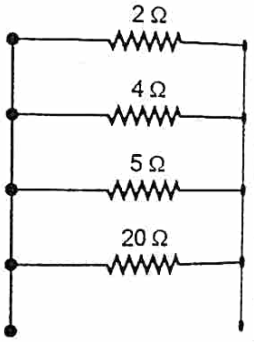
$$R_2 = \frac{V}{I_2} = \frac{240}{2} = 120\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{V}{I_3} = \frac{240}{4/3} = 180\ \Omega$$

$$R_4 = \frac{V}{I_4} = \frac{240}{2/3} = 360\ \Omega$$

उदाहरण 4. 2, 4, 5 व 20 ओम के प्रतिरोधों से बने समान्तर परिपथ में 20 A की धारा प्रवाहित होती है। प्रत्येक प्रतिरोध में धारा ज्ञात कीजिए।

हल—माना कि समान्तर परिपथ का तुल्य प्रतिरोध R Ω है। समान्तर परिपथ के प्रतिरोधों का जोड़ निम्न समीकरण से निकालते हैं—



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{20}{20}$$

∴ $$R = 1\ \Omega$$

समान्तर परिपथ में वोल्टता $= I \times R$

$$= 20 \times 1$$
$$= 20 \text{ V}$$

परिपथ में कुल धारा प्रवाह 20 ऐम्पियर है।

∴ 2 Ω के प्रतिरोध में धारा प्रवाहित होगी $= \frac{V}{R} = \frac{20}{2} = \mathbf{10\ A}$

4 Ω के प्रतिरोध में धारा प्रवाहित होगी $= \frac{20}{4} = \mathbf{5\ A}$

5 Ω के प्रतिरोध में धारा प्रवाहित होगी $= \frac{20}{5} = \mathbf{4\ A}$

20 Ω के प्रतिरोध में धारा प्रवाहित होगी $= \frac{20}{20} = \mathbf{1\ A}$

उदाहरण 5. एक तार का प्रतिरोध R ओम है। यदि इसकी लम्बाई खींच कर n गुनी बढ़ा दी जाए तो नया प्रतिरोध ज्ञात कीजिए।
(UPBTE 1990)

हल—माना तार की प्रारम्भिक लम्बाई l_1 तथा इसके अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A_1 है, तथा तार को खींच देने पर इसकी लम्बाई l_2 तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A_2 है।

हम जानते हैं कि किसी भी वस्तु में परिवर्तन करने के पश्चात् उसका आयतन परिवर्तित नहीं होगा।

YADAVRK100%

$$A_1 l_1 = A_2 l_2$$

अतः

$$A_2 = \frac{A_1 l_1}{l_2}$$

या

$$A_2 = \frac{A_1 l_1}{n l_1} \qquad (\because l_2 = n l_1, \text{ प्रश्नानुसार})$$

या

$$A_2 = \frac{A_1}{n}$$

माना तार की प्रारम्भिक लम्बाई व काट पर प्रतिरोध

$$R_1 = \rho \frac{l_1}{A_1}$$

लम्बाई परिवर्तन के पश्चात् प्रतिरोध

$$R_2 = \rho \frac{l_2}{A_2}$$

या

$$R_2 = \rho \frac{n l_1}{\frac{A_1}{n}}$$

या

$$R_2 = n^2 \rho \frac{l_1}{A_1}$$

या

$$\mathbf{R_2 = n^2 R_1}$$

अर्थात् n गुना लम्बाई परिवर्तन के पश्चात् नया प्रतिरोध पूर्व प्रतिरोध का n^2 गुना बढ़ जाता है।

उदाहरण 6. 35 °C पर किसी तार का प्रतिरोध 5·4 Ω है। यदि तार के पदार्थ का तापमान प्रतिरोध गुणांक का मान 0·0030 / °C हो तो शून्य तापमान पर तार का प्रतिरोध क्या होगा?

हल—दिया है : $\alpha = 0{\cdot}0030$ /°C, $R_t = 5{\cdot}4\ \Omega$, $t = 35$ °C

हम जानते हैं कि

$$R_t = R_0 (1 + \alpha t) \text{ से}$$

या

$$R_0 = \frac{R_t}{1 + \alpha t} = \frac{5{\cdot}4}{1 + 0{\cdot}003 \times 35}$$

या

$$R_0 = \frac{5{\cdot}4}{1 + 0{\cdot}105}$$

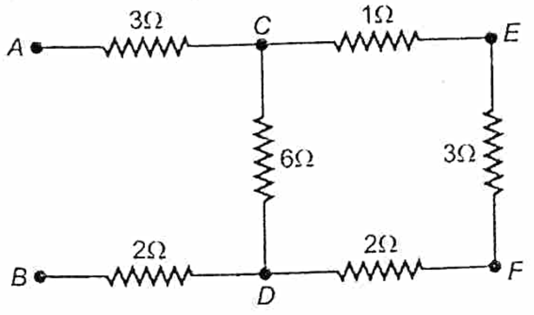
या

$$R_0 = \frac{5{\cdot}4}{1{\cdot}105}$$

या

$$\mathbf{R_0} = 4{\cdot}88\ \Omega$$

उदाहरण 7. चित्रानुसार दिए गए परिपथ में बिन्दुओं *A, B* के मध्य 24 वोल्ट की बैटरी जोड़ने पर परिपथ में कितनी धारा प्रवाहित होगी?



YADAVRK100%

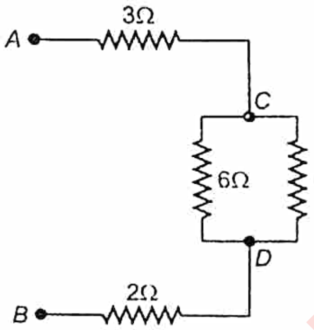
हल—प्रश्नानुसार, परिपथ की शाखा $CEFD$ में $1\,\Omega, 3\,\Omega$ तथा $2\,\Omega$ का श्रेणीक्रम में तुल्यमान प्रतिरोध $= 6\,\Omega$

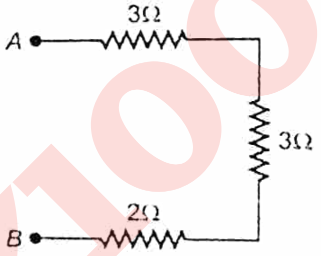
अब, समान्तर क्रम में $6\,\Omega$ तथा $6\,\Omega$ का तुल्यमान प्रतिरोध

$$R_{DC} = \frac{1}{R} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \text{ या } \frac{1}{R} = \frac{2}{6}$$

अत:

$$R_{DC} = R = 3$$





अब श्रेणी क्षेत्र में $3\,\Omega, 3\,\Omega$ तथा $2\,\Omega$ का तुल्यमान प्रतिरोध

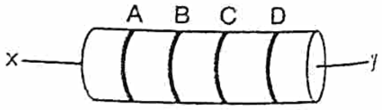
$$R_{AB} = 3 + 3 + 2 = 8\,\Omega$$

बैटरी द्वारा प्रदान की गई धारा $= \frac{V}{R}$

$$= \frac{24}{8} = 3\text{ A}$$

§ 4.18 कार्बन प्रतिरोधों का रंग कोड (Colour coding of carbon resistances)

किसी प्रतिरोध का मान ज्ञात करने के लिए उस पर बने रंगीन पट्टियों का उपयोग करते हैं किसी प्रतिरोध पर सामान्यतया चार रंगीन पट्टियाँ बनी होती हैं। पट्टियों की संख्या यदि पाँच हो तो पाँचवीं पट्टी सामान्यतया भूरे, लाल, हरे, नीले अथवा नारंगी रंग की हो सकती है जो प्रतिरोध की विश्वसनीयता या सहनशीलता (reliability or tolerance) को प्रदर्शित करता है। चार रंगीन बैण्ड के प्रतिरोध पर स्वर्ण (Gold) अथवा रजत (silver) पट्टिका प्रतिरोध की विश्वनयीता या सहनशीलता को प्रदर्शित करती है।



चित्र 4.9

माना चित्र 4.9 में प्रदर्शित प्रतिरोध $X - Y$ पर चार रंगीन बैण्ड बने हैं तो प्रतिरोध का मान निम्न सूत्र से ज्ञात करते हैं—

$$R = [AB \times 10^{C} \pm D]\% \qquad ...(19)$$

जहाँ
$A =$ बायीं ओर से पहले बैण्ड के रंग का तल्य अंक,
$B =$ दूसरे बैण्ड के रंग का तुल्य अंक,
$C =$ तीसरे बैण्ड के रंग का तुल्य अंक,
$D =$ विश्वस्तता या सहनशीलता (Reliability or tolerance) को दर्शाते हैं।

सभी रंगीन पट्टिकाओं का अपना एक आधार अंक निर्धारित होता है जिसके आधार पर उपस्थित सूत्रानुसार प्रतिरोध का मान ज्ञात करते हैं। रंगीन पट्टिकाओं के रंग का मान इस प्रकार होता है—

YADAVRK100%

...तीक (Symbol)	B	B	R	O	Y	G	B	V	G	W
रंग (Colour)	काला Black	भूरा Brown	लाल Red	नारंगी Orange	पीला Yellow	हरा Green	नीला Blue	बैंगनी Violet	भूरा Grey	श्वेत White
...ल्य मान (Value)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Gold (5%) and Silver (10%)

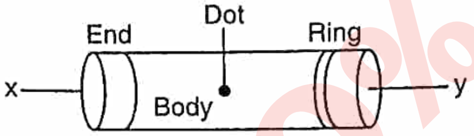
उदाहरणत:

(i) Brown black red $\rightarrow 10\times10^2 = 1\text{k}\Omega$

(ii) Orange Orange Orange $\rightarrow 33\times10^3 = 33\text{k}\Omega$

(iii) Green Blue Green $\rightarrow 56\times10^5 = 5.6\ \text{M}\Omega$

(iv) Brown Green Black Gold $\rightarrow 15\times10^0 = 15\Omega \pm 5\%$



[BED ± Ring per %]

चित्र 4.10

प्रतिरोध कोड की दूसरी विधि भी प्रयोग में लायी जाती है जो निम्नलिखित हैं—

$$\text{प्रतिरोध } R = BE\times10^D \pm \text{reliability (20)}$$

जहाँ—

$B \rightarrow$ Body colour

$E \rightarrow$ End colour

$D \rightarrow$ Dot colour

$r \rightarrow$ ring colour (reliability)

§ 4.19 अतिचालकता (Superconductivity)

किसी चालक के वैद्युत प्रतिरोध (R) के व्युत्क्रम को उस चालक की चालकता (G) कहते हैं। R तथा G में निम्न संबंध है—

$$G = \frac{1}{R} \quad \text{...(i)}$$

चूँकि किसी पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध अथवा प्रतिरोधकता (Resistivity) ρ, का आंकिक मान उस पदार्थ के 1 मीटर लम्बे तथा 1 मी^{2} क्षेत्रफल वाली अनुप्रस्थ परिच्छेद वाले खण्ड के प्रतिरोध (R) के बराबर होता है।

अर्थात् $$\rho = R\frac{A}{l} \quad \left(\because R = \rho\frac{l}{A}\right)$$

यदि $l = 1$ मीटर

तथा $A = 1$ मी^{2}

तो $$\rho = R\ \Omega\text{-m} \quad \text{...(ii)}$$

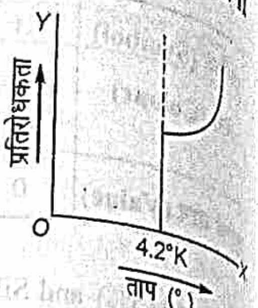
चूँकि सभी पदार्थों की प्रतिरोधकता ताप पर निर्भर करती है और उनमें से कुछ पदार्थों की प्रतिरोधकता निम्न ताप पर शून्य ($\rho = R = 0$) अर्थात् चालकता अनन्त $(G) = \infty$ हो जाती है, ऐसे पदार्थ अतिचालक पदार्थ कहलाते हैं।

ताप के अपेक्षाकृत कम तापान्तर (लगभग 100°C या कम) के लिए किसी चालक की प्रतिरोधकता (ρ) निम्न संबंध द्वारा प्रदर्शित की जाती है—

$$\rho_t = \rho_0[1 + \alpha(t - t_0)] \quad \text{...(iii)}$$

YADAVRK100%

यहाँ ρ_0 तथा ρ_t चालक की प्रतिरोधकता क्रमश: 0°C तथा t°C पर हैं। α को चालक का **प्रतिरोधता ताप गुणांक** (Temperature coefficient of resistivity) कहते हैं तथा $\alpha = \frac{\rho_t - \rho_0}{\rho_0 \times t}$ प्रति °C होता है। α का मान पदार्थ पर निर्भर करता है। α का विमीय सूत्र $[M^0L^0T^0\theta^{-1}]$ होता है। किसी चालक का प्रतिरोध (R) इसकी प्रतिरोधकता (ρ) पर निर्भर करती है $\left(R = \rho\frac{l}{A}\right)$ अत: चालक का प्रतिरोध, ताप के परिवर्तन पर निम्न सम्बन्ध द्वारा व्यक्त किया जाता है :



चित्र 4.11

$$R_t = R_0(1+\alpha t)$$

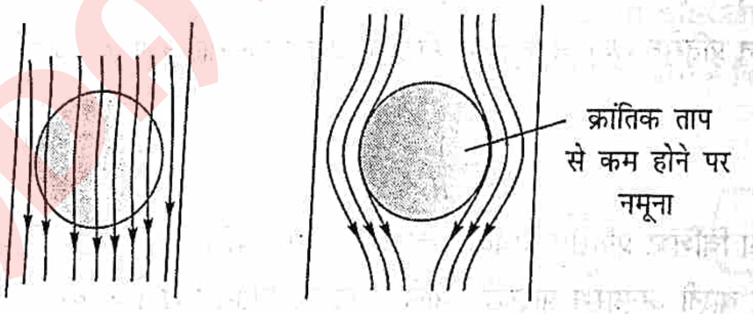
जहाँ R_0 तथा R_t क्रमश: 0°C तथा t°C पर चालक के प्रतिरोध हैं। α को प्रतिरोध का ताप गुणांक कहते हैं।

अतिचालकता की सर्वप्रथम खोज वैज्ञानिक **कैमरालिंग ओन्स** (K. Onnes) ने सन् 1911 में की थी।

उन्होंने पारे (mercury) की प्रतिरोधकता व ताप के संबंध का अध्ययन किया तो पाया कि पारे की प्रतिरोधकता ताप के कम होने पर कम होती जाती है, परन्तु 4·2 °K पर अचानक पारे की प्रतिरोधकता शून्य हो जाती है व पारा अतिचालक बन जाता है (चित्र 4.11)।

मैसनर प्रभाव (Meissner Effect)

इस प्रभाव के अनुसार जब किसी पदार्थ के नमूने (Specimen) को चुम्बकीय क्षेत्र में रखकर, उसमें अतिचालकता का गुण उत्पन्न करने के लिए उसका ताप घटाया जाता है (चित्र 4.12 (a))तब ट्रान्जिशन ताप (अथवा क्रांतिक ताप से कम) पर, पदार्थ में उपस्थित चुम्बकीय फ्लक्स, नमूने से बाहर आ जाता है, (चित्र 4.12 (b)) यह प्रभाव मैसनर प्रभाव कहलाता है।



चित्र 4.12

चुम्बकीय क्षेत्र का मान बढ़ाने पर चुम्बकीय फ्लक्स तब तक बाहर रहता है जब तक चुम्बकीय क्षेत्र का मान इतना उच्च न हो जाए कि फ्लक्स नमूने को भेद न दे। इस स्थिति में नमूने में प्रतिरोध पुन: उत्पन्न होना प्रारम्भ हो जाता है। पदार्थ की अतिचालकता की अवस्था में वह एक आदर्श प्रतिचुम्बकीय पदार्थ होता है।

इस प्रकार अतिचालकता में दो क्रियाओं का मिश्रण माना जाता है—

(i) आदर्श चालकता (Ideal Conductivity), तथा

(ii) आदर्श प्रतिचुम्बकीय (Ideal Diamagnetism)

§ 4.20 अतिचालकता के अनुप्रयोग (Application of Superconductivity)

(1) अतिचालकता का उपयोग अत्यन्त उच्च शक्ति के विद्युत चुम्बक बनाने में किया जाता है। उदाहरणतः $Nb-Zr$, $Nb-Ti$ तथा $Mo-Re$ के क्रांतिक ताप लगभग 10 K होते हैं तथा इनके द्वारा क्रांतिक ताप पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की सामर्थ्य भी उच्च होती है। इन मिश्र धातुओं को विद्युत-चुम्बकों की कुण्डलियाँ बनाने में प्रयुक्त किया जाता है। इन विद्युत चुम्बकों द्वारा टेस्ला (tesla) के स्तर के चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किए जा सकते हैं।

इतने उच्च चुम्बकीय क्षेत्र की आवश्यकता MHD (Magneto Hydro Dynamic) पावर जेनरेशन में होती है।

(2) सुपरकन्डक्टिंग पदार्थों को वायु में, स्थायी चुम्बकों से उत्पन्न विकर्षण बलों के विरुद्ध लटका कर चुम्बकीय विचलन प्रभाव (Magnetic deviation effect) उत्पन्न किया जा सकता है। इस प्रभाव का उपयोग चुम्बकीय परिवहन (Magnetic Transportation) में किया जाता है।

(3) विद्युत शक्ति (Electric Power) को, संचरण तारों के अतिचालकता की दशा में बिना किसी हानि के संचरित किया जा सकता है।

(4) उच्च गति के कम्प्यूटर में लॉजिक एवं स्टोरेज फंक्शन करने वाली युक्तियों में प्रयुक्त किया जाता है।

§ 4.21 किरचॉफ के नियम (Kirchhoff's Laws)

किरचॉफ के नियम उन जटिल विद्युत परिपथों को हल करने में प्रयोग किए जाते हैं जहाँ ओम के नियम से इनको हल करना आसान नहीं होता है। किरचॉफ के नियमों का प्रयोग निम्न प्रकार है—

(1) किसी जटिल विद्युत परिपथ के चालकों का तुल्य प्रतिरोध ज्ञात करना

(2) परिपथ के विभिन्न चालकों में प्रवाहित होने वाली धारा की गणना करना।

किरचॉफ के दो नियम हैं—

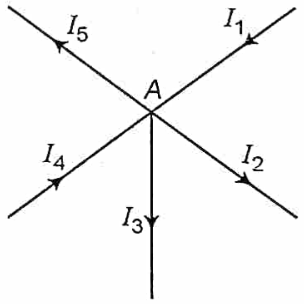
(1) किरचॉफ का प्रथम नियम या संधि का नियम या धारा का नियम

(2) किरचॉफ का द्वितीय नियम या वोल्टता का नियम या पाश का नियम।

4.21.1 प्रथम नियम

प्रथम नियम के अनुसार, **किसी विद्युत परिपथ में किसी संधि (junction) बिन्दु पर मिलने वाली धाराओं का बीजीय योग (algebraic sum) शून्य होता है। दूसरे शब्दों में एक सन्धि बिन्दु की ओर धारा प्रवाह का योग, बिन्दु से दूर जाने वाली धाराओं के योग के बराबर होता है।**

"The algebraic sum of the currents meeting at a junction in a closed circuit is zero, *i.e.* $\sum I = 0$."



चित्र 4.13

माना कुछ चालक तार चित्र (4.13) के अनुसार सन्धि बिन्दु A पर मिलते हैं। यहाँ कुछ चालकों में प्रवाहित होने वाली धारा की दिशा संधि बिन्दु A की ओर है तथा कुछ चालकों में प्रवाहित होने वाली धारा संधि बिन्दु से दूर जा रही है।

संधि A पर प्रवेशी (incoming) धारा धनात्मक है तथा A से बाह्यगामी (outgoing) धारा ऋणात्मक है। इस प्रकार,

$$I_1 + (-I_2) + (-I_3) + I_4 + (-I_5) = 0$$

या

$$I_1 + I_4 - I_2 - I_3 - I_5 = 0$$

या

$$I_1 + I_4 = I_2 + I_3 + I_5$$

या प्रवेशी धाराओं का योग (Sum of Incoming Currents) = बाह्यगामी धाराओं का योग (Sum of Outgoing Currents)

अत: कहा जा सकता है :

$$\sum I = 0 \qquad \text{(किसी भी संधि बिन्दु पर)} \qquad ...(21)$$

4.21.2 द्वितीय नियम

यह नियम **वोल्टता या पाश** का नियम भी कहलाता है। इस नियम के अनुसार, "**किसी बन्द परिपथ (closed circuit) के प्रत्येक भाग के चालक में धारा तथा प्रतिरोध के गुणनफल का बीजीय योग एवं उसी परिपथ में संयोजित समस्त विद्युतवाहक बलों का बीजीय योग, परस्पर जोड़े जाने पर शून्य होता है।**"

"In a closed loop, the algebraic sum of the e.m.f.'s and algebraic sum of the products of current and resistance in the various arms of the loop is zero."

दूसरे शब्दों में, इसे निम्न रूप से प्रकट किया जा सकता है :

$$\sum iR + \sum \text{e.m.f.} = 0 \qquad \text{[बन्द पाश (closed mesh) के चारों ओर]}$$

$$\sum E = \sum iR \qquad ...(22)$$

इस नियम का आधार निम्नलिखित है—

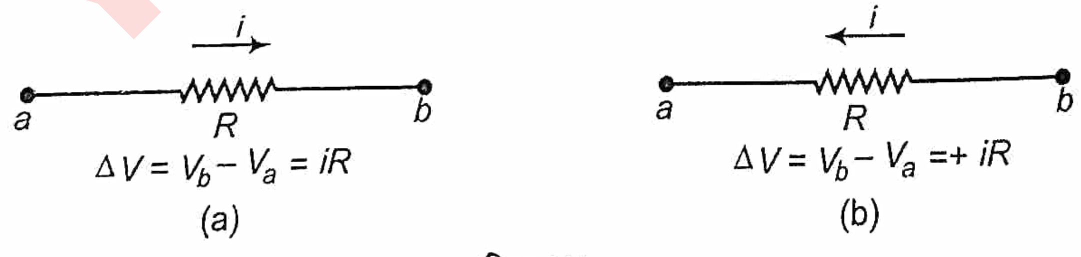
यदि कोई किसी विशेष संधि बिन्दु (junction point) से चलना प्रारम्भ करें तथा पाश (mesh) के चारों ओर तब तक चलता रहे, जब तक कि वह फिर प्रारम्भिक बिन्दु (starting point) पर नहीं आ जाए; इस प्रकार वह पुन: उसी विभव पर होगा, जहाँ से चलना प्रारम्भ किया था। इस प्रकार स्पष्ट है कि विभव के सभी स्रोत (sources) जो पथ पर मिलते हैं उनका मान (बीजगणितीय योग) परिपथ के प्रतिरोधों (resistances) में हुए वोल्टतापात (voltage drop) के बीजगणितीय योग के अवश्य तुल्य होना चाहिए। इस हेतु वोल्टता का मान चिन्हयुक्त धनात्मक (+) या ऋणात्मक (–) होना चाहिए।

किरचॉफ का द्वितीय नियम ऊर्जा संरक्षण के नियम का पालन करता है।

चिन्ह ज्ञात करना (Determination of Sign)—किरचॉफ के नियम को व्यवहार में लाते समय वोल्टतापात (voltage drop) एवं विद्युतवाहक बल (e.m.f.) के बीजीय चिन्हों (algebraic signs) की ओर विशेष ध्यान देना चाहिए अन्यथा गणनात्मक परिणाम, त्रुटिपूर्ण हो जायेगा। इस संदर्भ में निम्न नियमों का पालन किया जाना चाहिए—

(i) किसी विद्युत परिपथ में बढ़ते हुए विभव को धनात्मक (+) तथा घटते हुए विभव को ऋणात्मक (–) चिन्ह दीजिए।

(ii) परिपथ के प्रतिरोधों में धारा की दिशा में चलने पर वोल्टतापात (voltage drop) होता है, जबकि धारा की विपरीत दिशा में चलने पर वोल्टता में वृद्धि (voltage rise) होती है, इसलिए धारा की दिशा में चलते समय परिपथ के प्रतिरोधों में वोल्टतापात ऋणात्मक लेना चाहिए; जबकि धारा की विपरीत दिशा में चलते समय प्रतिरोधों में वोल्टतापात धनात्मक लेना चाहिए। (चित्र 4.14 (a) व (b))।



चित्र 4.14

(iii) बैटरी में ऋणात्मक टर्मिनल से धनात्मक टर्मिनल की दिशा में बैटरी के विभव में वृद्धि होती है; जबकि धनात्मक टर्मिनल से ऋणात्मक टर्मिनल की दिशा में विभव में पतन होता है। इसलिए किसी विद्युत परिपथ को हल करते समय यदि बैटरी या प्रदाय का ऋणात्मक टर्मिनल पहले आता है तो बैटरी या प्रदाय विभव को धनात्मक लीजिए, अगर पहले धनात्मक टर्मिनल आता है तो विभव को ऋणात्मक लीजिए। (चित्र 4.15 (a) व (b))

YADAVRK100%

चित्र 4.15

उदाहरणत: चित्र 4.16, में दिए गए बन्द परिपथ (closed circuit) $ABCDA$ में भिन्न-भिन्न विभवों के बीजीय चिन्ह निम्नानुसार होंगे—

I_1R_1 − ऋणात्मक (विभवपात)

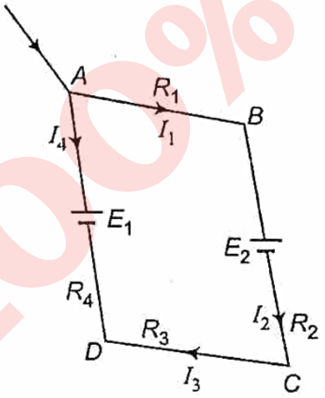
I_2R_2 − ऋणात्मक (विभवपात)

I_3R_3 − ऋणात्मक (विभवपात)

I_4R_4 + धनात्मक (विभव में वृद्धि)

E_2 − ऋणात्मक (विभवपात)

E_1 + धनात्मक (विभव में वृद्धि)



चित्र 4.16

इस परिपथ के लिए किरचॉफ नियम का प्रयोग करने पर—

$$-I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 + I_4R_4 + E_1 - E_2 = 0$$

या
$$-I_1R_1 - I_2R_2 - I_3R_3 + I_4R_4 = -E_1 + E_2$$

या
$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 - I_4R_4 = E_1 - E_2$$

§ 4.22 व्हीटस्टोन सेतु (Wheatstone's Bridge)

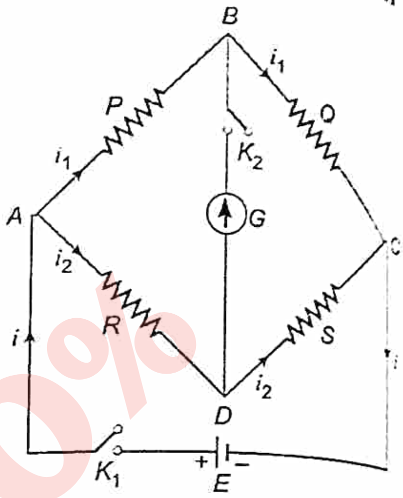
इंग्लैंड के वैज्ञानिक **प्रो० व्हीटस्टोन** ने प्रतिरोधों की एक विशेष व्यवस्था का आविष्कार किया जिसके द्वारा किसी चालक का प्रतिरोध ज्ञात किया जा सकता है। इस व्यवस्था को 'व्हीटस्टोन सेतु' कहते हैं।

इसमें चार प्रतिरोधों को श्रेणी क्रम में जोड़कर एक चतुर्भुज बनाते हैं। इस चतुर्भुज के एक विकर्ण में धारामापी, तथा दूसरे विकर्ण में एक सेल जोड़ देते हैं। अब यदि चतुर्भुज की चारों भुजाओं के प्रतिरोधों को इस प्रकार समायोजित किया जाए कि इस सेल द्वारा सेतु में वैद्युत धारा प्रवाहित करने पर धारामापी में कोई विक्षेप न हो तो सेतु संतुलित (balanced) कहा जाता है। इस दशा में चतुर्भुज की किन्हीं दो संलग्न भुजाओं के प्रतिरोधों का अनुपात, शेष दो संलग्न भुजाओं में लगे प्रतिरोधों के अनुपात के बराबर होता है।

अर्थात्
$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \qquad \text{... (23)}$$

चित्र 4.17 में चार प्रतिरोधों P, Q, R तथा S एक चतुर्भुज $ABCD$ की चार भुजाओं के रूप में जुड़े हैं। B और D के बीच में एक सुग्राही धारामापी, तथा A और C के बीच में एक सेल लगा है। K_1 व K_2 दो कुंजियाँ हैं। जब कुंजी K_1 को दबाकर सेल से i धारा प्रवाहित की जाती है तो बिंदु A पर यह धारा दो भागों में बंट जाती है। एक भाग i_1, भुजा AB में अर्थात् प्रतिरोध P में तथा दूसरा भाग i_2, भुजा AD में अर्थात् प्रतिरोध R में प्रवाहित होती है। प्रतिरोध P, Q, R, S के मान इस प्रकार समायोजित किए जाते हैं कि K_2 को दबाने पर धारामापी G में कोई विक्षेप (धारा प्रवाहित) न हो। स्पष्ट है कि इस दशा में विकर्ण BD में कोई धारा नहीं बहती। अत: P में बहने वाली धारा i_1, B पर आकर सारी धारा Q में चली जाती है। इसी प्रकार D पर सारी धारा i_2 भी S में चली जाती है और ये दोनों धारायें C पर मिलकर सेल के ऋणात्मक इलेक्ट्रोड की ओर चली जाती हैं।

VADAVRK100%



चित्र 4.17

माना बिन्दु A का विभव V_A, B का V_B, C का V_C और D विंदु का विभव V_D है।

अब A और B के बीच विभवान्तर ($V = iR$) से

$$V_A - V_B = i_1 P$$

और A तथा D के बीच विभवान्तर

$$V_A - V_D = i_2 R$$

इसलिए B और D के बीच विभवान्तर

$$(V_A - V_B) - (V_A - V_D) = i_1 P - i_2 R$$

या $$V_D - V_B = i_1 P - i_2 R$$

परन्तु ब्रिज के संतुलन (Balance) में होने पर गैल्वनोमीटर में कोई धारा नहीं वहती, जिसका अर्थ है कि B और D में विभवान्तर शून्य है, अन्यथा B और D के वीच धारा अवश्य बहती।

∵ $$V_D - V_B = 0$$

या $$i_1 P = i_2 R \quad \text{...(i)}$$

इसी प्रकार $$V_B - V_C = i_1 Q$$

तथा $$V_D - V_C = i_2 S$$

परंतु संतुलित अवस्था में $$V_B - V_D = 0$$

या $$i_1 Q = i_2 S \quad \text{...(ii)}$$

समीकरण (i) को (ii) के संगत पक्षों से भाग देने पर,

$$\frac{i_1 P}{i_1 Q} = \frac{i_2 R}{i_2 S}$$

या $$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

इस सूत्र से स्पष्ट है कि यदि प्रतिरोध P व Q का अनुपात तथा R ज्ञात हो तो अज्ञात प्रतिरोध S का मान ज्ञात किया जा सकता है, अर्थात्

$$S = R \times \left(\frac{Q}{P}\right) \quad \text{...(24)}$$

P व Q भुजाओं को 'अनुपाती भुजायें' (Ratio Arms), भुजा AD अर्थात् R वाली भुजा को ज्ञात भुजा (Known Arm) तथा S वाली भुजा अर्थात् DC भुजा को अज्ञात भुजा (Unknown Arm) कहते हैं।

व्हीटस्टोन ब्रिज के संतुलित हो जाने पर हम यदि सेल E व धारामापी G की स्थितियों को आपस में बदल दें तो ब्रिज की संतुलित अवस्था पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता। अत: ब्रिज की BD तथा AC भुजाओं को संयुग्मी भुजाएँ (Conjugate Arms) कहते हैं।

ब्रिज की सुग्राहिता—व्हीटस्टोन ब्रिज की सुग्राहिता चारों भुजाओं में जुड़े प्रतिरोधों के सापेक्ष मानों पर निर्भर करती है तथा ब्रिज की सुग्राहिता तभी अधिक होती है जब उसके चारों प्रतिरोध एक ही कोटि (Order) के होते हैं।

YADAVRK100%

व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धान्त पर प्रतिरोध नापने के निम्न दो व्यावहारिक यंत्र प्रयोग में लाये जाते हैं—

(i) पोस्ट ऑफिस बॉक्स (Post Office Box)

(ii) मीटर ब्रिज (Metre Bridge)

§ 4.23 किरचॉफ के नियम से व्हीटस्टोन ब्रिज के संतुलन का प्रतिबंध प्राप्त करना (To obtain Condition of Balanced Wheatstone Bridge using Kirchhoff's Law)

चित्र 4.18 के अनुसार बैटरी से निकलने वाली धारा i बिंदु A पर दो भागों i_1 तथा i_2 में विभक्त हो जाती है। प्रतिरोध P में i_1 धारा जबकि प्रतिरोध R में i_2 धारा बहती है। बिन्दु B पर i_1 धारा का कुछ भाग गैल्वेनोमीटर से होकर i_g के रूप में चला जाता है। इस प्रकार प्रतिरोध Q से $(i_1 - i_g)$ धारा बहती है। धारा i_2 तथा धारा i_g बिंदु D पर जुड़कर प्रतिरोध S से बहती है। अंत में धाराएँ $(i_1 - i_g)$ तथा $(i_1 + i_g)$ बिंदु C पर जुड़कर $(i_1 + i_2)$ या i बन जाती हैं।

बंद पाश $ABDA$ में, किरचॉफ का बंद पाश का नियम प्रयोग करने पर

$$-i_1 P - i_g G + i_2 R = 0 \qquad \text{... (i)}$$

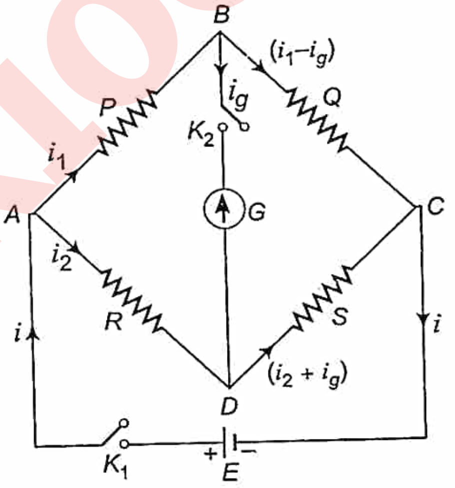
इसी प्रकार बंद पाश $BCDB$ के लिए

$$-(i_1 - i_g) Q + (i_2 + i_g) S + i_g G = 0 \qquad \text{... (ii)}$$

जब ब्रिज संतुलन में होता है तब गैल्वेनोमीटर G में कोई धारा नहीं प्रवाहित होती है अर्थात् $i_g = 0$, अतः समीकरण (i) तथा (ii) से

$$i_1 P = i_2 R \qquad \text{... (iii)}$$

$$i_1 Q = i_2 S \qquad \text{... (iv)}$$



चित्र 4.18

समीकरण (iii) तथा (iv) से

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

उदाहरण 8. दो सेल समान्तर क्रम में जुड़े हैं तथा 2 Ω प्रतिरोध वाले परिपथ में धारा प्रदान करते हैं। दोनों सेलों का वि.वा.बल क्रमशः 2·05 वोल्ट तथा 2·15 वोल्ट एवं आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 0·05 Ω तथा 0·04 Ω है। प्रत्येक सेल की धारा तथा विभवान्तर ज्ञात कीजिए।

हल—चित्रानुसार, माना 2·05 वोल्ट वाली बैटरी I_1 A तथा 2·15 V वाली बैटरी I_2 A धारा प्रदान करती है। इस प्रकार 2 Ω के प्रतिरोध में $I_1 + I_2$ धारा प्रवाहित होगी।

परिपथ $ABCDEFA$ में किरचॉफ का द्वितीय नियम लागू करने पर,

$$2(I_1 + I_2) + 0{\cdot}05 \times I_1 = 2{\cdot}05$$

या $$2I_1 + 2I_2 + 0{\cdot}05\, I_1 = 2{\cdot}05$$

या $$2{\cdot}05\, I_1 + 2I_2 = 2{\cdot}05 \qquad \text{... (i)}$$

अब परिपथ $BCDEB$ लेने पर

$$2(I_1 + I_2) + 0{\cdot}04 \times I_2 = 2{\cdot}15$$

या $$2I_1 + 2I_2 + 0{\cdot}04\, I_2 = 2{\cdot}15$$

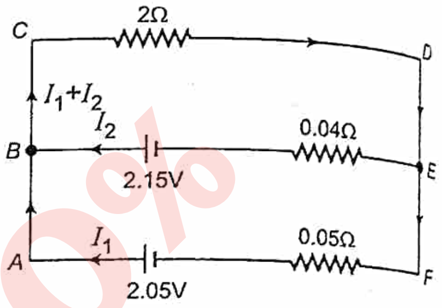
या $$2I_1 + 2{\cdot}04 I_2 = 2{\cdot}15 \qquad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) को 2 से तथा (ii) को 2·05 से गुणा करने पर

YADAVRK100k

$$4\cdot 1I_1 + 4I_2 = 4\cdot 1 \quad \text{...(iii)}$$

$$4\cdot 1I_1 + 4\cdot 182I_2 = 4\cdot 4075 \quad \text{...(iv)}$$



समीकरण (iii) से (iv) को घटाने पर

$$-0\cdot 182I_2 = -0\cdot 3075$$

या $$I_2 = \frac{0\cdot 3075}{0\cdot 182} = \mathbf{1\cdot 6896\ A}$$

I_2 का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$4\cdot 1I_1 + 4\times 1\cdot 6896 = 4\cdot 1$$

$$4\cdot 1I_1 + 6\cdot 7584 = 4\cdot 1$$

∴ $$4\cdot 1I_1 = 4\cdot 1 - 67584 = -2\cdot 6584$$

∴ $$I_1 = \frac{-2\cdot 6584}{4\cdot 1} = \mathbf{-\ 0\cdot 6483\ A}$$

(I_1 धारा कल्पना की गई दिशा के विपरीत बह रही है)

$$I_1 + I_2 = -0\cdot 6483 + 1\cdot 6896 = 1\cdot 0412$$

संयोजन के आर-पार विभवान्तर $= (I_1 + I_2)\times 2$

$= 1\cdot 0412 \times 2$

$= \mathbf{2\cdot 0824\ V}$

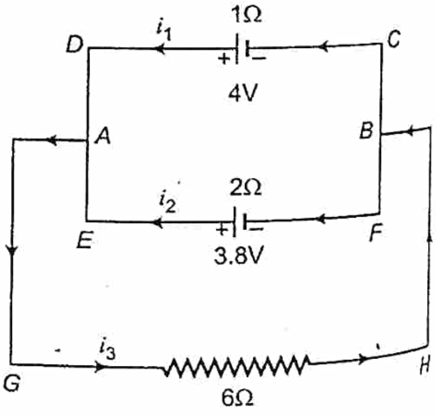
या संयोजन के आर-पार विभवान्तर $= V - I_1R$

$= 2\cdot 05 - (-0\cdot 6483 \times 0\cdot 05)$

$= 2\cdot 05 - (-0\cdot 0326)$

$= \mathbf{2\cdot 0826\ V}$

उदाहरण 9. चित्रानुसार सेलों के विद्युतवाहक बल क्रमशः 4 V तथा 3·8 V व आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 1 Ω तथा 2 Ω हैं। धारा i_1, i_2 व i_3 का मान निकालिए।



हल—बिन्दु A पर किरचॉफ के प्रथम नियम से,

$$i_1 + i_2 = i_3 \quad \text{...(1)}$$

बन्द पाश $DAGHBCD$ में किरचॉफ का दूसरा नियम लगाने से,

$$i_3 \times 6 + i_1 \times 1 = 4$$

या $$6i_3 + i_1 = 4 \quad \text{...(2)}$$

बन्द पाश $EAGHBFE$ में किरचॉफ का दूसरा नियम लगाने से,

$$i_3 \times 6 + i_2 \times 2 = 3\cdot 8$$

या $$6i_3 + 2i_2 = 3\cdot 8 \quad \text{...(3)}$$

समीकरण (1) से i_3 का मान समीकरण (2) में रखने पर

$$7i_1 + 6i_2 = 4 \quad \text{...(4)}$$

VODAVRK100%

समीकरण (1) से i_3 का मान समीकरण (2) में रखने पर

$$6i_1 + 8i_2 = 3{\cdot}8 \quad \ldots (5)$$

समीकरण (4) व (5) को हल करने पर,

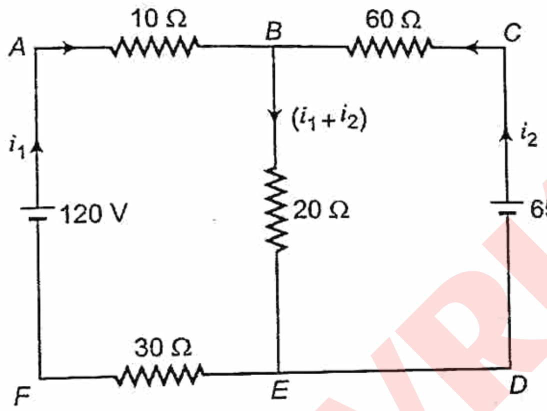
$$i_1 = 0{\cdot}46 \text{ A}, i_2 = 0{\cdot}13 \text{ A}$$

i_1 व i_2 के ये मान समीकरण (1) में रखने पर

$$i_3 = 0{\cdot}13 + 0{\cdot}46 = 0{\cdot}59 \text{ A}$$

अतः $i_1 = 0{\cdot}46$ **A**, $i_2 = 0{\cdot}13$ **A तथा** $i_3 = 0{\cdot}59$ **A**

उदाहरण 10. चित्र में दर्शाये गये परिपथ में 20 Ω के प्रतिरोध में धारा का मान ज्ञात कीजिए।



हल—बन्द परिपथ *ABEFA* में, किरचॉफ के दूसरे नियम से,

$$-10 \times i_1 + 20\,(i_1 + i_2) - 30 \times i_1 + 120 = 0$$

$$10 \times i_1 + 20\,(i_1 + i_2) + 30 \times i_1 = 120$$

$$10 \times i_1 + 20\,i_1 + 20i_2 + 30\,i_1 = 120$$

$$60i_1 + 20\,i_2 = 120$$

$$3i_1 + i_2 = 6 \quad \ldots\text{(i)}$$

इसी प्रकार बन्द परिपथ *CBEDC* में, किरचॉफ के दूसरे नियम से,

$$-60 \times 12 - 20\,(i_1 + i_2) + 65 = 0$$

$$60 \times i_2 + 20\,(i_1 + i_2) = 65$$

$$20i_1 + 80i_2 = 65$$

$$4i_1 + 16i_2 = 13 \quad \ldots\text{(ii)}$$

समीकरण (i) तथा (ii) को हल करने पर

$$3i_1 + i_2 = 6$$

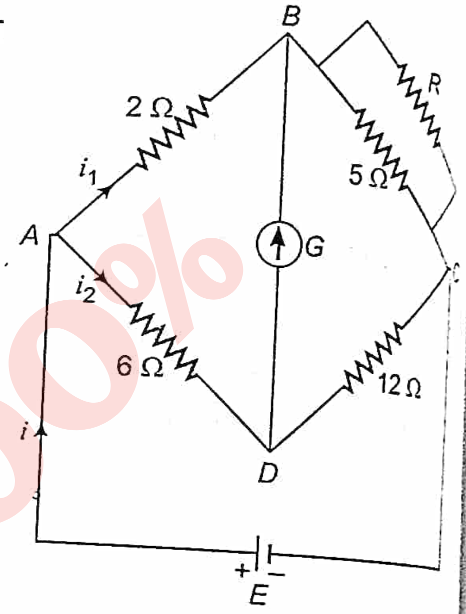
$$4i_1 + 16i_2 = 13$$

$$i_1 = 1{\cdot}8864 \text{ A}$$

$$i_2 = 0{\cdot}3409 \text{ A}$$

$$\mathbf{i_1 + i_2 = 2{\cdot}2273 \text{ A}}$$

उदाहरण 11. चित्र में दिए गए परिपथ में गैल्वेनोमीटर का पाठ शून्य है। प्रतिरोध R का मान ज्ञात करो।



हल—यदि गैल्वेनोमीटर का पाठ शून्य है तो इस दशा में यह संतुलित व्हीटस्टोन ब्रिज है।

अत: $$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \text{ से}$$

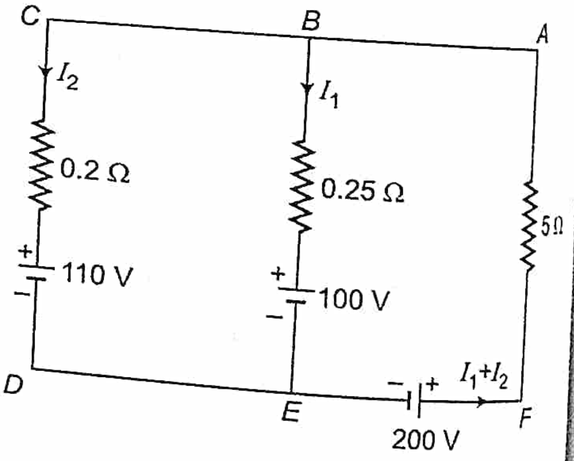
$$\frac{2}{\frac{5R}{5+R}} = \frac{6}{12}$$

या $$\frac{10+2R}{5R} = \frac{1}{2}$$

या $$20 + 4R = 5R$$

या $$\mathbf{R = 20\ \Omega}$$

उदाहरण 12. किरचॉफ के नियमों का प्रयोग करते हुए चित्र में दिये गये परिपथ की प्रत्येक शाखा में धारा निकालिए।



हल—परिपथ $ABEFA$ पर किरचॉफ के द्वितीय नियम से,

$$-0{\cdot}25\, i_1 - 100 + 200 - 5\,(i_1 + i_2) = 0$$

$$-0{\cdot}25\, i_1 + 100 - 5\, i_1 - 5\, i_2 = 0$$

$$5{\cdot}25\, i_1 + 5\, i_2 = 100 \quad \text{... (i)}$$

अब परिपथ $BCDEB$ लेने पर,

$$-0{\cdot}2\, i_1 - 110 + 100 + 0{\cdot}25\, i_1 = 0$$

$$0{\cdot}25\, i_1 - 0{\cdot}2 i_2 = 10 \quad \text{... (ii)}$$

समीकरण (i) को 0·04 से गुणा करने पर,

$$0{\cdot}21\, i_1 + 0{\cdot}2 i_2 = 4 \quad \text{... (iii)}$$

समीकरण (ii) तथा (iii) को जोड़ने पर

$$0{\cdot}46\, i_1 = 14$$

$\therefore$ $$i_1 = \frac{14}{0{\cdot}46} = \mathbf{30{\cdot}4348\ A}$$

i_1 का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$0{\cdot}25 \times 30{\cdot}43 - 0{\cdot}2\, i_2 = 10$$

$$7{\cdot}6075 - 0{\cdot}2\, i_2 = 10$$

$$-0{\cdot}2\, i_2 = 10 - 7{\cdot}6075$$

$$-i_2 = \frac{2{\cdot}3925}{0{\cdot}2}$$

YADAVRK100%

$$i_2 = -11{\cdot}9625\ \text{A}$$

(i_2 धारा कल्पना की गयी दिशा के विपरीत बह रही है)

$$EFAB \text{ में धारा } = i_1 + i_2$$

$$= 30 + (-11{\cdot}9625)$$

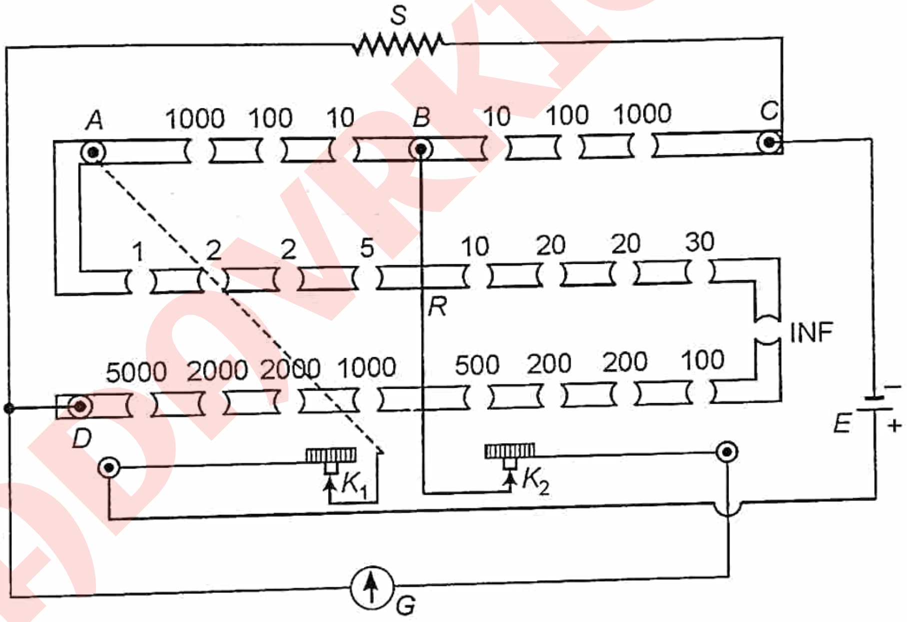
$$i = 18{\cdot}4723\ \text{A}$$

§ 4.24 पोस्ट ऑफिस बॉक्स (Post office box)

यह उपकरण डाकघरों में टेलीफोन अथवा टेलीग्राफ के तारों का प्रतिरोध ज्ञात करने या टूट जाने पर टूटने की स्थिति का पता लगाने के काम आता है, इसी कारण इसे पोस्ट ऑफिस बॉक्स कहते हैं।

सिद्धान्त—यह उपकरण व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

संरचना—यह एक प्रतिरोध बॉक्स की भाँति होता है, जिसमें दो अनुपाती भुजाएँ (ratio arms) AB व BC श्रेणीक्रम में जुड़ी होती हैं। इन भुजाओं में से प्रत्येक में 10, 100 व 1000 ओम के प्रतिरोध लगे होते हैं। तीसरी ज्ञात भुजा AD में 1 ओम से 5000 ओम तक के प्रतिरोध U–आकृति की पंक्ति में लगे होते हैं। AC व BD भुजाओं में एक–एक कुंजी लगाने के लिए A का सम्बन्ध दाब कुंजी K_1 से तथा B का सम्बन्ध दाब कुंजी K_2 से होता है। जिस तार का प्रतिरोध (S) अथवा विशिष्ट प्रतिरोध निकालना होता है उसे अज्ञात भुजा CD में जोड़ देते हैं। धारामापी G को कुंजी K_2 के द्वारा B व D के बीच, तथा सेल E को कुंजी K_1 के द्वारा A व C के बीच जोड़ देते हैं।



चित्र 4.19

कार्य सिद्धान्त—तार के प्रतिरोध S का मान निकालने के लिए अनुपाती भुजाओं AB व BC से 10–10 ओम के प्रतिरोध-प्लग निकाले जाते हैं। इससे इन भुजाओं के प्रतिरोधों P और Q का अनुपात 1 : 1 हो जाता है, अब ज्ञात भुजा AD में से किसी प्रतिरोध R का प्लग निकालकर, पहले सेल कुंजी K_1 को तथा फिर धारामापी की कुंजी K_2 को दवाते हैं। इससे धारामापी में विक्षेप उत्पन्न होता है। R का मान उत्तरोत्तर वढ़ाते हुए एक के अन्तर में दो ऐसे प्रतिरोध ज्ञात कर लेते हैं जिनके लिए पहले K_1 को तथा फिर K_2 को दबाने पर धारामापी में विपरीत दिशाओं में विक्षेप उत्पन्न हो। अज्ञात प्रतिरोध S का मान R के इन दो प्रतिरोधों के बीच होगा।

अव P का मान 100 ओम कर देते हैं तथा Q का 10 ओम ही रहने देते हैं जिससे कि P और Q का अनुपात 10 : 1 हो जाता है। AD भुजा में पुन: उत्तरोत्तर ऐसे दो प्रतिरोध ज्ञात करते हैं जिनके मान पहले दोनों प्रतिरोधों के 10 गुनों के बीच में हो तथा पहले कुंजी K_1 तथा फिर K_2 को दबाने पर धारामापी में विक्षेप विपरीत दिशाओं में हो। इससे अज्ञात प्रतिरोध S का मान दशमलव के एक अंक तक ज्ञात हो जाता है।

अन्त में P और Q का अनुपात 100 : 1 करके, R का ऐसा मान ज्ञात करते हैं कि धारामापी में कोई विक्षेप न हो। अविक्षेप स्थिति के लिए धारामापी का शंट हटा देते हैं। इससे S का मान दशमलव के दो अंक तक ज्ञात हो जाता है। तार की लम्बाई l मीटर पैमाने से, तथा तार की त्रिज्या r पेंचमापी से ज्ञात करके तार के पदार्थ के विशिष्ट प्रतिरोध (ρ) की गणना सूत्र द्वारा कर लेते हैं—

$$\rho = \frac{S \times \pi r^2}{l} \qquad \text{... (25)}$$

यदि l व r सेमीकरण में हों तो ρ का मान ओम-सेमी में प्राप्त होगा।

YADAVRK100%

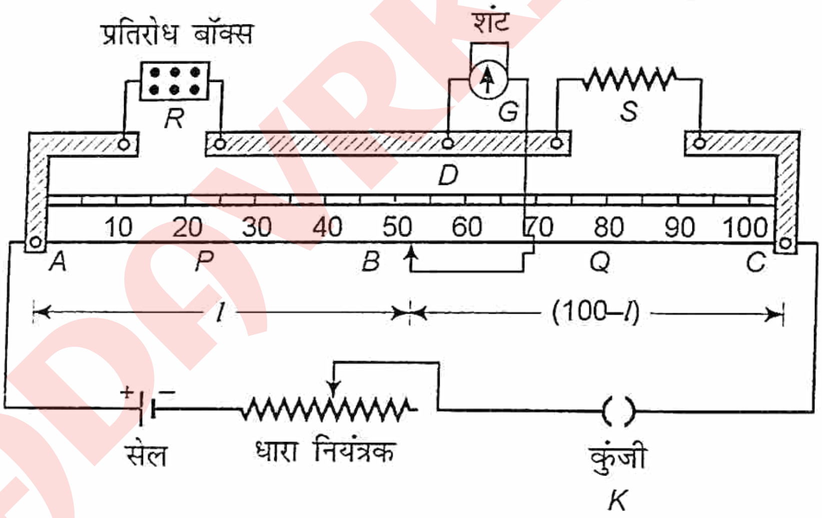
§ 4.25 मीटर-सेतु (Metre Bridge)

किसी चालक (तार) का प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त पर आधारित मीटर-सेतु एक सुग्राही यंत्र है। इसकी सुग्राहिता पोस्ट ऑफिस बॉक्स की अपेक्षा बहुत अधिक होती है।

सिद्धान्त—यह उपकरण व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

संरचना—मीटर-सेतु चित्र 4.20 में दिखाया गया है। AC, 1 मीटर लम्बा मैंगनिन अथवा कान्सटैन्टन का एक तार है जो लकड़ी के आधार पर मीटर पैमाने के सहारे लगा हुआ है। तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल एक समान है। तार के सिरे A व C, दो L के आकार में मुड़ी हुई ताँबे की पत्तियों से जुड़े हैं जिनके सिरों पर संबंधक पेंच लगे हैं। इन पत्तियों के बीच में दोनों ओर कुछ रिक्त स्थान छोड़कर एक तीसरी ताँबे की पत्ती है जिस पर तीन संबधक पेंच लगे रहते हैं। बीच वाले पेंच D को एक शंटयुक्त धारामापी G से जोड़कर एक सर्पी कुंजी (Sliding Jockey) B से जोड़ देते हैं जिसकी नोंक को तार पर खिसका कर कहीं भी स्पर्श करा सकते हैं।

कार्य सिद्धान्त—जिस तार का प्रतिरोध (S) ज्ञात करना होता है, उसे बिन्दु C और D के बीच के रिक्त स्थान में, तथा प्रतिरोध बक्स को A व D के बीच के रिक्त स्थान में लगा देते हैं। A व C के बीच एक सेल, धारा नियन्त्रक तथा कुंजी K सम्बन्धक पेंचों के द्वारा जोड़ देते हैं।



चित्र 4.20

प्रयोग में जब सर्पी कुंजी B सेतु के तार AC को किसी बिंदु पर छूती है तो तार दो भागों में बंट जाता है। ये दो भाग AB तथा BC, व्हीटस्टोन सेतु के P तथा Q प्रतिरोधों का कार्य करते हैं।

सबसे पहले प्रतिरोध बॉक्स में प्रतिरोध R निकालते हैं तथा कुंजी K को लगा देते हैं। अब सर्पी कुंजी को तार के सहारे खिसका कर ऐसी स्थिति प्राप्त करते हैं कि कुंजी को तार पर दबाने से धारामापी G में कोई विक्षेप उत्पन्न न हो। इस स्थिति में बिन्दु B व D एक ही विभव पर हैं तथा बिन्दु B को 'शून्य विक्षेप स्थिति' (null point) कहते हैं। तार के दोनों भागों, AB व BC की लम्बाइयाँ पैमाने पर पढ़ लेते हैं। मान लो तार की AB लम्बाई का प्रतिरोध P, तथा BC लम्बाई का प्रतिरोध Q है। तब व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त से,

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S} \qquad \text{... (i)}$$

मान लो AB लम्बाई l सेमी है तथा BC लम्बाई $(100 - l)$ सेमी होगी।

$\therefore$ AB का प्रतिरोध $\qquad P = \rho \frac{l}{A}$

YADAVRK100%

तथा BC का प्रतिरोध,

$$Q = \rho \frac{(100 - l)}{A}$$

जहाँ ρ (ओम-सेमी में) तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध है तथा A (सेमी^{2} में) तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल है।

इस प्रकार,

$$\frac{P}{Q} = \frac{l}{100 - l}$$

P/Q का यह मान समीकरण (i) में रखने पर,

$$\frac{l}{100 - l} = \frac{R}{S}$$

अथवा

$$S = R\left(\frac{100 - l}{l}\right) \quad \ldots (26)$$

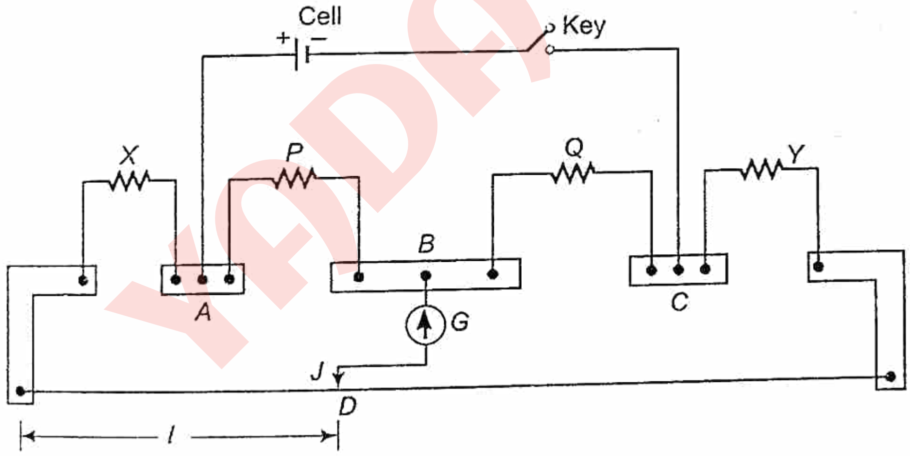
प्रतिरोध बॉक्स से भिन्न-भिन्न प्रतिरोध निकाल कर कई प्रेक्षण लेते हैं तथा प्रत्येक के लिए S का मान निकालकर S का मध्य ज्ञात करते हैं।

§ 4.26 कैरी-फोस्टर ब्रिज स्लाइड वायर ब्रिज (Carey-Foster Bridge Slide wire bridge)

संरचना (Construction)—कैरी-फोस्टर ब्रिज, मीटर ब्रिज का संशोधित स्वरूप है जिसमें चार गैप होते हैं जिनके बीच में प्रतिरोध जोड़े जा सकते हैं।

इस ब्रिज की सुग्राहिता तथा यथार्थता मीटर ब्रिज से अधिक होती है।

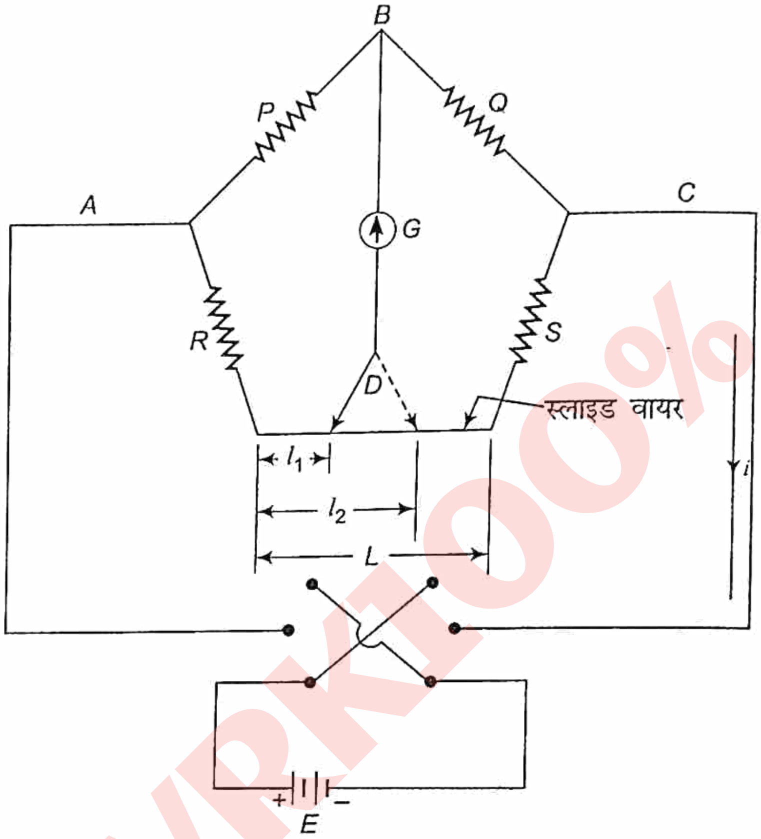
यह एक स्लाइड वायर ब्रिज (Slide wire bridge) होता है। इसका उपयोग दो लगभग समान प्रतिरोधों की तुलना करने के लिए किया जाता है जिनमें प्राय: एक स्टैण्डर्ड प्रतिरोध तथा दूसरा कोई प्रतिरोध होता है (चित्र 4.21)।



चित्र 4.21

कार्य सिद्धान्त—चित्र 4.22 में ब्रिज के कनैक्शन दिखाए गए हैं। ब्रिज में प्रतिरोधों R तथा S के मध्य L लम्बाई का स्लाइड वायर प्रयोग किया गया है। P, Q, R तथा S व्हीटस्टोन ब्रिज के समान प्रतिरोध हैं। ब्रिज द्वारा प्रतिरोध S तथा R में अन्तर स्लाइड वायर की प्रयुक्त लम्बाइयों के पदों में प्राप्त होता है।

सर्वप्रथम प्रतिरोध P तथा Q को इस प्रकार समायोजित किया जाता है कि P/Q का मान लगभग R/S के बराबर हो। ठीक संतुलन (exact balance) प्राप्त करने के लिए स्लाइड वायर के कान्टैक्ट D का समायोजन करते हैं। माना यह दूरी स्लाइड वायर के बायें सिरे से l_1 है। इसके पश्चात् प्रतिरोधों R एवं S को परस्पर बदल दिया जाता है तथा पुन: संतुलन प्राप्त किया जाता है। माना अब यह दूरी l_2 है।



चित्र 4.22

यदि स्लाइड वायर के प्रति एकांक लम्बाई का प्रतिरोध r है तब प्रथम संतुलन के लिए

$$\frac{P}{Q}=\frac{R+l_1 r}{S+(L-l_1)\,r} \qquad \text{...(i)}$$

तथा दूसरे सन्तुलन के लिए,

$$\frac{P}{Q}=\frac{S+l_2 r}{R+(L-l_2)\,r} \qquad \text{...(ii)}$$

समीकरण (i) से,

$$\frac{P}{Q}+1=\frac{R+l_1 r+S+(L-l_1)\,r}{S+(L-l_1)\,r}$$

$$\frac{P}{Q}+1=\frac{R+S+Lr}{S+(L-l_1)\,r} \qquad \text{...(iii)}$$

समीकरण (iii) से,

$$\frac{P}{Q}+1=\frac{S+l_2 r+R+(L-l_2)\,r}{R+(L-l_2)\,r}$$

$$\frac{P}{Q}+1=\frac{S+R+Lr}{R+(L-l_2)\,r} \qquad \text{...(iv)}$$

समीकरण (iii) तथा (iv) से,

$$S+(L-l_1)\,r=R+(L-l_2)\,r$$

YADAVRK100%

$$S - R = (l_1 - l_2)\, r$$

∴ ... (27)

इस प्रकार S तथा R के मध्य अन्तर स्लाइड वायर के प्रति एकांक लम्बाई प्रतिरोध के तथा सन्तुलन पर स्लाइड वायर की लम्बाइयों के अन्तर $(l_1 - l_2)$ के पदों में प्राप्त होता है।

स्लाइड वायर का अंशांकन (Calibration of Slide Wire)—स्लाइड वायर के प्रतिरोध r (resistance per unit length) को ज्ञात करने के लिए S अथवा R को एक ज्ञात प्रतिरोध से शन्ट करते हैं तथा संतुलन की लम्बाइयों का अन्तर $(l_1' - l_2')$ पुनः ज्ञात करते हैं।

माना प्रतिरोध S को एक ज्ञात प्रतिरोध द्वारा शन्ट किया जाता है तथा अब इसका नया प्रतिरोध (शन्ट करने पर) S' है।

अतः समीकरण (27) से,

$$S - R = (l_1 - l_2)\, r$$

तथा

$$S' - R = (l_1' - l_2')\, r$$

∴

$$\frac{S - R}{S' - R} = \frac{l_1 - l_2}{l_1' - l_2'}$$

अथवा

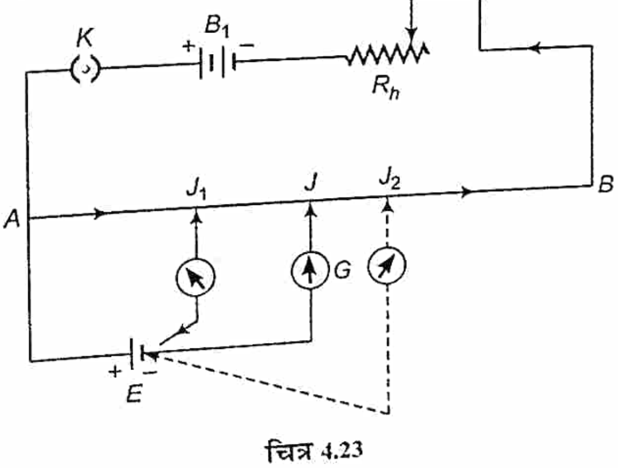
$$R = \frac{S\,(l_1' - l_2') - S'\,(l_1 - l_2)}{(l_1' - l_2' - l_1 + l_2)} \quad \text{... (28)}$$

समीकरण (28) से R तथा S की तुलना सीधे लम्बाई के पदों में होती है।

सामान्यतः प्रतिरोध R तथा S का उपयोग मापन के समय हाथ से नहीं किया जाता बल्कि इनको परस्पर बदलने के लिए एक स्विच का उपयोग किया जाता है।

§ 4.27 विभवमापी (Potentiometer)

यह किसी सेल का विद्युतवाहक बल (e.m.f.) अथवा उसका आन्तरिक प्रतिरोध अथवा किसी वैद्युत परिपथ के दो बिंदुओं के बीच के विभवान्तर को नापने का एक यथार्थ उपकरण है।



चित्र 4.23

संरचना एवं कार्य सिद्धान्त—इसमें मुख्यतः एक लम्बा व एक समान व्यास का धातु का प्रतिरोध तार AB (चित्र 4.23) होता है। इसका एक सिरा A एक संचायक बैटरी B_1 के धन ध्रुव से एक कुंजी (K) के साथ जुड़ा होता है। बैटरी का ऋण ध्रुव एक धारा नियंत्रक (R_h) के द्वारा तार के दूसरे सिरे B से जोड़ दिया जाता है। (धारा-नियंत्रक के द्वारा तार AB में धारा को घटाया अथवा बढ़ाया जा सकता है।) माना सेल E का विद्युतवाहक बल ज्ञात करना है। इसका धन सिरा तार के A सिरे से जुड़ा है तथा ऋण सिरा एक धारामापी G के द्वारा जॉकी J से जुड़ा होता है जो कि तार पर खिसका कर कहीं भी स्पर्श कराया जा सकता है।

बैटरी से विद्युत-धारा तार के सिरे A से सिरे B की ओर को बहती है। अतः A से B की ओर तार के प्रत्येक बिंदु पर वैद्युत विभव गिरता जाता है। अब माना कि जॉकी को तार के एक ऐसे बिंदु J_1 पर स्पर्श कराया जाता है कि A तथा J_1 के बीच विभवान्तर सेल E के विद्युतवाहक बल से कम है। चूँकि बिंदु A का विभव बिंदु J_1 के विभव से ऊँचा है; अतः बैटरी B_1 की धारा AEJ_1 मार्ग से धारामापी में प्रवाहित होगी। परन्तु सेल E का धन ध्रुव; बिंदु A से जुड़ा है, अतः सेल की धारा AJ_1E मार्ग से धारामापी में प्रवाहित होगी। स्पष्ट है कि ये दोनों धारायें परस्पर विपरीत दिशा में हैं। परन्तु चूँकि सेल का विद्युतवाहक बल बैटरी के कारण उत्पन्न A व J_1 के बीच के विभवान्तर से अधिक है, अतः सेल की धारा की प्रधानता होगी। अतः धारामापी में एक परिणामी धारा AJ_1E दिशा में प्रवाहित होगी तथा धारामापी की सुई एक ओर को विक्षेपित हो जाएगी।

इसके विपरीत यदि जॉकी को तार के एक ऐसे बिंदु J_2 पर स्पर्श करायें कि A तथा J_2 के बीच विभवान्तर सेल E के विद्युतवाहक बल से अधिक हो तो बैटरी B_1 की धारा की प्रधानता होगी। इस दशा में धारामापी में एक परिणामी धारा AEJ_2 दिशा में प्रवाहित होगी तथा धारामापी की सुई पहले से विपरीत दिशा में विक्षेपित हो जाएगी।

स्पष्ट है कि J_1 व J_2 के बीच एक ऐसा बिंदु J होगा जिस पर जॉकी को स्पर्श कराने से धारामापी में कोई विक्षेप नहीं होगा। बिंदु J को शून्य विक्षेप स्थिति (null point) कहते हैं। **इस दशा में बिंदु A व J के बीच का विभवान्तर, सेल के विद्युत वाहक बल के बराबर होगा।**

माना तार में बहने वाली धारा का मान i है तथा तार की 1 सेमी लम्बाई का प्रतिरोध ρ है। अत: यदि तार के भाग AJ की लम्बाई l हो तथा बिन्दु A व J के बीच विभवान्तर V हो, तो

$$V = \text{धारा} \times \text{प्रतिरोध}$$

$$= i \times l\rho$$

$$V = Kl \qquad \ldots (29)$$

जहाँ $K\ (= i\rho)$ तार की 1 सेमी लम्बाई के सिरों के बीच विभवान्तर है। इसे विभव प्रवणता (potential gradient) कहते हैं।

शून्य विक्षेप स्थिति में विभवान्तर V, सेल के विद्युतवाहक बल E के बराबर है। अत:

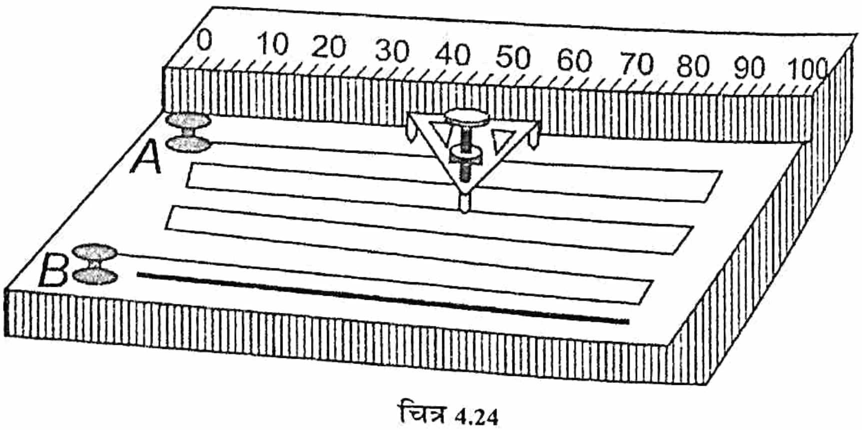
$$E = Kl \qquad \ldots (30)$$

विभव प्रवणता (K) का मान ज्ञात करने के लिए प्रमाणिक सेल (वेस्टन कैडमियम सेल जिसका विद्युतवाहक बल 1·0184 वोल्ट होता है) काम में लाते हैं।

इस सेल को E के स्थान पर लगाकर तार पर शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो तार की यह लम्बाई l' है तब $Kl' = 1{\cdot}0184$ अत: $K = 1{\cdot}0184 / l'$ वोल्ट/सेमी।

विभवमापी के तार की लम्बाई जितनी अधिक होगी उतनी ही तार की विभव प्रवणता* कम हो जाएगी। अत: शून्य विक्षेप स्थिति की दूरी (l) बढ़ जाएगी जिसे अधिक यथार्थता से नापा जा सकता है। अत: विभवमापी में बहुत लम्बा तार लगाया जाता है; परन्तु इस पूरे तार का व्यास एक समान होना चाहिए वरना K का मान तार पर सब जगह समान नहीं होगा।

रचना—प्रयोगिक कार्यों के लिए एक उच्च विशिष्ट प्रतिरोध तथा निम्न प्रतिरोध ताप गुणांक (temperature coefficient of resistance) की मिश्र धातु जैसे कान्सटेन्टन अथवा मैंगनिन का 4 से 12 मीटर तक लम्बा एकसमान व्यास का तार, एक-एक मीटर के समान्तर टुकड़ों के रूप में एक लकड़ी के तख्ते पर बिछा रहता है।



चित्र 4.24

ये तार ताँबे की मोटी पत्तियों द्वारा श्रेणी क्रम में जोड़े जाते हैं। इस लम्बे तार के सिरों A व B पर संयोजक पेंच लगे रहते हैं। तारों की लम्बाई के समान्तर एक मीटर पैमाना लगा रहता है जिस पर विसर्पी-कुंजी (जौकी) J की सहायता से शून्य विक्षेप स्थिति पढ़ी जाती है। (चित्र 4.24)

---

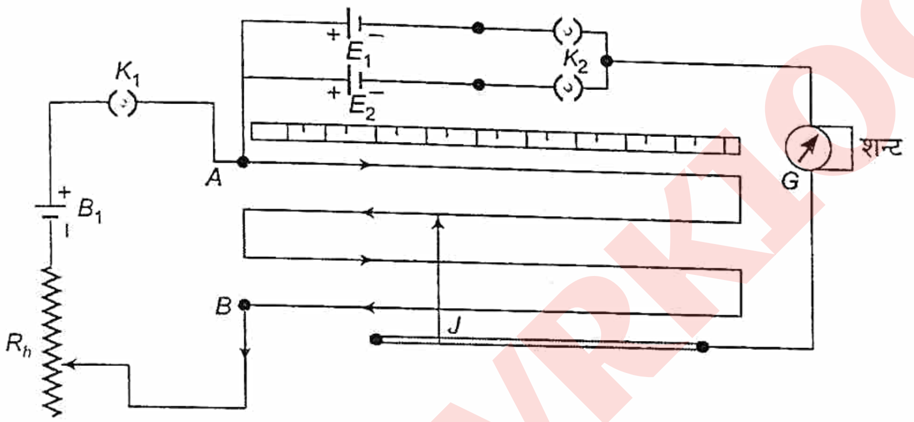
* यदि तार AB की लम्बाई l है तथा इसके सिरों के बीच विभवान्तर V है तब विभव प्रवणता $K = V / l$; अत: l जितनी बड़ी होगी, विभव प्रवणता उतनी ही कम होगी।

4.27.1 विभवामापी द्वारा दो सेलों के विद्युतवाहक बलों की तुलना करना

पहले विभवमापी के तार के सिरों A व B के बीच एक संचायक सेल B_1, धारा-नियंत्रक Rh तथा एक कुंजी K_1 जोड़ देते हैं (चित्र 4.25)। B_1 का धन सिरा तार के A सिरे से जोड़ा जाता है। अब जिन दो सेलों E_1 व E_2 के विद्युतवाहक बलों की तुलना करनी है, उनके धन सिरों को A से जोड़ देते हैं तथा ऋण सिरों को द्विमार्गी (double way) कुंजी K_2 के द्वारा एक शंटयुक्त धारामापी G से जोड़कर, जॉकी J से जोड़ देते हैं।

पहले कुंजी K_1 को लगाकर तार AB के सिरों के बीच विभवान्तर स्थापित करते हैं। अब कुंजी K_2 के द्वारा पहले सेल E_1 को परिपथ में डालते हैं और जॉकी के द्वारा शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो तार पर शून्य विक्षेप स्थिति की बिन्दु A से दूरी l_1 सेमी है, तब

$$E_1 = Kl_1$$



चित्र 4.25

जहाँ K तार की विभव प्रवणता है। इसी प्रकार दूसरी सेल E_2 को कुंजी K_2 के द्वारा परिपथ में डालकर शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो उसकी बिन्दु A से दूरी l_2 सेमी है। तब

$$E_2 = Kl_2$$

$$\therefore \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2} \qquad \text{... (31)}$$

इस सूत्र से $\frac{E_1}{E_2}$ की गणना कर सकते हैं।

यदि इनमें एक सेल प्रमाणिक सेल हो, जिसका विद्युतवाहक बल ज्ञात होता है, तो दूसरी सेल का विद्युतवाहक बल ज्ञात किया जा सकता है।

सावधानियाँ

(i) सभी सेलों के धन ध्रुव एक ही बिन्दु A से जुड़े होने चाहिएँ।

(ii) संचायक सेल B_1 का विद्युतवाहक बल सेल E_1 तथा E_2 दोनों के विद्युतवाहक बल से अधिक होना चाहिए; अन्यथा शून्य विक्षेप प्राप्त नहीं होगी।

(iii) तार का व्यास सर्वत्र समान होना चाहिए, अन्यथा विभव प्रवणता K का मान सभी जगह समान नहीं होगा।

(iv) तार में अधिक समय तक धारा प्रवाहित नहीं करनी चाहिए अन्यथा तार गर्म हो जाएगा और तार का प्रतिरोध बदलने के कारण विभव-प्रवणता बदल जाएगी।

YADAVRK100%

(v) एक सेल के बाद दूसरी सेल को शीघ्रता से वैद्युत परिपथ में लगाकर प्रेक्षण लेने चाहिएँ। इस बीच तार में बहने वाली धारा का मान नहीं बदलना चाहिए।

(vi) शून्य विक्षेप स्थिति के ज्ञात होने से पहले धारामापी के साथ शंट लगाना चाहिये। शून्य विक्षेप स्थिति के पास पहुँचने पर शंट हटा देना चाहिए।

(vii) तार पर जॉकी दबानी अथवा रगड़नी नहीं चाहिए अन्यथा तार का व्यास सर्वत्र समान नहीं रहेगा।

4.27.2 विभवमापी द्वारा किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध (Internal Resistance) ज्ञात करना

मान लिया किसी सेल का विद्युतवाहक बल E और आन्तरिक प्रतिरोध r है। यदि सेल को एक बाह्य प्रतिरोध R से जोड़ दिया जाए, तो परिपथ में बहने वाली धारा

$$i = \frac{E}{R + r}$$

अथवा $$E = i(R + r) \quad \text{...(i)}$$

यदि प्रतिरोध R के सिरों के बीच विभवान्तर V हो, तो

$$V = iR \quad \text{...(ii)}$$

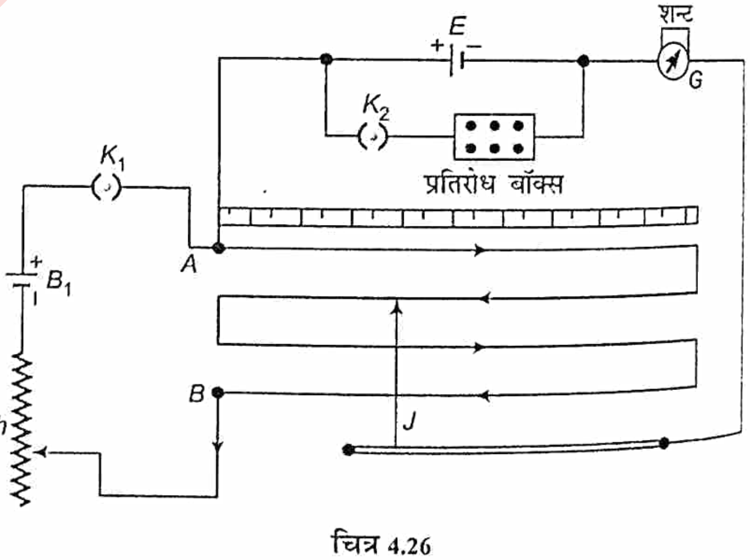
समीकरण (i) को (ii) से भाग देने पर,

$$\frac{E}{V} = \frac{R + r}{R}$$

$$\frac{E}{V} = 1 + \frac{r}{R} \quad \text{...(32)}$$

विभवमापी के द्वारा सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करने के लिए विभवमापी के तार के सिरों के बीच एक संचायक सेल B_1, धारा नियंत्रक Rh तथा कुंजी K_1 जोड़ देते हैं (चित्र 4.26)। सेल B_1 का धन सिरा A से जोड़ा जाता है। अब जिस सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना है उसके धन सिरे को बिन्दु A से तथा ऋण सिरे को एक शन्टयुक्त धारामापी G से जोड़कर जॉकी J से जोड़ देते हैं।

इस सेल के समान्तर क्रम में एक प्रतिरोध बॉक्स तथा एक कुंजी K_2 डाल देते हैं।



चित्र 4.26

पहले कुंजी K_1 को बन्द कर देते हैं तथा K_2 को खुली रहने देते हैं। अब जॉकी के द्वारा तार पर शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कर लेते हैं। मान लो इस स्थिति की बिन्दु A से दूरी l_1 सेमी है। चूँकि इस समय सेल खुले परिपथ पर है, अत: इसकी प्लेटों का विभवान्तर V इसके विद्युतवाहक बल E के बराबर है।

$$\therefore \quad E = K\,l_1 \quad \text{...(iii)}$$

जहाँ K तार पर विभव प्रवणता है।

YADAVRK100%

फिर प्रतिरोध बॉक्स में से कोई उचित प्रतिरोध R निकाल कर तथा कुंजी K_2 को भी बन्द करके, प्रतिरोध R के सिरों के बीच लगने वाले विभवान्तर V के लिए तार पर शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात करते हैं। मान लो इस स्थिति की A से दूरी l_2 सेमी है,

तब

$$V = K\, l_2 \qquad \text{... (iv)}$$

उपरोक्त दोनों समीकरण (iii) तथा (iv) से,

$$\frac{E}{V} = \frac{l_1}{l_2} \qquad \text{... (v)}$$

समीकरण (30) व (v) से,

$$1 + \frac{r}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

अथवा

$$\frac{r}{R} = \frac{l_1}{l_2} - 1$$

अथवा

$$r = R\left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) \qquad \text{... (31)}$$

इस समीकरण से, r के मान की गणना की जा सकती है। प्रतिरोध R का मान बदल-बदल कर l_1 व l_2 के कई मान ज्ञात किए जाते हैं और प्रत्येक से सेल के आन्तरिक प्रतिरोध की गणना करके औसत मान निकाल लेते हैं।

विभवमापी की वोल्टमीटर से श्रेष्ठता—

(i) यदि हम किसी सेल का विद्युतवाहक बल वोल्टमीटर से नापें तो हमें विद्युतवाहक बल का शुद्ध मान प्राप्त नहीं होगा। इसका कारण यह है कि जब वोल्टमीटर को सेल के सिरों से जोड़ा जाता है तो वह सेल से कुछ न कुछ धारा अवश्य लेता है; अर्थात् सेल खुले परिपथ (open circuit) पर नहीं रहती। इससे सेल के आन्तरिक प्रतिरोध में कुछ विभव पतन होने के कारण सेल के सिरों का विभवान्तर, विद्युतवाहक बल से कम हो जाता है। अतः वोल्टमीटर सेल की प्लेटों के बीच के विभवान्तर को नापता है जो कि विद्युतवाहक बल से कम होता है।

जब हम सेल का विद्युतवाहक बल विभवमापी से नापते हैं तो शून्य विक्षेप स्थिति में सेल के परिपथ में कोई धारा प्रवाहित नहीं होती अर्थात् सेल खुले परिपथ पर होती है। अतः इस स्थिति में सेल के विद्युतवाहक बल का वास्तविक मान प्राप्त होता है। इस प्रकार **विभवमापी अनन्त प्रतिरोध के आदर्श वोल्टमीटर के समतुल्य है।**

(ii) वोल्टमीटर द्वारा विद्युतवाहक बल नापने के लिए वोल्टमीटर में विक्षेप पढ़ना पड़ता है। विक्षेप को पढ़ने में त्रुटि हो सकती है। इसके विपरीत; विभवमापी द्वारा विद्युतवाहक बल अविक्षेप (null) विधि से नापा जाता है। इसमें तार पर शून्य विक्षेप स्थिति को पढ़ना होता है। शून्य विक्षेप स्थिति के पढ़ने में अधिक से अधिक 1 मिमी की त्रुटि हो सकती है। अधिक लम्बा तार लेने पर यह त्रुटि और भी कम हो सकती है।

4.28 विद्युत ऊर्जा की अन्य सभी प्रकार के ऊर्जा से श्रेष्ठता-लाभ (Advantages of Electrical Energy over Other Forms of Energy)

विद्युत ऊर्जा घरों तथा उद्योगों में अत्यधिक प्रयोग होने वाली ऊर्जा है। उत्पादन एवं उपयोग की दृष्टि से यह ऊर्जा अन्य दूसरे प्रकार की ऊर्जा (पेट्रोलियम पदार्थों के दहन से प्राप्त ऊर्जा, कोयला दहन से प्राप्त ऊर्जा इत्यादि से श्रेष्ठ है।

1. विद्युत ऊर्जा को स्वच्छ एवं प्रदूषण रहित ऊर्जा (clean and green energy) भी कहते हैं। स्वच्छ (clean) इसलिए क्योंकि इसका कोई द्वितीय उत्पाद (by-product) नहीं है तथा प्रदूषण रहित (green) इसलिए क्योंकि यह ऊर्जा पर्यावरण में कोई प्रदूषण नहीं फैलाती है साथ ही विद्युत ऊर्जा के उपयोग से पृथ्वी के किसी भी प्राकृतिक संसाधन के समाप्त होने का खतरा नहीं है यदि इसका उत्पादन जल शक्ति अथवा नाभिकीय शक्ति द्वारा किया जाये।

2. विद्युत ऊर्जा को बहुत ही सरलता से दूसरे प्रकार की ऊर्जा (यांत्रिक, ध्वनि, प्रकाश इत्यादि) में बदला जा सकता है।
3. उत्पादन, संचरण एवं उपयोग की दृष्टि से विद्युत ऊर्जा एक सस्ता विकल्प है।
4. विद्युत ऊर्जा का संचरण बहुत ही सरलता (conveniently) तथा दक्षता से (efficiently) किया जा सकता है।
5. विद्युत ऊर्जा पर नियन्त्रण एवं निगरानी सरलता से किया जा सकता है।

§ 4.29 दिष्ट धारा परिपथ के अनुप्रयोग (Application of Direct Current (D.C.) circuit)

सामान्यतया विद्युतिक तथा इलेक्ट्रॉनिक उपकरण दिष्ट धारा परिपथ (DC circuit) के परिचालन पर आधारित होते हैं। प्रत्यावर्ती धारा (alternating current AC) का ध्रुवण लगातार बदलते रहने के कारण अति सुग्राही सतत् कार्यशील मशीनों (highly sensitive continuous working machines) में इनका अनुप्रयोग नहीं किया जाता है। इसी कारण कैथोड किरण नलिका (cathode ray tube-CRO), दूरदर्शन (television -TV), दृश्य एवं श्रवण (Audio and Video) एवं संगणक (computers) इत्यादि के परिचालन में दिष्ट धारा परिपथ (direct current circuit DC circuit) का उपयोग किया जाता है।

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 13. एक तार का प्रतिरोध 16 ओम है। इसे पिघलाकर पहले से आधी लम्बाई का तार खींचा जाता है। नए तार का प्रतिरोध क्या होगा? **(UPBTE 1999)**

हल—माना कि प्रारम्भिक तार की लम्बाई l_1 तथा अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A_1 है, प्रतिरोध R_1 है तथा तार की लम्बाई में परिवर्तन करने के पश्चात् लम्बाई l_2, अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A_2 है तथा प्रतिरोध R_2 है।

चूँकि तार की अवस्था में परिवर्तन करने के पश्चात् भी इसके आयतन में परिवर्तन नहीं होता है।

अत:
$$l_1A_1 = l_2A_2$$

या
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{l_1}$$

∵
$$R_1 = \rho\frac{l_1}{A_1} \quad \text{...(i)}$$

तथा
$$R_2 = \rho\frac{l_2}{A_2} \quad \text{...(ii)}$$

समीकरण (ii) को (i) से भाग देने पर

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho\frac{l_2}{A_2}}{\rho\frac{l_1}{A_1}}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1} \times \frac{A_1}{A_2} \quad \text{...(iii)}$$

प्रश्नानुसार,

$$l_1 = 2l_2 \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \frac{1}{2} \quad \text{...(iv)}$$

अत:
$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{l_2}{2l_2} = \frac{1}{2} \quad \text{...(v)}$$

समीकरण (iii) में रखने पर

$$R_2 = R_1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

YADAVBOOK

या $$R_2 = \frac{16}{4}$$

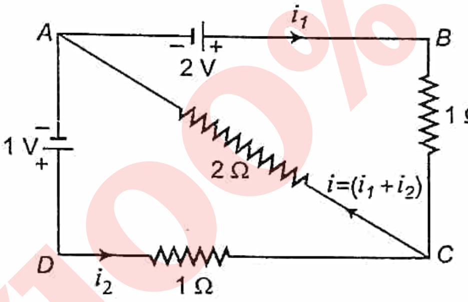
∴ $$R_2 = 4\,\Omega$$

उदाहरण 14. किरचॉफ के नियमों की सहायता से निम्न परिपथ में 2 Ω प्रतिरोध में जाने वाली धारा की गणना कीजिए।

(UPBTE 1998)

हल—माना परिपथ में धारा प्रवाह की दिशा चित्रानुसार है। मेश (mesh) $ABCA$ में किरचाफॅ के नियम से,

$$2 = 1 \times i_1 + 2 \times (i_1 \times 2_2) \quad \text{... (1)}$$



इसी प्रकार मेश (mesh) $ADCA$ में,

$$1 = 1 \times i_2 + 2 \times (i_1 + i_2) \quad \text{... (2)}$$

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$3 = i_1 + i_2 + 4\,(i_1 + i_2)$$

या $$i = i_1 + i_2 = \frac{3}{5}$$

$$\boldsymbol{i = 0 \cdot 6\ A}$$

उदाहरण 15. एक मीटर लम्बे नार वाले मीटर ब्रिज के एक प्रयोग में संतुलन बिन्दु सिरे से 45 cm पर आता है। प्रयोगाधीन दोनों प्रतिरोधों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—माना प्रयोगाधीन दोनों प्रतिरोध के मान क्रमश: P तथा Q हैं, तो ब्रिज सूत्र से

$$\frac{P}{Q} = \frac{l}{(100 - l)} \text{ में}$$

$l = 45$ cm तथा $100 - l = (100 - 45) = 55$ cm प्रयोग करने पर

$$\frac{P}{Q} = \frac{45}{55} = \frac{9}{11}$$

$$\boldsymbol{P : Q = 9 : 11}$$

उदाहरण 16. दो सेलों के श्रेणी क्रम संयोग का विद्युतवाहक बल विभवमापी तार के 20 cm लम्बाई पर संतुलित होता है। जब निर्बल सेल के ध्रुवों को पलट देते हैं तो सन्तुलन बिन्दु 8 cm लम्बाई पर आता है। उनके वि० वा० बलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल—माना कि विभवमापी के तार पर विभव प्रवणता, K वोल्ट/सेमी तथा सेलों के विद्युतवाहक बल (e.m.f.) क्रमश: E_1 तथा E_2 हैं। जब दोनों सेल श्रेणी क्रम (series) मे जोड़े जाते हैं तो उनका

तुल्य वि० वा० बल (e.m.f.) $= E_1 + E_2$ volt

या $$E_1 + E_2 = K \times 20 \quad \text{...(1)}$$

जब निर्बल सेल की ध्रुवता पलट दी जाती है

तुल्य विद्युतवाहक बल (e.m.f.) $= E_1 - E_2$

$$E_1 - E_2 = K \times 8 \quad \text{...(2)}$$

समीकरण (1) को (2) से भाग देने पर

$$\frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2} = \frac{K \times 20}{K \times 8}$$

या $$\frac{E_1 + E_2}{E_1 - E_2} = \frac{5}{2}$$

या $$5E_1 - 5E_2 = 2E_1 + 2E_2$$

या $$3E_1 = 7E_2$$

या $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{7}{3}$$

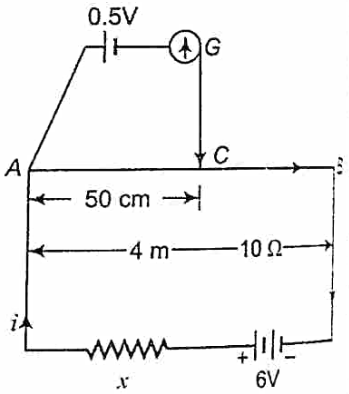
या $$E_1 : E_2 = 7 : 3$$

उदाहरण 17. एक विभवमापी में 4 m तथा 10 Ω प्रतिरोध का तार AB लगा है। इसके सिरों से 6 V की बैटरी एक श्रेणी क्रम में अज्ञात प्रतिरोध x सहित चित्र के अनुसार जोड़ी गई है। यदि 0.5 V विभव तार की 50 cm लम्बाई पर संतुलित हो तो प्रतिरोध x ज्ञात कीजिए। **(UPBTE 2001)**

हल—प्रश्नानुसार, ज्ञात है :

$$\text{प्रतिरोध} = 10\ \Omega,\ \text{तार की लम्बाई} = 4\text{ m} = 400\text{ cm}$$

$$V = 6\text{ volt},\ \text{प्रतिरोध } x = ?$$



अब तार में कुल प्रतिरोध $$R_1 = (10 + x)\ \Omega$$

लेकिन तार AB में धारा $$i = \frac{V}{R_1} = \frac{6}{10 + x}\ \text{A}$$

अब $$\text{विभवान्तर} = i \times R = \left(\frac{6}{10 + x}\right) \times 10$$

लेकिन विभव प्रवणता (Potential Gradient) $$= \frac{\text{विभवान्तर}}{\text{तार की लं० में अन्तर}}$$

$$= \frac{\left(\frac{6}{10 + x}\right) \times 10}{400} = \frac{6}{40\,(10 + x)}\ \text{V/cm}$$

A तथा C के बीच विभवान्तर = प्रवणता × AC लम्बाई

$$0{\cdot}5 = \frac{6}{(10 + x)\,40} \times 50$$

या $$4\,(10 + x) \times 0{\cdot}5 = 6 \times 5$$

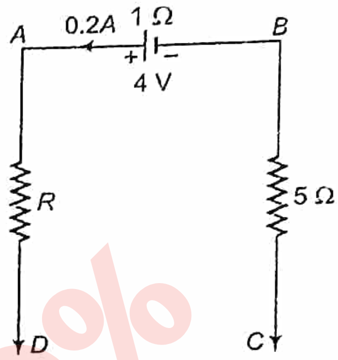
या $$2x = 30 - 20$$

$$x = 5\ \Omega$$

उदाहरण 18. विद्युत परिपथ सम्बन्धी किरचॉफ के नियमों का उल्लेख कीजिए। नीचे दर्शाये गए परिपथ में— (i) प्रतिरोध (ii) बिन्दु B पर विभव की गणना कीजिए।

हल—प्रश्न के द्वितीय भाग का हल : दिए हुए चित्र के अनुसार जब गेल्वेनोमीटर G से कोई भी धारा नहीं बहती है तब व्हीटस्टोन ब्रिज को संतुलित होना कहते हैं अन्यथा यह असंतुलित होता है। माना बंद परिपथ में clockwise दिशा में बहने वाली सभी धाराएँ धनात्मक तथा $ABDA$ परिपथ संतुलित हैं। चित्रानुसार बिन्दु D तथा C, earth किए हुए हैं, इसलिए $ABCD$ एक पूर्ण परिपथ है।

YADAVRK100%



$ABCD$ में कुल प्रतिरोध $\quad R' = (R+5)+1$

(i) अब ओम के नियम से, $\quad V = iR'$

या $\quad i = \frac{V}{R'}$

या $\quad i = \frac{V}{(R+5)+1} \quad$ ...(i)

[जहाँ पर E = सैल का e.m.f. है]

लेकिन $i = 0{\cdot}2$ A तथा $E = 4$ V दिया है।

समीकरण (i) में E तथा i के मान रखने पर

$$0{\cdot}2 = \frac{4}{(R+5)+1}$$

या $\quad 0{\cdot}2\,(R+6) = 4$

या $\quad 0{\cdot}2R = 4 - 1{\cdot}20$

या $\quad R = \frac{2{\cdot}80}{0{\cdot}2}$

$$\mathbf{R = 14\,\Omega}$$

(ii) ओम के नियमानुसार, B तथा C के बीच विभवान्तर

$$V_c - V_B = i \times R'$$

$0 - V_B = 0{\cdot}2 \times 5 \quad$ [$V_c = 0$, earth V_c का विभव शून्य होता है तथा $R' = 5\,\Omega$]

$V_B = 1{\cdot}00$ वोल्ट

$\therefore$ **विन्दु B पर विभव $V_B = 1$ V**

उदाहरण 19. एक विभवमापी तार की मूल आवश्यकताएँ क्या हैं? चित्र में 1 m लम्बाई और 10 Ω प्रतिरोध का एक विभवमापी तार दिखाया गया है जिसके सिरों से 2 V e.m.f. और नगण्य प्रतिरोध की बैटरी अज्ञात प्रतिरोध R को श्रेणी क्रम में लेते हुए जोड़ी गई है। यदि 0·5 V का सेल तार की 60 cm लम्बाई पर सन्तुलित होती है, तो 'R' की गणना करो।

(UPBTE 2009)

हल—विभवमापी तार की निम्नलिखित मूल आवश्यकताएँ हैं—

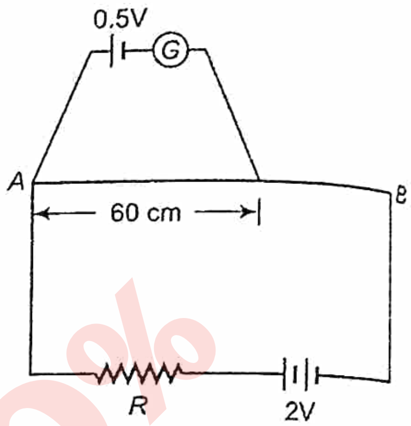
(1) तार की लम्बाई अधिक नहीं होना चाहिए क्योंकि तार की अधिक लम्बाई होने से विभवमापी तार की विभव प्रवणता घट जाती है।

(2) तार के काट का क्षेत्रफल, इसकी पूर्ण लम्बाई पर एक समान होना चाहिए अन्यथा तार की विभव प्रवणता इसकी पूरी लम्बाई के लिए एक समान नहीं होगी क्योंकि विभव प्रवणता

$$K = \frac{V}{l}$$

(3) विभव तार मिश्रधातु का वना होना चाहिए तथा निम्न ताप गुणांक वाला होना चाहिए तथा इसका specific resistance अधिक होनी चाहिए जैसे मेंगनिन।

YADAVRK100%



प्रश्नानुसार, दिया है :

तार की लम्बाई $l = 1\text{ m} = 100\text{ cm}$

तार का प्रतिरोध $R_1 = 10\,\Omega$, e.m.f. $= 2$ V

अज्ञात प्रतिरोध $R = ?$

AB तार में बहने वाली विद्युत धारा (सेल से)

$$I = \frac{V}{R + R_1} = \frac{2}{R + 10} \quad \text{... (i)}$$

तार AB के सिरों पर विभवान्तर

$$V = I \times R_1$$

अत: समीकरण (i) से,

$$V = \frac{2}{R+10} \times 10 = \frac{20}{R+10} \quad \text{... (ii)}$$

AB तार की विभव प्रवणता

$$K = \frac{V}{l} \text{ या } K = \frac{V}{100}$$

समीकरण (ii) से V का मान रखने पर,

$$K = \frac{20}{100\,(R+10)} = \frac{1}{5(R+10)}$$

अत: सेल का e.m.f. $E = K \times l_1$

$$0 \cdot 5 = \frac{1}{5\,(R+10)} \times 60 = \frac{12}{R+10} \qquad [\because l_1 = 60\text{ cm and } E = 0 \cdot 5 \text{ volt}]$$

या $0 \cdot 5\,(R+10) = 12$

या $\mathbf{R = 14\,\Omega}$

उदाहरण 20. मीटर ब्रिज के एक प्रयोग में संतुलन बिन्दु सिरे से 30 cm पर आता है। प्रयोगाधीन दोनों प्रतिरोधों का अनुपात ज्ञात करो।

हल—यहाँ $l = 30$ cm तथा $100 - l = 70$ cm

माना प्रयोगाधीन दोनों प्रतिरोधों के मान क्रमश: P और Q हैं तो मीटर ब्रिज के सूत्र

$$\frac{P}{Q} = \frac{l}{(100 - l)} \text{ से,}$$

अत:

$$\frac{P}{Q} = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$$

$\therefore$ अनुपात $= 3 : 7$

उदाहरण 21. मीटर ब्रिज के बाएँ गैप में 22 Ω का प्रतिरोध तथा दाएँ गैप में अज्ञात प्रतिरोध x लगा है। मीटर ब्रिज 35 cm के निशान पर संतुलित है। x का मान ज्ञात कीजिए। यदि 22 Ω व x की स्थितियाँ आपस में बदल दी जाएँ तो नया संतुलित बिन्दु किस निशान पर प्राप्त होगा?

YADAVRK100%

हल—
$$R = 22\,\Omega,\; l = 35 \text{ cm}$$
$$\frac{R}{x} = \frac{l}{(100-l)}$$
$$\frac{22}{x} = \frac{35}{(100-35)}$$

या
$$x = \frac{22 \times 65}{35} = \mathbf{40 \cdot 85\,\Omega}$$

स्थितियाँ बदल देने पर माना नया संतुलन l_1 cm पर प्राप्त होता है, तो
$$\frac{l_1}{100-l_1} = \frac{40 \cdot 85}{22}$$

अतः नया संतुलन बिन्दु $l_1 = 64 \cdot 99$ cm

उदाहरण 22. एक विभवमापी के तार की लम्बाई 10 मीटर है। तार में स्थिर धारा प्रवाहित करके सर्पी कुंजी को 1·018 V वि०वा० बल वाले प्रमाणिक सेल से जोड़ने पर अविक्षेप बिन्दु 850 cm की दूरी पर प्राप्त होता है। गणना कीजिए (i) तार में विभव प्रवणता (ii) विभवमापी द्वारा अधिक से अधिक कितना वि०वा० बल मापा जा सकता है?

हल—(i) यदि वि०वा० बल E वाले सेल से अविक्षेप बिन्दु तार की l दूरी पर मिले, तब
$$E = Kl$$
जहाँ K विभव प्रवणता है। दिए गए मान रखने पर
$$K = \frac{E}{l} = \frac{1 \cdot 018 \text{ V}}{850 \text{ cm}} = 1 \cdot 2 \times 10^{-3} \text{ V/cm}$$
$$\mathbf{K = 1 \cdot 2 \times 10^{-3} \text{ V/cm}}$$

(ii) विभवमापी द्वारा मापा जा सकने वाला अधिक से अधिक वि० वा० बल

= विभवमापी के तार के सिरों के बीच विभवान्तर

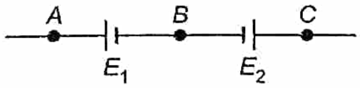
= विभव प्रवणता × तार की लम्बाई

$= 1 \cdot 2 \times 10^{-3} \times 1{,}000$

$= \mathbf{1 \cdot 2 \text{ V}}$

उदाहरण 23. चित्रानुसार बिंदु A व B के बीच एक विभवमापी को लगाकर संतुलन बिन्दु 203·6 cm पर मिलता है। B पर जुड़ा विभवमापी का सिरा C से जोड़ने पर संतुलन बिन्दु 24·6 cm पर मिलता है। अब विभवमापी को B व C के बीच जोड़ें तो संतुलन बिन्दु कहाँ पर मिलेगा?

हल—माना कि AB के बीच सेल का वि० वा० बल E_1 वोल्ट तथा BC के बीच E_2 वोल्ट है तथा विभवमापी के तार पर विभव प्रवणता K है। अतः A तथा B के बीच वि० वा० बल



$$E_1 = K \times 203 \cdot 6 \text{ V}$$

चित्र एवं प्रश्नानुसार

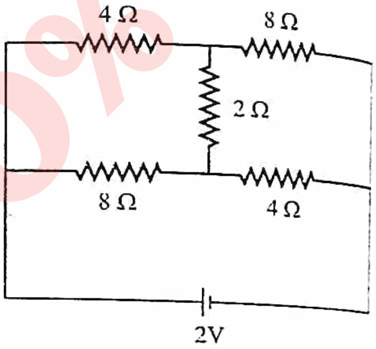
AC के बीच वि० वा० बल $= E_1 - E_2 = K \times 24 \cdot 6$ V
$$(K \times 203 \cdot 6) - (K \times x) = K \times 24 \cdot 6$$
$$x = 203 \cdot 6 - 24 \cdot 6$$
$$= 179 \cdot 0 \text{ cm}$$

अतः विभवमापी को B व C के बीच जोड़ने पर संतुलन बिन्दु 179·0 cm पर मिलेगा।

YADAVRK100%

उदाहरण 24. किरचॉफ के नियमों के द्वारा, चित्र में दर्शाये गये परिपथ में 2 Ω प्रतिरोध से प्रवाहित धारा की गणना कीजिए। (UPBTE 2014)

हल—माना कि सेल से ली जाने वाली धारा i है। यदि इस धारा को परिपथ की प्रत्येक शाखा में किरचॉफ के प्रथम नियम (KCL) के अनुसार वितरित कर दिया जाय तो दिये गये परिपथ का तुल्य परिपथ निम्न प्रकार प्राप्त होगा—



बन्द पाश $ABDA$ के लिए, किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$-4i_2 + (-2i_2) + 8(i - i_1) = 0$$

अथवा $$12i_1 + 2i_2 = 8i \quad \ldots (1)$$

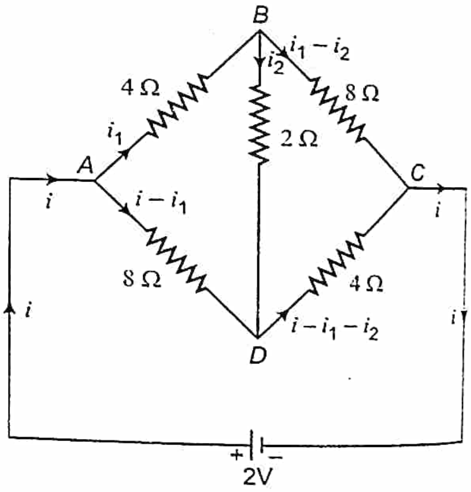
बन्द पाश $BDCB$ के लिए, किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$-2i_2 + \{-4(i - i_1 + i_2)\} + 8(i_1 - i_2) = 0$$

अथवा $$12i_1 - 14i_2 = 4i \quad \ldots (2)$$

समीकरण (1) तथा (2) को हल करने पर,

$$i_1 = \frac{5}{8}i \quad \text{तथा} \quad i_2 = 0\cdot25i$$



अब बन्द पाश $ADCA$ के लिए, किरचॉफ के वोल्टेज नियम से,

$$-8(i - i_1) + \{-4(i - i_1 + i_2)\} + 2 = 0$$

अथवा $$12i - 12i_1 + 4i_2 = 2$$

अथवा $$12i - 12\left(\frac{5}{8}i\right) + 4(0\cdot25i) = 2$$

अथवा $$5\cdot5i = 2$$

अथवा $$i = \frac{2}{5\cdot5} = 0\cdot3636 \text{ A}$$

∴ 2 Ω प्रतिरोध में धारा,

$$i_2 = 0\cdot25\, i$$
$$= 0\cdot25 \times 0\cdot3636 \text{ A}$$
$$= 0\cdot0909 \text{ A}$$

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. **धारा**—आवेश प्रवाह की दर को धारा कहते हैं। इसलिए

$$i = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t}, \text{ **मात्रक**-ऐम्पियर}$$

2. दिष्ट धारा परिपथ में प्रवाहित होने वाली विद्युत धारा का स्रोत सेल या बैटरी होती है।
3. **ओम का नियम**—ओम के नियमानुसार —"यदि किसी चालक की भौतिक अवस्था (ताप, दाब व आयतन) अपरिवर्तित रहे तो चालक के सिरों पर लगाया गया विभवान्तर (V), चालक में प्रवाहित धारा (i) के समानुपाती होता है।" अत:

$$V \propto i \quad \text{या} \quad V = Ri$$

या $$R = \frac{V}{i},$$ जहाँ R चालक का विद्युत प्रतिरोध है।

4. धात्वीय चालक का प्रतिरोध ताप बढ़ने के साथ बढ़ता है।
5. किसी चालक का विशिष्ट प्रतिरोध ρ, उस चालक के 1मी^{2} क्षेत्रफल तथा 1 मीटर लम्बाई के तार के प्रतिरोध के बराबर होता है। अत:

YADAVRK100%

$$\rho = \frac{RA}{l}, \quad \text{यदि } A = 1\text{मी}^2 \text{ तथा } l = \text{मी}$$

तो $\rho = R$

6. किसी परिपथ में धारा,

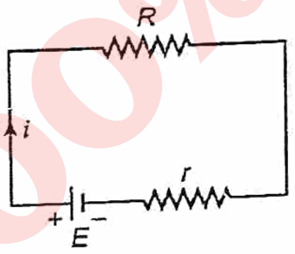
$$i = \frac{E}{R + r}$$

सेल का टर्मिनल विभवान्तर,

$$V = E - ir$$

सेल का आन्तरिक प्रतिरोध—

$$r = \left(\frac{E}{V} - 1\right)R$$



7. R_1 व R_2 के श्रेणी क्रम में संयोजित होने पर तुल्य प्रतिरोध—

$$R = R_1 + R_2$$

8. R_1 व R_2 के समान्तर क्रम में संयोजित होने पर तुल्य प्रतिरोध—

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

9. किसी ताप (t) पर प्रतिरोध—

$$R_t = R_0\,(1 + \alpha t),$$

जहाँ α = प्रतिरोध ताप गुणांक

10. धारा का ऊष्मीय प्रभाव—

$$H = W = i^2 Rt = \frac{V^2}{R}t = Vit$$

11. विद्युत सामर्थ्य—

$$P = i^2\, R = \frac{V^2}{R} = Vi$$

$\left(\text{यूनिट} = \frac{Vit}{1000}\right)$

12. **किरचॉफ के नियम**—किरचॉफ के निम्नलिखित दो नियम हैं—

(i) **धारा सम्बन्धी नियम**—इस नियम के अनुसार, "विद्युत परिपथ में किसी भी सन्धि पर मिलने वाली समस्त धाराओं का बीजगणितीय योग शून्य होता है।" अत:

$$\sum i = 0$$

(ii) **वोल्टता सम्बन्धी नियम**—इस नियम के अनुसार, "किसी बन्द पाश में विद्युतवाहक बलों का बीजगणितीय योग, प्रतिरोध तथा उसमें बहने वाली धारा के बीजगणितीय योग के बराबर होता है।" यह ऊर्जा संरक्षण पर आधारित है। अत:

$$\sum iR = \sum E$$

13. व्हीटस्टोन सेतु (ब्रिज) के लिए संतुलन का प्रतिबन्ध—

$$\frac{P}{Q} = \frac{R}{S}$$

14. मीटर ब्रिज का सन्तुलन यदि l cm पर प्राप्त हो तो—

$$\frac{l}{100 - l} = \frac{R}{S}$$

15. पोस्ट ऑफिस बाक्स द्वारा तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध—

$$\rho = S\frac{\pi r^2}{l}$$

YADAVRK100%

16. विभवमापी में—

$$E = Kl$$

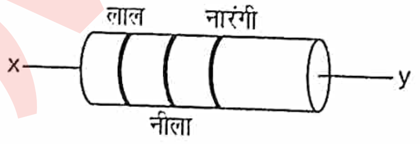
या $$\frac{E_1}{E_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad \text{तथा } r = \left(\frac{l_1}{l_2} - 1\right) S$$

जहाँ K विभवमापी की विभव प्रवणता है। विभवमापी की सुग्राहिता बढ़ाने के लिए K का मान कम रखना चाहिए।

17. कैरी-फोस्टर ब्रिज द्वारा प्रतिरोध का यथार्थ मान प्राप्त होता है। यह व्हीटस्टोन ब्रिज के सिद्धान्त पर आधारित है।
18. मीटर ब्रिज तथा पोस्ट आफिस वॉक्स व्हीटस्टोन ब्रिज पर आधारित यंत्र हैं।
19. सुपर चालक वे चालक हैं जिनकी चालकता का मान अनन्त होता है।
20. क्रान्तिक ताप से कम ताप पर चालक में उपस्थित चुम्बकीय फ्लक्स चालक पदार्थ से बाहर आ जाता है अर्थात् चुम्बकीय क्षेत्र शून्य हो जाता है, इस प्रभाव को मेसनर प्रभाव कहते हैं।

अभ्यास (Exercise)

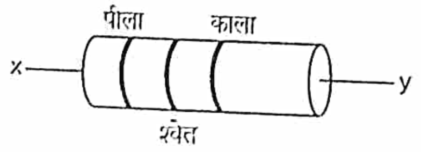
1. वैद्युत प्रतिरोध किसे कहते हैं? ओम के नियम की व्याख्या कीजिए।
2. किसी पदार्थ के विशिष्ट प्रतिरोध से आप क्या समझते हैं? इसका मात्रक व विमा लिखिए।
3. किसी चालक का प्रतिरोध किन-किन घटकों पर निर्भर करता है?
4. किसी चालक का प्रतिरोध ताप पर किस प्रकार निर्भर करता है? स्पष्ट कीजिए ।
5. विद्युत परिपथ के लिए किरचॉफ के नियमों की व्याख्या कीजिए। किरचॉफ नियमों का उपयोग करते हुए व्हीटस्टोन सेतु के सन्तुलन के लिए प्रतिबन्ध व्युत्पन्न कीजिए। **(UPBTE 2002, 2011)**
6. चित्र में दर्शाये गये प्रतिरोध का मान है:



(a) 2600 Ω (b) 62000 Ω (c) 26000 Ω (d) 6200 Ω

[उत्तर (c)]

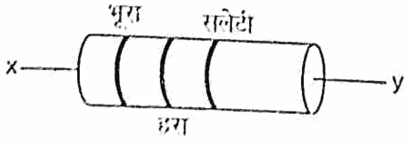
7. चित्र में दर्शाये गये प्रतिरोध का मान है—



(a) 490 Ω (b) 49 Ω (c) 94 Ω (d) 4900 Ω

[उत्तर (b)]

8. चित्र में दर्शाये गये प्रतिरोध का मान है—

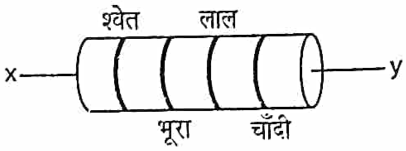


(a) 1500 Ω (b) 150 Ω (c) 15000 Ω (d) 15 Ω

[उत्तर (a)]

YADAVKT100%

9. चित्र में कार्बन प्रतिरोध पर विभिन्न रंगों कि पट्टियाँ दर्शायी गयी हैं। प्रतिरोध का मान होगा—



(a) 2.2 kΩ (b) 3.3 kΩ
(c) 5.6 kΩ (d) 9.1 kΩ (e) 4.7 kΩ
[उत्तर (d)]

10. कार्बन प्रतिरोध में रंगीन पट्टियों का क्रम (Brown black brown gold) है। प्रतिरोध का मान है—
(a) $100 \pm 5\%$ (b) $200 \pm 5\%$ (c) $50 \pm 5\%$ (d) इनमें कोई नहीं
[उत्तर (a)]

11. एक कार्बन प्रतिरोध का मान 470 Ω है। विभिन्न पट्टियों के रंगों का क्रम होगा—
(a) Yellow violet brown (b) Violet brown yellow
(c) Brown yellow violet (d) Violet yellow brown
[उत्तर (a)]

12. व्हीटस्टोन सेतु के सिद्धान्त का उल्लेख कीजिए और इनके सन्तुलन के प्रतिबन्ध का निगमन कीजिए। चालकों की विद्युत चालकता पर क्या प्रभाव पड़ता है? **(UPBTE 2008)**

13. एक विभवमापी की मूल आवश्यकताएँ क्या हैं? **(UPBTE 2009)**

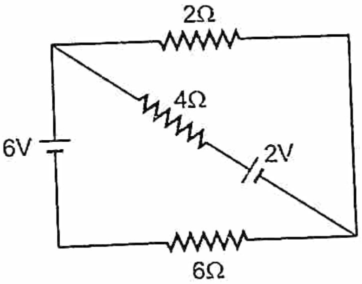
14. विभवमापी का सिद्धान्त समझाइए। इस उपकरण द्वारा किसी सेल का आन्तरिक प्रतिरोध कैसे ज्ञात करते हैं? **(UPBTE 2004)**

15. एक तार का प्रतिरोध R Ω है। यदि इसकी लम्बाई m गुना बढ़ा दी गये तब नया प्रतिरोध क्या होगा? [उत्तर : $m^2 R$ Ω]

16. विद्युत परिपथ सम्बन्धी किरचॉफ के नियमों का उल्लेख कीजिए। **(UPBTE 2007, 2010)**

17. कैरी-फोस्टर सेतु (C.F. Bridge) का सिद्धान्त समझाइए। मीटर सेतु से यह किस प्रकार अधिक श्रेष्ठ है? **(UPBTE 2003, 07, 2012)**

18. वैद्युत परिपथों के लिए किरचॉफ के नियम लिखिए। किरचॉफ के नियम प्रयुक्त कर चित्र में दिये गये परिपथ में 4 Ω प्रतिरोध में धारा ज्ञात कीजिए। (सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध नगण्य है)। [उत्तर : (1/11) A] **(UPBTE 2010)**



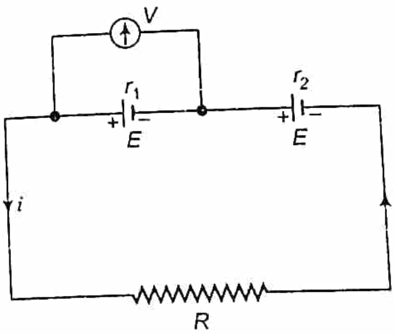
19. एक लैम्प में 1 मिनट तक 300 mA की विद्युत धारा प्रवाहित होने पर परिपथ में कितने इलेक्ट्रॉन गुजरते हैं? [उत्तर : $1 \cdot 13 \times 10^{20}$]

20. हाइड्रोजन परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन नाभिक में चारों ओर 5×10^{-11} m की त्रिज्या की कक्षा में $2 \cdot 2 \times 10^{6}$ m/s के वेग से घूम रहा है। कक्षा में धारा की प्रबलता ज्ञात कीजिए। ($e = 1 \cdot 6 \times 10^{-19}$C) [उत्तर : $1 \cdot 12 \times 10^{-3}$ A]

21. 44×10^{-8} Ω m विशिष्ट प्रतिरोध के पदार्थ के तथा $0 \cdot 021$ cm त्रिज्या वाले लम्बे तार में से 2 Ω प्रतिरोध का टुकड़ा काटा गया है। तार के टुकड़े की लम्बाई ज्ञात कीजिए।
[उत्तर : $0 \cdot 63$ m]

22. एक 50 Ω प्रतिरोध वाले चल-कुण्डली धारामापी (Moving coil galvanometer) में 1 V विभवान्तर लगाने पर पूर्ण स्केल विक्षेप (full scale deflection) होता है। इसकी सहायता से आप 1 A धारा कैसे नापेंगे? **(UPBTE 2005)**

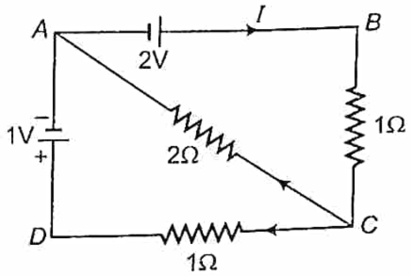
23. निम्न विद्युत परिपथ में यदि वोल्ट मीटर का पाठ्यांक शून्य हो जाये तो R प्रतिरोध और सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध r_1 व r_2 में सम्बन्ध स्थापित कीजिए। **(UPBTE 2000)** [उत्तर : $R = r_1 - r_2$]



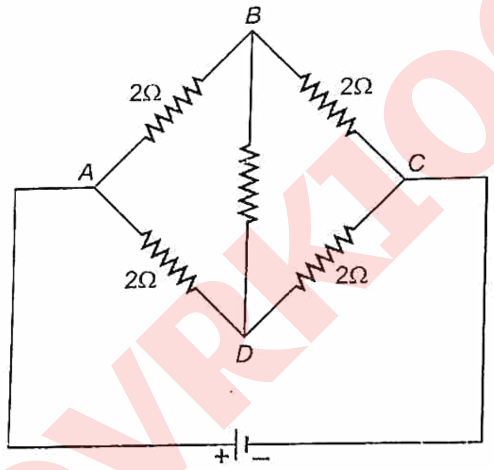
YADAVRK100%

24. किरचॉफ के नियमों की सहायता से निम्न परिपथ में 2 Ω प्रतिरोध में जाने वाली धारा की गणना कीजिए। **(UPBTE 1998)**

[उत्तर : 0·6 A]



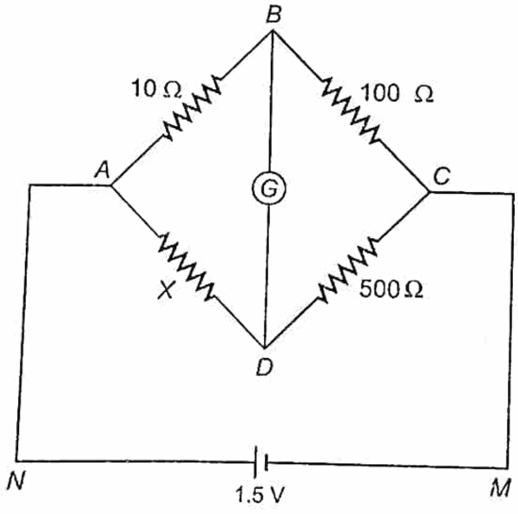
25. चित्र में दिखाये गये परिपथ में तुल्य प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 2 Ω]



26. 1 cm व्यास के ताँबे के तार का प्रतिरोध 0·15 Ω है। यदि इस तार को खींचकर इसका व्यास 50 % कम कर दिया जाये तो तार के नये प्रतिरोध का मान ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 2·4 Ω]

27. एक विद्युत हीटर पर 550 W व 220 V अंकित है। इसका प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। इसे 10 घंटे प्रयोग करने पर 1 रु०/किलोवॉट घण्टे की दर से कितना खर्च आयेगा? [उत्तर : 88 Ω, 5·5 रु०]

28. चित्र में व्हीटस्टोन सेतु की तीन भुजाओं में 10 Ω, 100 Ω तथा 500 Ω के प्रतिरोध लगे हैं। जब सेतु सन्तुलित है तो चौथी भुजा का प्रतिरोध ज्ञात कीजिए। यदि सेतु में लगाई गयी वोल्टता 1·5 V हो तो प्रत्येक भुजा में धारा के मान की गणना कीजिए। [उत्तर : 50 Ω, 0·01363 A, 0·00272A]



YKDOVRK100%

आंकिक प्रश्नों के संक्षिप्त हल

(15) माना तार की आरम्भिक लम्बाई l तथा काट का क्षेत्रफल A है। यदि तार के पदार्थ का विशिष्ट प्रतिरोध ρ हो तो

$$R = \rho \frac{l}{A} \quad \dots (i)$$

माना तार की लम्बाई l' तथा काट का क्षेत्रफल A' है जहाँ $l' = ml$

अत: तार का आयतन संरक्षित रहने के कारण $A'l' = Al$

या $$A' = \frac{Al}{l'} = \frac{Al}{ml}$$

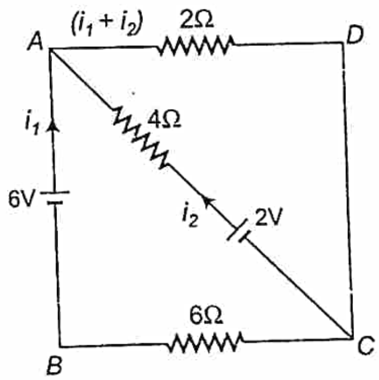
या $$A' = \frac{A}{m}$$

अत: यदि तार का नया समीकरण R' हो तो $R' = \rho \frac{l'}{A'} = \rho \frac{ml}{A/m}$

या $$R' = m^2 . \rho \frac{l}{A}$$

या $$\mathbf{R' = m^2 R\ \Omega}$$

(18) माना 6V सेल से i_1 धारा तथा 2V सेल से i_2 धारा प्रवाहित होती है। प्रतिरोध 2 Ω से $(i_1 + i_2)$ धारा प्रवाहित होती है। बन्द परिपथ $ABCA$ में किरचॉफ के नियमानुसार,



$$-6 + 6i_1 + 2 - 4i_2 = 0$$

या $$6i_1 - 4i_2 = 4 \quad \dots (i)$$

तथा इसी प्रकार बन्द परिपथ $ADCA$ में

$$-2(i_1 + i_2) + 2 - 4i_2 = 0$$

या $$2i_1 + 2i_2 + 4i_2 = 2$$

या $$2i_1 + 6i_2 = 2 \quad \dots (ii)$$

समीकरण (i) तथा (ii) को हल करने पर 4 Ω प्रतिरोध से बहने वाली धारा

$$i_2 = \frac{1}{11}\text{A}$$

(19) ∵ $i = \frac{q}{t} \Rightarrow q = i \times t = 300 \times 10^{-3} \times 60 = 18$ कूलॉम

तथा $q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{18}{1 \cdot 6 \times 10^{-19}} = \mathbf{1 \cdot 13 \times 10^{-20}}$ **ऐम्पियर**

(20) माना इलेक्ट्रॉन (आवेश e) नाभिक के चारों ओर t समय में चक्कर लगाता है तब धारा (= आवेश/समय)

परन्तु $t = \frac{2\pi r}{v}$, जहाँ v इलेक्ट्रॉन की चाल है।

अत: $$i = \frac{e}{2\pi r / v} = \frac{ev}{2\pi r}$$

प्रश्नानुसार, दिये गये मान रखने पर $i = \frac{1 \cdot 6 \times 10^{-19} \times 2 \cdot 2 \times 10^6}{2 \times 3 \cdot 14 \times 5 \times 10^{-11}}\text{A} = \frac{3 \cdot 52 \times 10^{-13}}{3 \cdot 14 \times 10^{-10}}\text{A}$

$$\mathbf{i = 1 \cdot 12 \times 10^{-3}\ A}$$

(21) ∵ $l = \frac{R.A}{\rho} = \frac{2 \times 3 \cdot 14 \times (0 \cdot 021 \times 10^{-2})^2}{7 \times 44 \times 10^{-8}} = \mathbf{0 \cdot 63}$ **मीटर**

(22) प्रश्नानुसार, चल कुण्डली धारामापी में पूर्ण स्केल विक्षेप निम्न धारा पर प्राप्त होता है

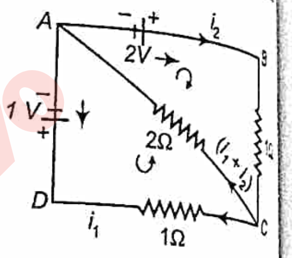
$$V = iR \Rightarrow i = \frac{V}{R} = \frac{1V}{50\ \Omega} = 0 \cdot 02\text{ A}$$

चूँकि चल कुण्डली धारामापी $0 \cdot 02$ A की धारा पर ही पूर्ण स्केल विक्षेपित हो जाता है अत: धारामापी को 1A तक की धारा मापने के लिए अमीटर में परिवर्तित करना होगा अत: धारामापी के साथ समान्तर में एक न्यून प्रतिरोध जोड़ना होगा—

VKDAVRK100%

$$S = \frac{I}{I - I_g} \times G$$
$$= \frac{1}{1 - 0 \cdot 02} \times 50\ \Omega$$
$$S = 51 \cdot 02\ \Omega$$

अत: दिये गये चल कुण्डली धारामापी से 1 A की धारा मापने के लिए उसकी कुण्डली के समान्तर में एक न्यून प्रतिरोध (51·02 Ω) लगाना पड़ेगा।



(23) $i = \frac{E + E}{R + (r_1 + r_2)} = \frac{2E}{(R + r_1 + r_2)}$

तथा $V = E - ir_1 = E - \frac{2E \times r_1}{(R + r_1 + r_2)}$

$$V = E - \frac{2Er_1}{R + r_1 + r_2}$$

चूँकि $V = 0$, $\therefore\ E = \frac{2Er_1}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow R = r_1 - r_2$

(24) बन्द पाश $DCAD$ में,

$$i_1 \times 1 - (i_1 + i_2) \times 2 = 1$$
$$3i_1 + 2i_2 = 1 \quad \text{...(i)}$$

बन्द पाश $ACBA$ में,

$$i_2 \times 1 + (i_1 + i_2) \times 2 = 2$$
$$2i_1 + 3i_2 = 2 \quad \text{...(ii)}$$

समी० (i) व (ii) से,

$i_1 = -0 \cdot 2$ ऐम्पियर, $i_2 = 0 \cdot 8$ **ऐम्पियर**

ऋण चिन्ह यह दर्शाता है कि परिपथ में धारा (i) की दिशा विपरीत होगी।

अब 2 Ω से बहने वाली धारा $= i_1 + i_2 = -0 \cdot 2 + 0 \cdot 8 = \mathbf{0 \cdot 6}$ **ऐम्पियर**

(25) यह परिपथ एक संतुलित व्हीटस्टोन ब्रिज है।

अत: BD में प्रवाहित धारा का मान शून्य होगा।

अब $\left(\frac{1}{R}\right)_{\text{तुल्य}} = \frac{1}{(2+2)} + \frac{1}{(2+2)} \Rightarrow (R)_{\text{तुल्य}} = \mathbf{2\ \Omega}$

(26) $\because\ l_1A_1 = l_2A_2 \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \frac{A_2}{A_1}$ ...(i)

तथा $\frac{R_1}{R_2} = \frac{l_1}{l_2} \times \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$ (समी० (i) से)

$$\frac{R_1}{R_2} = \left\{\frac{\pi \times \left(\frac{r}{2}\right)^2}{\pi \times r^2}\right\}^2 \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{16}$$

$$R_2 = 16 \times 0 \cdot 15 = \mathbf{2 \cdot 4\ \Omega}$$

(27) $\because\ P = \frac{V^2}{R} = \frac{220 \times 220}{550} = 88\ \Omega$

कुल व्यय ऊर्जा (kWh) में $= \frac{P \times h}{1000} = \frac{550 \times 10}{1000} = 5 \cdot 5$

खर्च $= 5 \cdot 5 \times 1 = \text{₹}\ \mathbf{5 \cdot 5}$

(28) (i) व्हीटस्टोन ब्रिज संतुलन से,

$\frac{10}{100} = \frac{x}{500} \Rightarrow x = \mathbf{50\ \Omega}$

YADAVRK100%

(ii) माना भुजा AB में प्रवाहित धारा का मान i_1 तथा भुजा AD में प्रवाहित धारा का मान $(i - i_1)$ है।

बन्द पाश $ABDA$ में, किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$-10\, i_1 - i_2 \times 0 + (i - i_1) \times 50 = 0$$

$$6\, i_1 = 5\, i \quad \text{... (i)}$$

बन्द पाश $BCDB$ में, किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$-(i - i_2) \times 100 + (i - i_1 + i_2) \times 500 + i_2 \times 0 = 0$$

$$-6i_1 - 4i_2 + 5i = 0 \quad \text{... (ii)}$$

समी० (i) से $6\, i_1$ का मान समी० (2) में रखने पर,

$$-5\, i - 4i_2 + 5\, i = 0$$

$$i_2 = 0 \quad \text{... (iii)}$$

बन्द पाश $ADCMN$ में, किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

$$-(i - i_1) \times 50 - (i - i_1 + i_2) \times 500 + 1 \cdot 5 = 0$$

$$-110\, i + 110 i_1 - 110\, i_2 + 0 \cdot 3 = 0 \quad \text{... (iv)}$$

समी० (ii) व (iii) से i_1 व i_2 के मान समी० (4) में रखने पर,

$$i_1 = 0 \cdot 01363 \text{ A}$$

अब i_1 का मान समी० (i) में रखने पर,

$$i = 0 \cdot 16356 \text{ A}$$

अत:
$$i - i_1 = 0 \cdot 00272 \text{ A}$$

YADAVRK100%

5

Chapter

स्थिर-चुम्बकत्व एवं विद्युत-चुम्बकत्व
(MAGNETOSTATICS AND ELECTROMAGNETISM)

Syllabus

Magneto Statics and Electromagnetism

- Magnetic poles, force on a moving charge, circulating charges, force on a current carrying wire, hall effect, torque on a current loop.
- Magnetic field due to moving charge (Biot-Savart Law), due to current (Biot-Savart Law), parallel currents, field of a solenoid, ampere's law.
- Faraday's law, Lenz's law, motional emf, induced electric fields.
- Magnetic dipole and force on a magnetic dipole in a non-uniform field, magnetization, Gauss's law for magnetism.
- Types of magnetic materials. Dia, para-and ferromagnetic materials with their properties.
- Application of electromagnetism in ac/dc motors and generators.

§ 5.1 परिचय (Introduction)

एशिया माइनर में स्थित मैगनिशिया (Magnesia) नामक स्थान [यह स्थान अब पश्चिमी टर्की का भाग है और अब इसका नाम मनीसा (Manisa) है] में हजारों वर्ष पूर्व ऐसी काली चट्टानें (black rocks) पाई गईं, जो लोहे के टुकड़ों को आकर्षित करती थीं। यह पदार्थ चुम्बक था। प्रकृति में मुक्त रूप से पाये जाने के कारण इन्हें प्राकृतिक चुम्बक या चुम्बक पत्थर (land stones) कहा गया। यह चट्टान लोहे के ऑक्साइड Fe_3O_4 का अयस्क (ore) था। मैगनिशिया नामक स्थान पर पाए जाने के कारण इसे मैगनेटाइट (Magnetite) भी कहा गया। इसी शब्द से मैगनेट* तथा मैगनेटिक (चुम्बक तथा चुम्बकीय) शब्दों की उत्पत्ति हुई है।

§ 5.2 चुम्बक (Magnet)

चुम्बक वह पदार्थ या द्रव्य है, जो लोहे की वस्तुओं को अपनी ओर आकर्षित करता है तथा किसी अन्य चुम्बक की अनुपस्थिति में पृथ्वी पर स्वतंत्रतापूर्वक लटकाने पर सदैव एक निश्चित दिशा, उत्तर-दक्षिण में ठहरता है।

चुम्बक सामान्यत: दो प्रकार के होते हैं—

(i) प्राकृतिक चुम्बक (Natural magnet)

(ii) कृत्रिम चुम्बक (Artificial magnet)

(i) प्राकृतिक चुम्बक (Natural Magnet)—प्रकृति में पाया जाने वाला वह पदार्थ जो लोहे के छोटे टुकड़ों को अपनी ओर खींचने की कुदरती सामर्थ्य रखता है, प्राकृतिक चुम्बक कहलाता है; जैसे—लोहे का ऑक्साइड (Fe_3O_4)।

(ii) कृत्रिम चुम्बक (Artificial Magnet)—प्रकृति में पाए जाने वाले चुम्बक के अतिरिक्त भी कुछ चुम्बक कृत्रिम रूप से बनाये जा सकते हैं जिन्हें कृत्रिम चुम्बक कहते हैं; जैसे—नाल चुम्बक, दण्ड चुम्बक आदि।

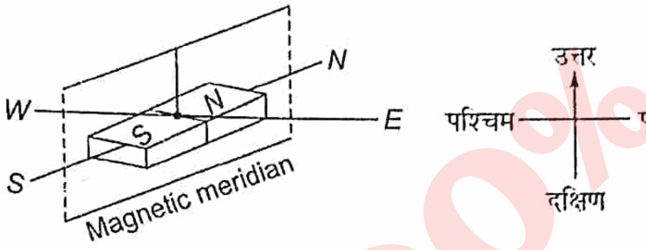
§ 5.3 चुम्बक के गुणधर्म (Properties of Magnet)

प्राकृतिक तथा कृत्रिम चुम्बक के प्रमुख गुण निम्नलिखित हैं—

* मैगनेट शब्द का प्रयोग सर्वप्रथम वैज्ञानिक लुकरेटियस ने किया था।

(i) **आकर्षण गुण तथा ध्रुव** (Attraction property and poles)—चुम्बक की लोहे के बुरादे (iron filings) को आकर्षित करने की क्षमता, इसके सिरों पर अधिकतम तथा बीच में न्यूनतम होती है। अधिकतम क्षमता वाले स्थान को ध्रुव तथा न्यूनतम क्षमता वाले स्थान को उदासीन क्षेत्र (neutral region) कहते हैं। उदाहरणत: यदि लोहे की छीलन में चुम्बक को डाल दिया जाए तो सबसे अधिक छीलन चुम्बक के सिरों पर व कम छीलन मध्य में चिपकती है।

(ii) **उत्तरी तथा दक्षिणी ध्रुव** (North and South Poles)—दण्ड चुम्बक (Bar magnet) को यदि स्वतंत्रतापूर्वक धागे की सहायता से लटका दें तो वह सदैव उत्तर-दक्षिण दिशा में ठहरता है। चुम्बक का वह सिरा जो सदैव उत्तर (north) की ओर रहता है उत्तरी ध्रुव कहलाता है इसे N से प्रदर्शित करते हैं तथा जो सिरा सदैव दक्षिण (south) की ओर रहता है, दक्षिणी ध्रुव कहलाता है। इसे S से प्रदर्शित करते हैं (चित्र 5.1)।

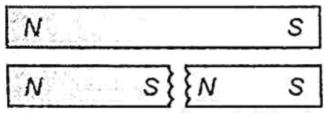


चित्र 5.1 : दिशीय गुण

(iii) **असमान तथा समान ध्रुवों में आकर्षण तथा प्रतिकर्षण** (Attraction and repulsion in like and unlike poles)—जब दो चुम्बकों में, क्रमशः पहले चुम्बक के उत्तरी ध्रुव के पास दूसरे चुम्बक का दक्षिणी ध्रुव लाया जाता है तो वे एक-दूसरे की ओर आकर्षित होते हैं तथा जब पहले चुम्बक के उत्तरी ध्रुव के पास दूसरे चुम्बक का उत्तरी ध्रुव लाते हैं तो उन ध्रुवों के बीच प्रतिकर्षण होता है। अर्थात् **चुम्बकों के असमान ध्रुवों में आकर्षण तथा समान ध्रुवों में प्रतिकर्षण होता है।**

Same poles repel but opposite poles of magnet attract to each other.

(iv) **विलग चुम्बकीय ध्रुव** (Isolated magnetic pole)—यदि चुम्बक को बीच में से दो भागों में तोड़ दें तो उसके ध्रुव (दक्षिणी व उत्तरी) अलग-अलग नहीं होते हैं, बल्कि दोनों टूटे भाग अलग-अलग चुम्बक का कार्य करते हैं, चित्र 5.2।



चित्र 5.2

चुम्बक में, चाहे वह कितना ही छोटा क्यों न हो, एक उत्तरी ध्रुव और एक दक्षिणी ध्रुव होता है। इन्हें एक-दूसरे से अलग नहीं किया जा सकता अर्थात् एकांकी ध्रुव का कोई अस्तित्व नहीं होता।

चुम्बक के दोनों ध्रुवों को मिलाने वाली रेखा चुम्बकीय अक्ष (Magnetic axis) तथा दोनों ध्रुवों के बीच की न्यूनतम दूरी प्रभावकारी लम्बाई (effective length) कहलाती है।

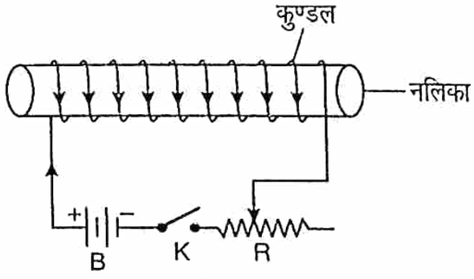
5.3.1 चुम्बकीय व अचुम्बकीय पदार्थ (Magnetic and Non-magnetic materials)

वे पदार्थ (वस्तुएँ) जिनको चुम्बक अपनी ओर आकर्षित करता है, चुम्बकीय पदार्थ कहलाते हैं। जेसे—लोहा, निकिल, कोबाल्ट आदि।

वे पदार्थ (वस्तुएँ) जिनको चुम्बक अपनी ओर आकर्षित नहीं करता, अचुम्बकीय पदार्थ कहलाते हैं। जैसे—रबड़, चमड़ा, लकड़ी, प्लास्टिक आदि।

§ 5.4 धारावाही परिनालिका का चुम्बकीय व्यवहार (Magnetic behaviour of current carrying solenoid)

किसी अचालक पदार्थ (जैसे लकड़ी, गत्ता या मोटा कागज आदि) की बेलनाकार नलिका के ऊपर ताँबे (या किसी अन्य सुचालक पदार्थ) के विद्युतरोधित तारों (insulated copper wire) को लपेटकर बनायी गयी आकृति को परिनालिका कहते हैं। जब इस परिनालिका में विद्युत धारा प्रवाहित की जाती है तो यह एक छड़ चुम्बक की भाँति व्यवहार करने लगती है (चित्र 5.3)।

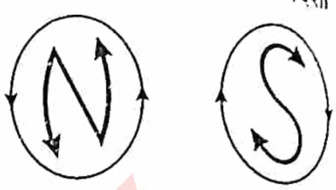


चित्र 5.3

परिनालिका को लटकाकर उसमें धारा प्रवाहित करने पर उसमें दैशिक गुण आ जाता है और उसका अक्ष सदैव उत्तर-दक्षिण दिशा में रुकता है। परिनालिका

का जो सिरा उत्तर दिशा में रुकता है उसे उत्तरखोजी ध्रुव (North-seeking pole) अथवा उत्तरी ध्रुव (north pole) और जो सिरा दक्षिण की ओर रुकता है उसे दक्षिणखोजी ध्रुव (south-seeking pole) अथवा दक्षिणी ध्रुव (south pole) कहते हैं।

परिनालिका का जो सिरा उत्तर की ओर रुका है अर्थात् उसके उत्तरी ध्रुव को सामने से देखें तो बहने वाली धारा की दिशा वामावर्त (anticlockwise) यानी घड़ी की सूइयों की गति के विपरीत दिशा में होगी तथा परिनालिका का जो सिरा दक्षिण की ओर रुका है अर्थात उसके दक्षिणी ध्रुव को सामने से देखने पर धारा की दिशा दक्षिणावर्त (clockwise) यानी घड़ी की सूइयों की गति की दिशा में होती हैं (चित्र 5.4)।



चित्र 5.4

चित्र 5.3 में यदि सेल के धन और ऋण टर्मिनलों से जुड़े तारों को परस्पर बदल दिया जाये तो परिनालिका में बहने वाली धारा की दिशा भी बदल जायेगी। अत: परिनालिका में धारा की दिशा परस्पर बदलने से उसके उत्तरी-दक्षिणी ध्रुव भी परस्पर बदल जाते हैं।

§ 5.5 धारावाही परिनालिका की छड़ चुम्बक से समानता (Equality of current carrying solenoid with bar magnet)

धारावाही परिनालिका में वे सभी गुण पाये जाते हैं जो छड़ चुम्बक के होते हैं, अर्थात्—

1. धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक दोनों के अक्ष स्वतंत्रतापूर्वक लटकाये जाने पर उत्तर एवं दक्षिण दिशा में रुकते हैं।
2. धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक दोनों लोहे के छोटे-छोटे टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करते हैं।
3. धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक दोनों के असमान ध्रुवों में आकर्षण एवं समान ध्रुवों में प्रतिकर्षण होता है।
4. धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक के निकट कोई धारावाही तार लाने पर दोनों विक्षेपित हो जाते हैं।
5. धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक दोनों के निकट चुम्बकीय सुई लाने पर सुई विक्षेपित हो जाती है।

इस प्रकार धारावाही परिनालिका एवं छड़ चुम्बक के व्यवहार में समानता से यह स्पष्ट है कि चुम्बकत्व, विद्युत धारा अथवा गतिमान विद्युत आवेश का एक प्रभाव है।

§ 5.6 चुम्बकीय क्षेत्र की अभिधारण (Concept of Magnetic Field)

यदि किसी छड़ चुम्बक या धारावाही परिनालिका के आसपास एक कम्पास सुई लायी जाये तो कम्पास सुई विक्षेपित होकर एक निश्चित दिशा में रुक जाती है। विभिन्न स्थानों पर कम्पास सुई की दिशा बदल जाती है। इस प्रकार कम्पास सुई द्वारा चुम्बक के चारों ओर चुम्बक के प्रभाव का अनुभव किया जा सकता है। चुम्बक के चारों ओर का वह क्षेत्र, जिसमें चुम्बक के प्रभाव का अनुभव किया जा सके, चुम्बकीय क्षेत्र कहलाता है। चुम्बक के इस प्रभाव को 'चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता' (intensity of magnetic field) से नापा जाता है जिसे संक्षेप में चुम्बकीय क्षेत्र (magnetic field) भी कहते हैं।

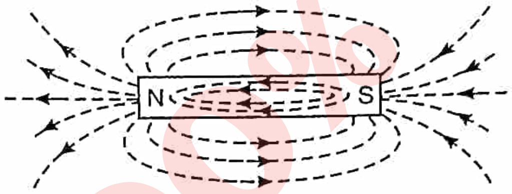
जब चुम्बकीय क्षेत्र में एक धारावाही चालक (तार) रखा जाता है तो उस पर एक बल लगता है। यह बल चालक में धारा के मान पर निर्भर करता है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र में उनके लम्बवत् एक ऐसा चालक रखते हैं जिसकी लम्बाई एकांक हो और जिसमें एकांक प्रबलता की धारा प्रवाहित हो रही हो तो उस चालक पर लगने वाले बल के द्वारा ही चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की नाप की जाती है।

अत: **किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता उस बल से व्यक्त होती है जो उस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् स्थित एकांक लम्बाई के तार में एकांक प्रबलता की विद्युत धारा प्रवाहित करने पर तार पर कार्य करता है।**

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता एक सदिश राशि है। इसकी इकाई न्यूटन/ऐम्पियर $\times$ मीटर या वेबर/मीटर^2 (weber/metre^2) होती है। चुम्बकीय क्षेत्र के किसी बिन्दु पर रखी गयी कम्पास सुई एक निश्चित दिशा में ही रूकती है। कम्पास सुई की यह दिशा उस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की दिशा बतलाती है। यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की

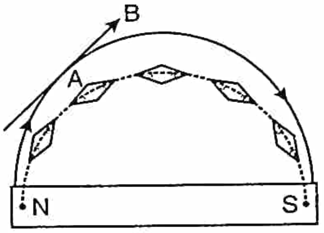
तीव्रता की दिशा एवं परिमाण समान हों तो वह क्षेत्र एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) कहलाता है परन्तु यदि विभिन्न बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का परिमाण एवं दिशा विभिन्न हों तो वह क्षेत्र असमान चुम्बकीय क्षेत्र (non-uniform magnetic field) कहलाता है। किसी सीमित स्थान विशेष पर पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र का उदाहरण है तथा छड़ चुम्बक या धारावाही परिनालिका का चुम्बकीय क्षेत्र असमान चुम्बकीय क्षेत्र होता है।

§ 5.7 चुम्बकीय बल रेखाएँ (Magnetic Lines of Force)



चित्र 5.5

चुम्बकीय क्षेत्र का अध्ययन करने के लिए एक छड़ चुम्बक लेकर उसे एक कार्ड बोर्ड पर रखते हैं। इसके चारों ओर लोहे की कतरनें (बुरादा, रेतन) बिखेर देते हैं। इसके बाद कार्ड बोर्ड को धीरे-धीरे खटखटाते हैं। चित्र 5.5 के अनुसार लोहे की कतरनें नियमित आकृति में पुनर्व्यवस्थित हो जाती हैं। लोहे के ये महीन टुकड़े जब चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाते हैं तो स्वयं छोटे-छोटे चुम्बक बन जाते हैं और फिर अपने-अपने स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र को दिशा के अनुगत एक वक्र में ठहर जाते हैं। यदि इस वक्र पर स्थित विभिन्न बिन्दुओं पर एक छोटी चुम्बकीय सुई रखी जाये तो प्रत्येक बिन्दु पर सुई की दिशा इस बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा की दिशा होगी। इस वक्र को **चुम्बकीय बल रेखा** कहते हैं।



चित्र 5.6

चुम्बकीय बल रेखायें चुम्बकीय सुई द्वारा भी खींची जा सकती हैं (चित्र 5.6)।

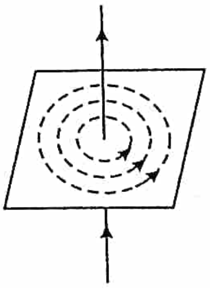
चुम्बकीय बल रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की दिशा को बतलाती हैं। चित्र 5.6 में चुम्बकीय बल रेखा के A बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा AB, A बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की दिशा को प्रदर्शित करती है।

अत: **चुम्बकीय बल रेखायें किसी चुम्बकीय क्षेत्र में वे काल्पनिक वक्र हैं जिनके किसी विन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की दिशा को निरूपित करती है।**

चुम्बकीय बल रेखाओं के गुण (Properties of magnetic lines of forces)

1. चुम्बकीय बल रेखाओं की दिशा चुम्बक के बाहर उत्तरी ध्रुव से दक्षिणी ध्रुव की ओर तथा चुम्बक के भीतर दक्षिणी ध्रुव से उत्तरी ध्रुव की ओर होती हैं। इस प्रकार वे बन्द वक्र के रूप में होती हैं (चित्र 5.5)।
2. चुम्बकीय बल रेखा के किसी बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा उस बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करती है।
3. चुम्बकीय बल रेखायें एक दूसरे को कभी नहीं काटती हैं क्योंकि एक बिन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की दो दिशायें सम्भव नहीं हैं।
4. एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र की चुम्बकीय बल रेखायें समान्तर होती हैं।
5. किसी स्थान पर चुम्बकीय बल रेखाओं की सघनता उस स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होती है।

§ 5.8 सीधे धारावाही चालक तार का चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field of a straight current carrying conductor)

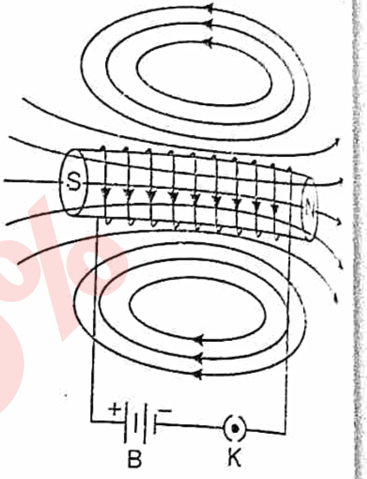

चित्र 5.7

जब किसी चालक तार में धारा प्रवाहित की जाती है तो उसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इस क्षेत्र की बल रेखाओं को लोहे की रेतन या कम्पास सुई द्वारा खींचा जा सकता है। चित्रानुसार एक कार्ड बोर्ड (या लकड़ी) के टुकड़े को क्षैतिज आधार पर रखते हुए इसके बीच में छिद्र करके उसमें से एक सीधा चालक तार निकालते हैं।

तार में धारा प्रवाहित करते हैं जिससे उसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र पैदा हो जाता है। अब लोहे के बुरादे को कागज पर फैला कर हल्के हाथ से ठोंक देते हैं तो लोहे का बुरादा [चित्र 5.7] के अनुसार वृत्ताकार रूप में व्यवस्थित हो जाता है।

इन सभी वलयों के केन्द्र तार पर ही स्थित होते हैं। इस प्रकार से प्राप्त ये समकेन्द्रिक वृत्त ही सीधे तार में धारा प्रवाह के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखायें हैं।

§ 5.9 धारावाही परिनालिका का चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field of current carrying solenoid)



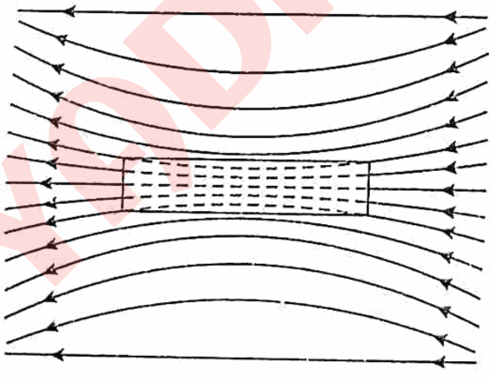
चित्र 5.8

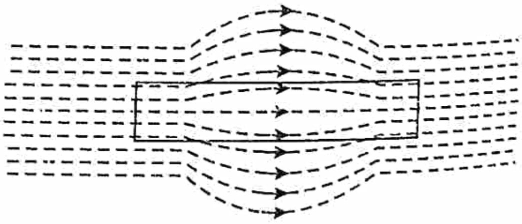
चुम्बकीय सुई द्वारा धारावाही परिनालिका की चुम्बकीय बल रेखायें चित्र 5.8 के अनुसार प्राप्त होता हैं।

किनारों पर बल रेखायें कम होती हैं इससे यह तात्पर्य निकलता है कि वहाँ पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान कम है। परिनालिका के अक्ष पर क्षेत्र समरूप होता है और अक्ष की दिशा में होता है। चुम्बकीय बल रेखायें परिनालिका के दक्षिणी ध्रुव से अन्दर की ओर जाती हैं तथा उत्तरी ध्रुव से बाहर निकलती हैं। चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता धारा की तीव्रता एवं परिनालिका में लूपों की संख्या पर निर्भर करती है।

§ 5.10 पारगम्यता अथवा चुम्बकशीलता (Permeability)

एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र की बल रेखायें समान्तर होती हैं तथा प्रत्येक स्थान पर चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या समान होती है। परन्तु जब इस चुम्बकीय क्षेत्र में नर्म लोहे की एक छड़ रखी जाती है तो छड़ के भीतर चुम्बकीय बल रेखाओं की सघनता, बाहर के सापेक्ष बढ़ जाती है [चित्र 5.9 (a)]। इसके विपरीत जब उपर्युक्त चुम्बकीय क्षेत्र से ऐल्यूमिनियम की एक छड़ रखी जाती है तो छड़ के भीतर चुम्बकीय बल रेखाओं की सघनता बाहर के सापेक्ष घट जाती है [चित्र 5.9 (b)]। पदार्थों के इस गुण को ही, जिसके कारण उनमें चुम्बकीय बल रेखाओं की सघनता बढ़ या घट जाती हैं, पारगम्यता अथवा चुम्बकशीला कहते हैं। चूँकि चुम्बकीय बल रेखायें निर्वात (vacuum) से भी होकर गुजरती हैं इसलिए निर्वात में भी पारगम्यता का गुण होता है। इसे नापने के लिए भी पारगम्यता शब्द का उपयोग किया जाता है और उसे ग्रीक अक्षर μ से प्रदर्शित करते हैं। निर्वात या वायु की पारगम्यता $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2।


चित्र 5.9 (a)


चित्र 5.9 (b)

§ 5.11 धारावाही चालक द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field due to a current carrying conductor)

यदि किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाये तो उसके चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र पैदा हो जाता है। सन् 1819 में ओर्स्टेड (Oersted) ने विद्युत धारा के चुम्बकीय प्रभाव का अध्ययन किया। उनके अनुसार जब धारावाही चालक के समीप चुम्बकीय सुई लायी जाती है तो सुई विक्षेपित हो जाती है। इसके पश्चात् अन्य वैज्ञानिकों **ऐम्पियर** (Ampere), **लॉप्लास** (Laplace) एवं **फैराडे** (Faraday) ने भी इसी प्रभाव का अध्ययन किया। **बायो** एवं **साव्हार** (Biot and savart) ने प्रयोगों द्वारा धारावाही चालक से उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का सूत्र प्राप्त किया। इस सूत्र के अनुसार धारावाही चालक के किसी छोटे खण्ड के द्वारा किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

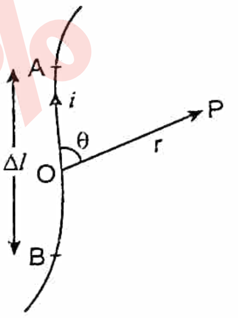
(क) चालक खण्ड की लम्बाई के अनुक्रमानुपाती

(ख) चालक में बहने वाली धारा के अनुक्रमानुपाती

(ग) चालक खण्ड से बिन्दु तक की दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती एवं

(घ) धारा की दिशा एवं चालक खण्ड को बिन्दु से मिलाने वाली रेखा के बीच में बनने वाले कोण के (sine) के अनुक्रमानुपाती होती है।

अर्थात् यदि तार की लम्बाई Δl, तार में बहने वाली धारा i, तार एवं बिन्दु P के बीच की दूरी r तथा इस दूरी की धारा की दिशा से θ (थीटा) का कोण बनता हो और यदि बिन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B हो, तो बायो एवं साव्हार के नियमानुसार



चित्र 5.10

$$B \propto i$$
$$\propto \Delta l$$
$$\propto \sin\theta$$
$$\propto \frac{1}{r^2}$$

अर्थात्
$$B \propto \frac{i\Delta l \sin\theta}{r^2}$$

या
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{i.\Delta l.\sin\theta}{r^2}\right) \quad ...(1)$$

जहाँ μ_0 एक स्थिरांक है जिसे वायु या निर्वात, की पारगम्यता कहते हैं तथा $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2 है। इस समीकरण को **लाप्लास सूत्र** कहते हैं।

धारावाही चालक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा **दायें हाथ के अंगूठे के नियम** (Right hand thumb rule) द्वारा ज्ञात की जाती है।

दायें हाथ के अंगूठे का नियम (Right hand thumb rule)—यदि धारावाही चालक को दायें हाथ से इस प्रकार पकड़ने की कल्पना की जाये कि उसका अंगूठा धारा की दिशा में हो और शेष चारों अंगुलियाँ चालक को चारों ओर से लपेटे हों तो इन अंगुलियों के किसी बिन्दु पर खींची गयी स्पर्श रेखा ही उस बिन्दु पर धारावाही चालक के कारण उत्पन्न, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा को प्रदर्शित करती है (चित्र 5.11)।

चित्र 5.11

अनन्त लम्बाई के एक धारावाही ऋजुरेखीय चालक के निकट चुम्बकीय क्षेत्र

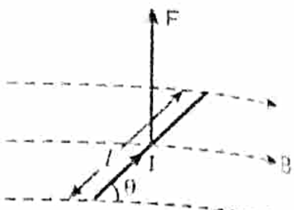
यदि अनन्त लम्बाई के एक ऋजुरेखीय चालक में विद्युत धारा I प्रवाहित हो तो चालक से r दूरी (लम्बवत्) पर स्थित किसी बिन्दु पर उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \times \frac{2I}{r} \quad ...(2)$$

§ 5.12 चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालक पर बल (Force on a current carrying Conductor Placed in a Magnetic Field)

धारावाही चालक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। अत: जब एक धारावाही चालक को एक बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो धारावाही चालक के चुम्बकीय क्षेत्र और बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के बीच पारस्परिक क्रिया होती है। इसके परिणामस्वरूप चालक पर एक बल कार्य करता है। यह बल बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के परिमाण दिशा, चालक में प्रवाहित धारा और चालक की लम्बाई पर निर्भर करता है।

यदि एक बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र B में स्थित l लम्बाई के एक चालक में, चुम्बकीय क्षेत्र B की दिशा से θ कोण पर विद्युत धारा i प्रवाहित हो रही हो तो उस पर कार्य करने वाला बल



चित्र 5.12

$$F \propto B$$
$$\propto i$$
$$\propto l$$
$$\propto \sin\theta$$

या $$F \propto Bil\sin\theta$$

या $$F = K \times Bil\sin\theta \qquad ...(1)$$

जहाँ K एक नियतांक है। चुम्बकीय क्षेत्र B का मात्रक M.K.S. प्रणाली में इस प्रकार चुना गया है कि K का मान 1 हो।

अतः $$F = B.i.l.\sin\theta \qquad ...(3)$$

समीकरण (3) के अनुसार यदि धारा चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर या चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो तो चालक पर लगने वाला बल ($F = Bil\sin 0° = 0$) शून्य होगा। चालक पर लगने वाले बल की दिशा **फ्लेमिंग के वामहस्त नियम** (Fleming's left hand rule) द्वारा दी जाती है। समीकरण (3) से B के मात्रक की परिभाषा निम्नवत दी जाती है—

$$B = \frac{F}{i\,\Delta l\,\sin\theta} \qquad ...(4)$$

यदि $\Delta l = 1$ मीटर, $i = 1$ ऐम्पियर, $\theta = 90°$ तथा $F = 1$ न्यूटन हो, तो $B = 1$ मात्रक होगा।

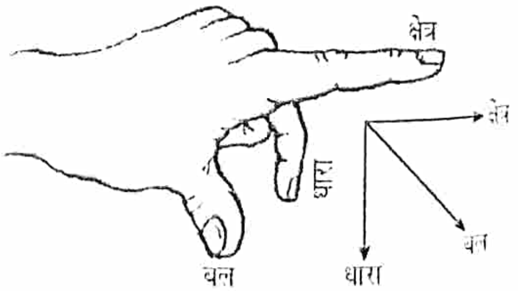
अतः $$B \text{ का मात्रक} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{ऐम्पियर} \times \text{मीटर}}$$

कभी-कभी B का मात्रक वेबर/मीटर^2 भी लिखा जाता है। अतः

$$1 \text{ वेबर/मीटर}^2 = 1 \text{ न्यूटन/ऐम्पियर} \times \text{मीटर}$$

§ 5.13 फ्लेमिंग के वामहस्त का नियम (Fleming's Left Hand Rule)

यदि किसी धारावाही चालक को चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाये तो उस पर एक बल लगता है। लगने वाले बल की दिशा निम्नवत ज्ञात की जाती है—



चित्र 5.13

यदि बायें हाथ की तर्जनी उँगली (forefinger) चुम्बकीय क्षेत्र (B) की दिशा में रखी जाये, मध्यमा उँगली (central finger) धारा (i) की दिशा में रखी जाये तो अँगूठे को तर्जनी और मध्यमा दोनों के लम्बवत् रखने पर चालक पर लगने वाले बल की दिशा अँगूठे (Thumb) से व्यक्त होगी (चित्र 5.13)।

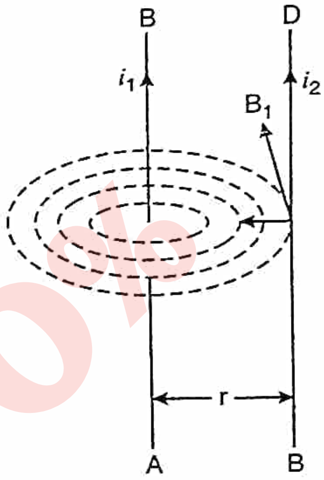
§ 5.14 दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच के बल का सूत्र (Force between two current carring condcutors)

माना AB और CD दो चालक हैं जो एक-दूसरे के समान्तर परस्पर r दूरी पर रखे हैं। AB चालक में i_1 ऐम्पियर की धारा तथा CD चालक में i_2 ऐम्पियर की धारा बह रही है (चित्र 5.14)। AB चालक में i_1 धारा बहने से इसके चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र पैदा हो जाता है। धारावाही चालक AB से r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता B_1 (समीकरण (2) के अनुसार)

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2i_1}{r} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \quad ...(i)$$

जहाँ μ_0 = वायु या निर्वात की पारगम्यता

$= 4\pi \times 10^{-7}$ न्यूटन/ऐम्पियर^2



चित्र 5.14

जहाँ i_1 ऐम्पियर तथा r मीटर में मापा गया है। इस क्षेत्र की तीव्रता की दिशा दूसरे चालक CD के तथा कागज के तल में लम्बवत् होगी। चूँकि चालक CD में धारा i_2 बह रही है और वह चुम्बकीय क्षेत्र B_1 (जो चालक AB में i_1 धारा के कारण पैदा हुआ है), रखा हुआ है। अत: चालक CD पर एक बल F लगता है जिसका मान निम्नलिखित सूत्र से दिया जाता है—

$$F = i_2.\Delta l.B_1.\sin\theta \quad ...(ii)$$

जहाँ Δl, चालक CD की लम्बाई और θ, धारा i_2 तथा चुम्बकीय क्षेत्र B_1 के बीच का कोण हैं।

समीकरण (ii) में B_1 का मान समीकरण (i) से रखने पर

$$F = i_2.\Delta l\left(\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2i_1}{r}\right)\sin\theta$$

यहाँ $\theta = 90°$

अत: $$F = \frac{i_1.l_2.\Delta l}{r} \text{ न्यूटन} \quad ...(5)$$

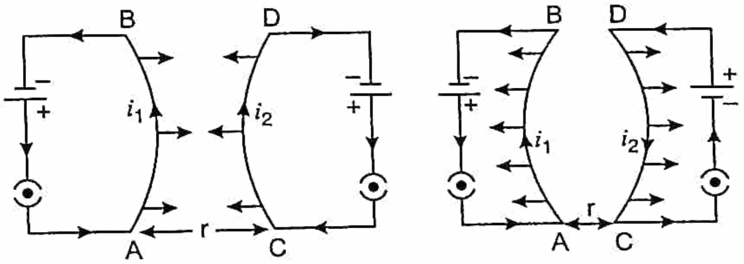
अत: चालक CD के प्रति एकांक लम्बाई पर लगने वाला बल

$$\frac{F}{\Delta l} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{r} \frac{\text{न्यूटन}}{\text{मीटर}}$$

उपर्युक्त समीकरण में μ_0 का मान रखने पर

$$\frac{F}{\Delta l} = 2 \times 10^{-7} \frac{i_1 i_2}{r} \text{ न्यूटन/मीटर} \quad ...(6)$$

इस बल की दिशा फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम से ज्ञात की जा सकती है। यदि दोनों चालकों में धारा की दिशा समान हो तो उसमें परस्पर आकर्षण होगा। यदि दोनों चालकों में धारा की दिशा परस्पर विपरीत हो तो उनमें परस्पर प्रतिकर्षण होगा (चित्र 5.15)।



चित्र 5.15

§ 5.15 ऐम्पियर की परिभाषा

दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल के सूत्र के अनुसार ऐम्पियर की मानक परिभाषा दी जाती है। समीकरण (6) के अनुसार प्रत्येक चालक की प्रति एकांक लम्बाई पर लगने वाला बल

$$F = 2 \times 10^{-7}\frac{i_1 i_2}{r} \text{ न्यूटन/मीटर}$$

यदि $i_1 = i_2 = 1$ ऐम्पियर, और $r = 1$ मीटर

तो $F = 2 \times 10^{-7}$ न्यूटन/मीटर

अत: यदि वायु या निर्वात में परस्पर 1 मीटर की दूरी पर स्थित दो समान्तर तारों में समान प्रबलता की विद्युत धाराएँ प्रवाहित होने पर दोनों तारों के बीच 2×10^{-7} न्यूटन प्रति मीटर (तार की लम्बाई) का बल आरोपित होता है तो तारों में बहने वाली धारा 1 ऐम्पियर कहलाती है।

YADAVRK100k

इस रूप में परिभाषित ऐम्पियर, अन्तर्राष्ट्रीय मानक मात्रक प्रणाली (S.I. system of units) के अन्तर्गत एक मूल मात्रक माना गया है।

§ 5.16 चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर बल (Force on a Moving Charge in a Magnetic Field)

सामान्यतया चालक पदार्थ में मुक्त इलेक्ट्रॉन पाये जाते हैं। जब तक किसी चालक में कोई धारा नहीं प्रवाहित की जाती उस चालक के सभी मुक्त इलेक्ट्रॉन गैस के अणुओं की तरह अनियमित गति (random motion) करते रहते हैं। इलेक्ट्रॉनों की यह गति विभिन्न दिशाओं में होती है। जैसे ही इस चालक का सम्बन्ध किसी बैटरी या सेल से कर दिया जाता है तो चालक के मुक्त इलेक्ट्रॉनों पर एक परिणामी बल कार्य करता है जिससे वे सेल या बैटरी के ऋण ध्रुव से धन ध्रुव की ओर गति करने लगते हैं। इस प्रकार पैदा हुई इलेक्ट्रॉनों की गति को धारा का प्रवाहित होना कहते हैं। अब जब इस चालक को, जिसमें धारा प्रवाहित हो रही हो, एक बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र B में रखा जाता है तो उस चालक पर चुम्बकीय क्षेत्र के कारण एक बल लगने लगता है। इस प्रकार चालक के गतिमान इलेक्ट्रानों (आवेशों) पर चुम्बकीय क्षेत्र में एक बल लगता है। यदि गतिमान आवेश, चालक के बजाय निर्वात या अन्य कहीं चुम्बकीय क्षेत्र में गति करें तो भी उन पर बल कार्य करेगा। इस प्रकार **जब कोई विद्युत् आवेश एक चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता है तो उस पर एक बल कार्य करता है। इस बल को लारेंज बल (Lorentz force) कहते हैं।**

5.16.1 लारेन्ज बल के लिए सूत्र

यदि q कूलॉम का आवेश t सेकण्ड में v मीटर/सेकण्ड के वेग से एक चालक में l मीटर की दूरी तय करे, तो

$$t = \frac{l}{v} \text{ सेकण्ड}$$

चूँकि q आवेश t सेकण्ड में l दूरी चलता है, अतः आवेश की गति से उत्पन्न धारा

$$i = \frac{q}{t} \text{ ऐम्पियर}$$

या

$$i = \frac{q}{l/v} = \frac{qv}{l}$$

या

$$il = qv$$

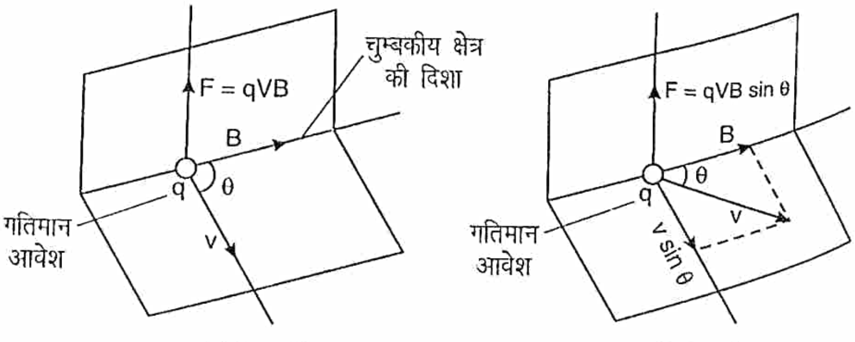
यदि यह चालक एक चुम्बकीय क्षेत्र B में इस प्रकार रखा जाये कि वह चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा से $\theta°$ का कोण बनाये तो चालक पर लगने वाला

$$\text{बल } F = ilB\sin\theta$$

या

$$\boldsymbol{F = qvB\sin\theta} \qquad (\text{क्योंकि } il = qv) \qquad ...(7)$$

अतः जब q आवेश का कण v वेग से चुम्बकीय क्षेत्र B में क्षेत्र की दिशा से $\theta°$ कोण बनाते हुए गति करता है तो उस पर एक बल लगता है जिसका मान $qvB\sin\theta$ होता है। अर्थात् यह बल आवेश, आवेश के वेग, चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता एवं गति की दिशा और क्षेत्र की तीव्रता के बीच बनने वाले कोण पर निर्भर करता है। यदि $\theta = 90°$ हो तो



(a) θ = 90° (b) θ = 0°

चित्र 5.16

YADAVRK100%

बल सबसे अधिक होगा और इसका मान qVB के बराबर होगा। इस स्थिति में लगने वाला बल, आवेश की गति एवं क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् कार्य करता है। यदि $\theta = 0°$ हो तो बल का मान शून्य होगा। अतः यदि कोई आवेश चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के समान्तर गति करता है तो उस पर कार्य करने वाला बल शून्य होगा अर्थात् उस पर चुम्बकीय क्षेत्र का कोई प्रभाव नहीं पड़ता। लारेन्ज बल चित्र 5.16 (a) तथा 5.16 (b) में दर्शाया गया है। लारेन्ज बल की दिशा भी फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम से ज्ञात की जाती है।

उदाहरण 1 : 0.2 मीटर लम्बे एक तार को 0.5 वेबर/मीटर^2 तीव्रता के चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है। यदि तार में 2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित की जाये तो तार पर लगने वाले बल की गणना कीजिये यदि (1) तार क्षेत्र के लम्बवत् हो (2) तार क्षेत्र के समान्तर हो (3) तार क्षेत्र से 30° का कोण बना रहा हो।

हल—चालक पर बल $F = ilB\sin\theta$

1. जब $\theta = 90°$ है, तो

यहाँ $i = 2$ ऐम्पियर, $l = 0.2$ मीटर, $B = 0.5$ वेबर/मीटर^2,

अतः
$$F = 2 \times 0.2 \times 0.5 \times \sin 90°$$
$$= 0.2 \text{ न्यूटन}$$

2. जब $\theta = 0°$ है, तो
$$F = 2 \times 0.2 \times 0.5 \times \sin 0° = 0 \text{ न्यूटन}$$

3. जब $\theta = 30°$, तो
$$F = 2 \times 0.2 \times 0.5 \times \sin 30° = 0.1 \text{ न्यूटन}$$

उदाहरण 2 : 1 मीटर लम्बे दो समान्तर तारों को परस्पर 0.02 मीटर की दूरी पर रखा जाता है। यदि इन तारों में 2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित की जाये तो तार पर लगने वाले बल का मान ज्ञात कीजिये तथा यह भी बताइये कि बल कब आकर्षण का होगा और कब प्रतिकर्षण का।

हल—
$$F = 2 \times 10^{-7} \frac{i_1 \times i_2}{r} \text{ न्यूटन}$$
$$= 2 \times 10^{-7} \times \frac{2 \times 2}{0.02} \text{ न्यूटन}$$
$$= 4 \times 10^{-5} \text{ न्यूटन}$$

यदि इन तारों में धारा की दिशा समान होगी तो दोनों तार एक दूसरे को 4×10^{-5} न्यूटन के बल से आकर्षित करेंगे। परन्तु यदि तारों में विपरीत दिशा में धारा बहेगी तो दोनों तार एक दूसरे को 4×10^{-5} न्यूटन के बल से प्रतिकर्षित करेंगे।

उदाहरण 3 : 1.6×10^{-19} कूलॉम का आवेश 10^5 मीटर प्रति सेकण्ड के वेग से 2 वेबर/मी^{2} तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र में प्रवेश करता है तो आवेश पर लगने वाले बल की गणना कीजिये, जब आवेश

1. क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करे।

2. क्षेत्र से $\frac{\pi}{6}$ कोण पर प्रवेश करे।

3. क्षेत्र के समान्तर प्रवेश करे।

हल— सूत्र $F = qvB\sin\theta$

यहाँ
$$q = 1.6 \times 10^{-19} \text{ कूलॉम}$$
$$v = 10^5 \text{ मीटर/सेकण्ड}$$

YADAVRK100%

$$B = 2 \text{ वेबर/मीटर}^2$$

1. जब क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करे, तो

$$\theta = 90°$$

$$\therefore \quad F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 2 \times \sin 90°$$

$$= 3.2 \times 10^{-14} \text{ न्यूटन}$$

2. जब क्षेत्र से $\frac{\pi}{6}$ कोण पर प्रवेश करे, तो

$$\theta = \frac{\pi}{6} = 30° \text{ अथवा } \sin 30° = 0.5$$

$$\therefore \quad F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 2 \times 0.5$$

$$= 1.6 \times 10^{-14} \text{ न्यूटन}$$

3. जब क्षेत्र के समान्तर अर्थात् $\theta = 0°$ पर प्रवेश करे, तो

$$F = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^5 \times 2 \times \sin 0°$$

$$= 0 \text{ न्यूटन}$$

§ 5.17 हॉल प्रभाव (Hall effect)

किसी चालक में हॉल प्रभाव का उत्पन्न होना उस चालक तार में धारा के प्रवाह की प्रकृति का परिणाम है। धारा के संघटक तत्त्वों में मुख्यत: इलेक्ट्रॉन (electrons), विवर (holes) तथा आयन (ions) अलग-अलग या सम्मिलित रूप से उपस्थित होते हैं। किसी चुम्बकीय क्षेत्र भी उपस्थिति में यह आवेश वाहक बल का अनुभव करते हैं जिसे लारेन्ज बल (Lorentz force) कहते हैं। जब बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र आरोपित नहीं होता है तो आवेश वाहक प्राय: अशुद्धियों (impurities), फोनॉन (Phonons) या अन्य के मध्य संघट्ट के दरम्यान सरल रेखा में चलते हैं परन्तु जब चालक तार के लम्बाई के लम्बवत् चुम्बकीय क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो आवेश वाहकों का संघट्ट के दरम्यान पथ वक्राकार हो जाता है। इस प्रकार आवेश वाहक चालक तार के एक सिरे पर इकट्ठा होने लगते हैं। परिणामस्वरूप चालक के दूसरे सिरे पर विपरीत एवं समान मात्रा के आवेश एकत्रित होने लगते हैं। ऐसा मुख्यत: तब होता है जब चालक में गतिमान आवेश वाहकों की संख्या अत्यन्त कम होती है। आवेशों का यह विभक्तीकरण एवं संग्रह एक वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जो नये आने वाले आवेशों का विरोध करता है, इस प्रकार आवेशों के प्रवाह से चालक तार के सिरों पर एक स्थिर वैद्युत विभव (electric potential) उत्पन्न हो जाता है। इसे हॉल प्रभाव कहते हैं।

§ 5.18 चुम्बकीय फ्लक्स (Magnetic Flux)

किसी भी चुम्बकीय क्षेत्र के विभिन्न बिन्दुओं पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता एवं दिशा चुम्बकीय बल रेखाओं द्वारा प्रदर्शित की जाती है। यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में कोई तल $PQRS$ रखा जाये तो इस तल से चुम्बकीय बल रेखायें गुजरेंगी (चित्र 5.17)। किसी भी तल के लम्बवत् गुजरने वाली सम्पूर्ण चुम्बकीय बल रेखाओं को चुम्बकीय फ्लक्स कहते हैं। चुम्बकीय फ्लक्स को ϕ (फाई) से निरूपित करते हैं। यदि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् कोई तल, जिसका क्षेत्रफल A हो, रखा हो तथा चुम्बकीय क्षेत्र का परिमाण B हो तो तल से जाने वाला चुम्बकीय फ्लक्स BA होगा।

अर्थात् $$\phi = B\,A$$

यदि तल का अभिलम्ब चुम्बकीय क्षेत्र के साथ θ कोण बनाता है, तो

$$\phi = BA\cos\theta \qquad \text{...(8)}$$

चुम्बकीय फ्लक्स का मात्रक वेबर (weber) अथवा न्यूटन मीटर/ऐम्पियर होता है।

$$\phi \text{ का मात्रक} = B \text{ का मात्रक} \times A \text{ का मात्रक}$$

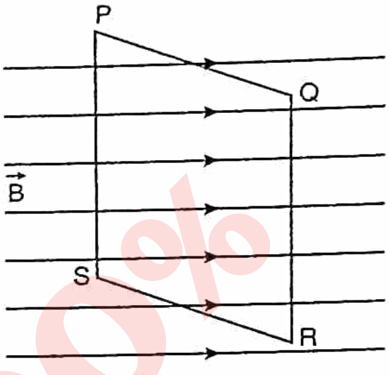
$$= \frac{\text{वेबर}}{\text{मी}^2} \times \text{मी}^2$$

$$= \text{वेबर}$$

अथवा

$$\phi \text{ का मात्रक} = \frac{\text{न्यूटन}}{\text{ऐम्पियर मीटर}} \times \text{मीटर}^2$$

$$= \frac{\text{न्यूटन} \times \text{मीटर}}{\text{ऐम्पियर}}$$

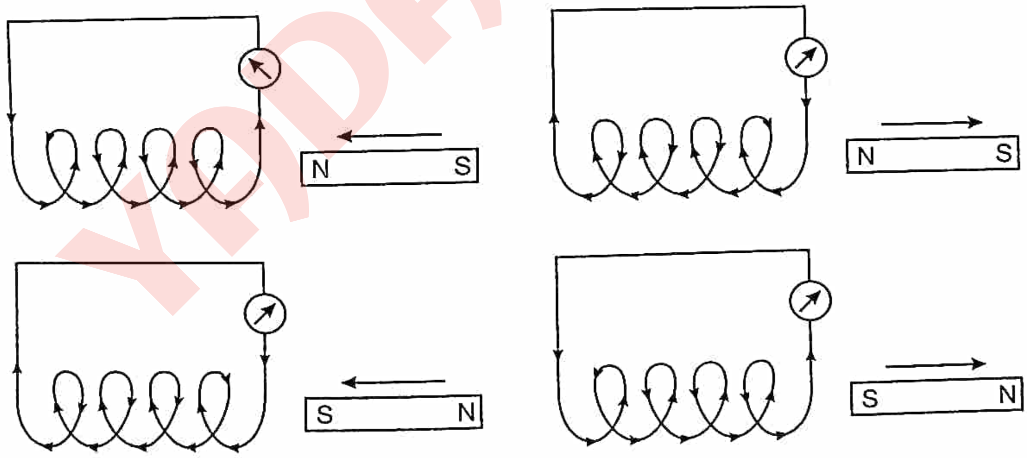


चित्र 5.17

§ 5.19 फैराडे का प्रयोग (Faraday's Experiment)

सन् 1820 में ओरस्टैड ने धारा के चुम्बकीय प्रभाव का अध्ययन किया और बताया कि यदि किसी चालक में धारा प्रवाहित की जाय, तो उसके चारों ओर एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इस आविष्कार से प्रभावित होकर फैराडे ने सोचा कि जब विद्युत धारा से चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो सकता है तो इसके विपरीत चुम्बकीय क्षेत्र से विद्युत धारा भी उत्पन्न हो सकती है। उन्होंने कुण्डली और चुम्बक के साथ भिन्न-भिन्न प्रयोग करके निम्नलिखित निष्कर्ष प्राप्त किये—

1. पृथक्कित तारों की कुण्डली बनाकर उसके परिपथ में एक धारामापी लगाया। तत्पश्चात् यह प्रेक्षित हुआ कि यदि चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को कुण्डली के पास ले जाया जाता है तो धारामापी में विक्षेप होता है तथा इसको वापस पीछे हटाने पर विपरीत दिशा में विक्षेप होता है। यह विक्षेप उसी समय तक रहता है, जब तक कि चुम्बक कुंडली के सापेक्ष गति करता रहता है। (चित्र 5.18)



चित्र 5.18

2. यदि चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव को कुंडली की ओर करके पहले की भाँति प्रयोग किये जायें तो प्रत्येक दशा में विक्षेप पहले वाले विक्षेपों से विपरीत दिशा में होता है (चित्र 5.18)।

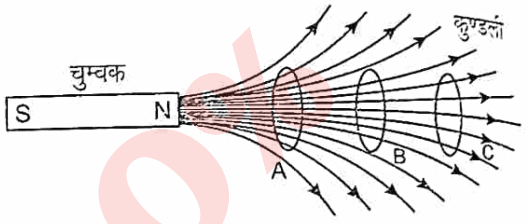
3. उपर्युक्त दोनों परिणाम चुम्बक को स्थिर रखकर तथा कुंडली को चलाकर भी प्राप्त किये जा सकते हैं। अत: स्पष्ट है कि यह विक्षेप चुम्बक तथा कुंडली की सापेक्ष गति (relative motion) से उत्पन्न होता है। यह सापेक्ष गति जितनी ही अधिक होती है, विक्षेप उतना ही अधिक होता है।

4. यदि कुंडली में चक्करों की संख्या बढ़ा दी जाये तो धारामापी में विक्षेप बढ़ जाता है। अत: विक्षेप, कुंडली में चक्करों की संख्या के अनुक्रमानुपाती होता है।

YADAVRK100%

धारामापी में सुई का विक्षेप केवल धारा प्रवाह के कारण ही है। चित्र 5.18 में धारामापी में जो विक्षेप हो रहा है वह परिपथ में किसी बैटरी या सेल के कारण नहीं हो रहा है वरन् यह विक्षेप कुंडली के सापेक्ष चुम्बक की गति के कारण हो रहा है। इस प्रकार से उत्पन्न धारा को प्रेरित धारा (induced current) कहते हैं और जिस विद्युत वाहक बल के कारण यह धारा पैदा हो रही है उसे प्रेरित विद्युत वाहक बल (induced electro-motive force) कहते हैं तथा इस क्रिया को विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण (Electro-magnetic induction) कहते हैं।

चित्र 5.19 में एक चुम्बक NS है जिससे चुम्बकीय बल रेखायें जा रही हैं। इस चुम्बक के उत्तरी ध्रुव के सम्मुख एक कुंडली रखी गयी है। इस कुंडली की तीन स्थितियाँ A, B, C दर्शायी गयी हैं। कुंडली की B स्थिति में इसके तल से कुछ फ्लक्स जा रहा है। यदि अब कुंडली को A स्थिति में लाया जाये तो इसके तल से अधिक फ्लक्स जायेगा। C स्थिति में B स्थिति से कम फ्लक्स जायेगा। इससे स्पष्ट है कि चुम्बक की कुंडली के सापेक्ष गति होने पर कुंडली में से जाने वाले फ्लक्स में परिवर्तन होता है। फलस्वरूप कुंडली में विद्युत वाहक बल पैदा हो जाता है जिससे कुंडली में धारा प्रवाहित होती है।



चित्र 5.19

§ 5.20 फैराडे के विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के नियम (Faraday's laws of electro-magnetic induction)

फैराडे के विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण के निम्नलिखित दो नियम हैं—

प्रथम नियम—जब किसी बन्द कुंडली में से होकर जाने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं (चुम्बकीय फ्लक्स) में परिवर्तन होता है, तो उस कुंडली में प्रेरित विद्युत वाहक बल पैदा हो जाता है। प्रेरित विद्युत वाहक बल केवल उसी समय तक कार्य करता है जब तक कि चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता रहता है।

द्वितीय नियम—कुंडली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल का परिमाण चुम्बकीय फ्लक्स (कुंडली में होकर जाने वाली बल रेखाओं की संख्या) के परिवर्तन की दर के अनुक्रमानुपाती होता है।

माना किसी समय कुंडली से जाने वाले चुम्बकीय फ्लक्स का मान ϕ_1 है, और Δt समयान्तर बाद यह फ्लक्स ϕ_2 हो जाता हो, तो

Δt समयान्तर में चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन $= \phi_2 - \phi_1$

अत: चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन की दर $= \dfrac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t}$

यदि कुंडली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल e हो, तो

$$e \propto \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t}$$

अथवा

$$e = K\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} \quad ...(9)$$

जहाँ K एक नियतांक है।

§ 5.21 लेन्ज का नियम

प्रेरित विद्युत वाहक बल सदैव उस कारण का विरोध करता है जिसके द्वारा वह स्वयं उत्पन्न होता है।

अत: यदि कुंडली के चुम्बकीय फ्लक्स में वृद्धि होती है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल कुंडली के चुम्बकीय फ्लक्स को घटाने की कोशिश करता है और यदि कुंडली के चुम्बकीय फ्लक्स में कमी होती है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल चुम्बकीय फ्लक्स को बढ़ाने की कोशिश करता है, अर्थात् यदि $(\phi_2 - \phi_1)$ धनात्मक है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल e ऋणात्मक होगा और यदि $(\phi_2 - \phi_1)$ ऋणात्मक है तो e धनात्मक होगा।

अत: $$e = -K\frac{(\phi_2 - \phi_1)}{t}$$

यदि कुंडली में तार के चक्करों की संख्या n हो, तो

$$e = -Kn\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{t}\right)$$

अथवा $$e = -Kn\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (\text{जहाँ } \Delta\phi = \phi_2 - \phi_1)$$

MKS प्रणाली में $K = 1$

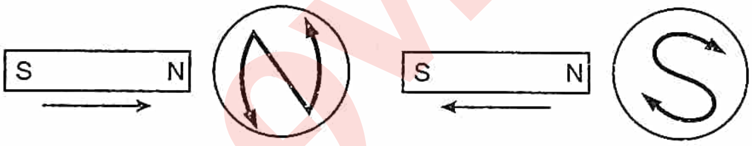
अत: $$e = -n\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \qquad ...(10)$$

स्पष्ट है कि अधिक विद्युत वाहक बल e के लिए n अधिक और t कम होना चाहिए अर्थात् कुंडली में चक्करों की संख्या अधिक और फ्लक्स-परिवर्तन का समय कम से कम होना चाहिये।

§ 5.22 प्रेरित धारा की दिशा (Direction of Induced Current)

विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण से उत्पन्न प्रेरित विद्युत धारा की दिशा निम्नलिखित नियमों से दी जाती है—

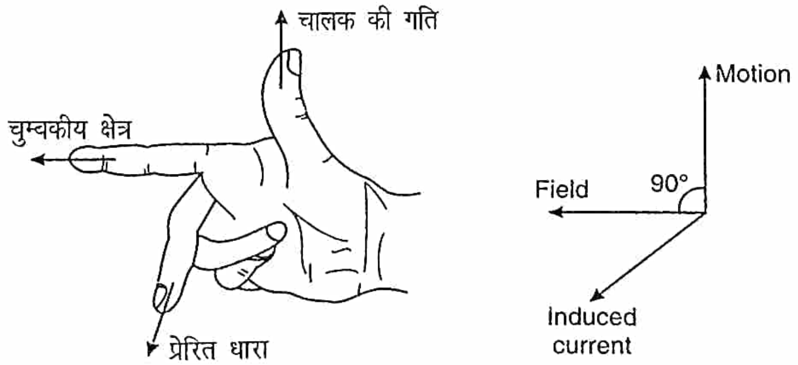
(क) लेन्ज का नियम—लेन्ज के नियमानुसार **किसी कुंडली में उत्पन्न प्रेरित विद्युत धारा की दिशा इस प्रकार की होती है कि वह उस कारण का विरोध करती है जिसके कारण यह प्रेरित धारा स्वयं उत्पन्न होती है।**



चित्र 5.20

इस नियम के अनुसार यदि किसी चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को कुंडली के पास लाया जाय तो कुंडली में ऐसी दिशा में धारा प्रवाहित होगी जिससे कुंडली में उत्तरी ध्रुव पैदा हो जाये और इस प्रकार कुंडली में उत्पन्न उत्तरी ध्रुव चुम्बक के आने वाले उत्तरी ध्रुव का विरोध करे। परिणामस्वरूप कुंडली में वामावर्त (anticlockwise) दिशा में धारा उत्पन्न होगी। अब यदि उत्तरी ध्रुव को कुंडली से दूर ले जाया जाये तो कुंडली में उत्पन्न धारा की दिशा इस प्रकार की होगी कि कुंडली में दक्षिणी ध्रुव उत्पन्न हो जाये जिससे कुंडली में उत्पन्न दक्षिणी ध्रुव चुम्बक के उत्तरी ध्रुव को खींचे और उत्तरी ध्रुव दूर जाने से रुक जाये। फलस्वरूप कुंडली में प्रेरित धारा दक्षिणावर्त (clockwise) दिशा में उत्पन्न होगी।

(ख) फ्लेमिंग के दक्षिण हस्त का नियम (Fleming's Right hand rule)—यदि हम बायें हाथ का अँगूठा (Thumb), उसके पास की तर्जनी (forefinger) तथा मध्यमा (middle finger) को परस्पर लम्बवत् फैलाकर इस प्रकार रखें कि तर्जनी चुम्बकीय बल रेखाओं की दिशा में तथा अँगूठा चालक की गति की दिशा में संकेत करे तो मध्यमा धारा की दिशा को बतायेगी (चित्र 5.21)।

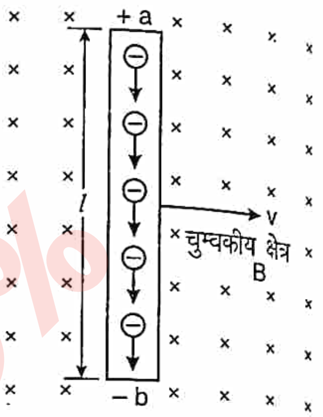


चित्र 5.21

§ 5.23 लारेंज बल के आधार पर विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण की व्याख्या (Explanation of Electro-magnetic Induction on the Basis of Lorentz Force)

माना ab कोई एक सीधा चालक है जिसकी लम्बाई L है। यह चालक एक चुम्बकीय क्षेत्र B में v वेग से तीर की दिशा में गति कर रहा है। चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कागज के तल के लम्बवत् नीचे की ओर है। प्रत्येक चालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन होते हैं। चूँकि चालक के साथ-साथ उसमें उपस्थित मुक्त इलेक्ट्रॉन भी चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र के लम्बवत् v वेग से गति करते हैं अत: प्रत्येक मुक्त इलेक्ट्रॉन पर $F = Bev$ का लारेन्ज बल कार्य करेगा (जहाँ e इलेक्ट्रॉनिक आवेश है) फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियमानुसार यह बल, दिशा ab की ओर कार्य करेगा। अत: मुक्त इलेक्ट्रॉन चालक में a से b की ओर जाने लगेंगे। इस प्रकार मुक्त इलेक्ट्रॉन को a से b तक ले जाने में किया हुआ कार्य = बल × स्थानान्तरण

$$= Bev \times L$$



चित्र 5.22

इससे दोनों सिरों के बीच एक विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है। यही प्रेरित विद्युत वाहक बल है।

$$\text{प्रेरित विद्युत वाहक बल} = \frac{\text{कार्य}}{\text{आवेश}} \text{ (आवेश को ले जाने में किया गया)}$$

$$= \frac{BevL}{e}$$

$$= BLv$$

यदि चालक को चुम्बकीय क्षेत्र B से θ कोण पर v वेग से चलाया जाय तो उसमें उत्पन्न प्रेरित विद्युत वाहक बल

$$= BLv \sin\theta \qquad ...(11)$$

यह विद्युत वाहक बल केवल उसी समय तक रहता है, जब तक चालक किसी चुम्बकीय क्षेत्र में गति करता रहता है। यदि चालक की गति रुक जाये ($v = 0$) या चुम्बकीय क्षेत्र हटा दिया जाये ($B = 0$) तो चालक में कोई विद्युत वाहक बल पैदा नहीं होगा।

यदि चालक के सिरों a तथा b को एक चालक (तार) से जोड़ दिया जाये तो उसमें धारा प्रवाहित होने लगती है जिसे प्रेरित धारा कहते हैं। चालक में इसकी दिशा b से a की ओर होती है। (इसकी पुष्टि फ्लेमिंग के दायें हाथ के नियम द्वारा भी की जा सकती है।)

5.24 बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के कारण धारावाही कुण्डली पर बल आघूर्ण (Torque on a current loop in an external magnetic field)

चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित किसी चालक तार में धारा प्रवाहित होने पर, चुम्बकीय क्षेत्र, चालक के प्रत्येक खण्ड पर चुम्बकीय बल आरोपित करता है, यदि तार की लम्बाई चुम्बकीय क्षेत्र के अनुदिश न हो। यदि यह धारावाही तार एक कुण्डली (किसी भी आकृति की) के रूप में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field) में स्थित हो, तो चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा इसके विभिन्न खण्डों पर **आरोपित चुम्बकीय बलों का सदिश योग अर्थात् परिणामी बल शून्य होता है, लेकिन इन बलों के कारण कुण्डली पर लगने वाले बल आघूर्णों का सदिश योग अर्थात् परिणामी बल आघूर्ण शून्य नहीं होता है।** अत: बाह्य एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र के कारण धारावाही कुण्डली पर एक बल आघूर्ण आरोपित होता है जिसके कारण कुण्डली उस चुम्बकीय क्षेत्र में घूर्णन गति करती है। **वैद्युत मोटर का यही सिद्धान्त है, जिसके द्वारा मोटर से कार्य कराया जाता है और वैद्युत ऊर्जा को यान्त्रिक ऊर्जा में बदला जाता है। धारामापी की कार्य प्रणाली भी इसी सिद्धान्त पर आधारित होती है।**

YADAVRK100%

माना N फेरों वाली एक आयताकार कुण्डली जिसकी लम्बाई व चौड़ाई क्रमश: l तथा b है, एक समान चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ में स्थित है। माना इस कुण्डली में एक स्थायी धारा i प्रवाहित हो रही है तो कुण्डली पर लगने वाले चुम्बकीय बल की गणना निम्न सूत्र से की जाती है—

$$F = NilB \sin\theta \quad ...(12)$$

तथा कुण्डली पर आरोपित नैट बल आघूर्ण,

$$\vec{\tau} = NilbB \sin\theta \quad ...(13)$$

$$= NiAB \sin\theta \quad \text{(जहाँ } lb = A \text{ कुण्डली के तल का क्षेत्रफल)}$$

$$= MB \sin\theta \quad \text{(जहाँ } M = NiA)$$

अथवा वेक्टर रूप में

$$\vec{\tau} = \vec{M} \times \vec{B} \quad ...(14)$$

§ 5.25 पदार्थों का चुम्बकन (Magnetization of Materials)

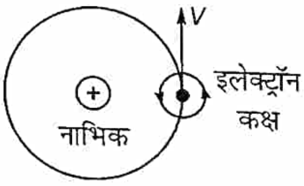
परमाणु में विभिन्न इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर बंद कक्षाओं में गतिमान रहते हैं और इसका कारण ये इलेक्ट्रॉन, धारावाही लूप की भाँति व्यवहार करते हैं जो स्वयं अपना चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। चूँकि धारावाही लूप एक चुम्बकीय द्विध्रुव की भाँति व्यवहार करता है और इसका अपना चुम्बकीय आघूर्ण ($M = iA$) भी होता है, अत: परमाणु के भीतर प्रत्येक इलेक्ट्रॉन का, अपनी कक्षीय गति के कारण, एक चुम्बकीय आघूर्ण होता है। कक्षीय गति के अतिरिक्त इलेक्ट्रॉन एक अन्य गति; जिसे **चक्रण गति** (Spin motion) (अपनी अक्ष के परित: घूमना) कहते हैं, भी करता है। इस चक्रण गति के कारण भी इलेक्ट्रॉन पर स्थायी चक्रण कोणीय संवेग तथा स्थायी चक्रण चुम्बकीय आघूर्ण (permanent spin angular momentum and permanent spin magnetic moment) होता है। इलेक्ट्रॉन के स्थायी चक्रण चुम्बकीय आघूर्ण का परिमाण $M_S = 9{\cdot}285 \times 10^{-24}$ न्यूटन-मी/टेस्ला होता है। इलेक्ट्रॉन की कक्षीय तथा चक्रण दोनों गतियों के कारण इलेक्ट्रॉन के **नेट चुम्बकीय आघूर्ण में मुख्यत: चक्रण गति का ही योगदान होता है,** कक्षीय गति के कारण उत्पन्न चुम्बकीय आघूर्ण (M_O) प्राय: बहुत कम होता है ($M_S >> M_o$)। नाभिक का भी चुम्बकीय आघूर्ण होता है, किन्तु इसका परिमाण इलेक्ट्रॉन के चुम्बकीय आघूर्ण की तुलना में कई हजारवाँ भाग होता है अर्थात् बहुत कम होता है। किसी परमाणु में उपस्थित नाभिक तथा सभी इलेक्ट्रॉनों के चुम्बकीय आघूर्णों का सदिश योग ही उस परमाणु का नेट चुम्बकीय आघूर्ण होता है।

किसी पदार्थ के परमाणवीय द्विध्रुवों को नियमित क्रम में संरेखित करने की प्रक्रिया को पदार्थ का चुम्बकन कहते हैं।

Process to align atomic dipoles of any matter in a regular order is known as magnetization of material.

§ 5.26 चुम्बकत्व की परमाणवीय व्याख्या (Atomic Explanation of Magnetism)

परमाणु की कक्षाओं (orbits) में इलेक्ट्रॉन परमाणु के नाभिक के चारों ओर चक्कर लगाने के साथ-साथ अपने अक्ष के सापेक्ष स्पिन गति (spin motion) भी करते रहते हैं। इलेक्ट्रॉन की गति के कारण एक छोटी लूप धारा का निर्माण होता है। इस धारा लूप के कारण परमाणु पर चुम्बकीय गुण आ जाते हैं। अत: इलेक्ट्रॉन की गति के कारण परमाणु चुम्बकीय द्विध्रुव (magnetic dipole) की भाँति व्यवहार करने लगता है, चित्र 5.23।



चित्र 5.23

माना इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति का आवर्तकाल 'T', कक्षीय वेग v तथा कक्षीय त्रिज्या r है। अत: इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति के फलस्वरूप धारा,

$$i = \frac{e}{T} \quad ...(i)$$

चूँकि कक्षीय गति

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{अथवा} \quad T = \frac{2\pi r}{v}$$

समीकरण (i) में मान रखने पर

$$i = \frac{ev}{2\pi r}$$

अत: धारा लूप के कारण उत्पन्न चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण,

$$M = i \times A = \frac{ev}{2\pi r} \times \pi r^2 \quad \text{या} \quad M = \frac{evr}{2}$$

या $$M = \frac{evr \times m_e}{2m_e},$$ जहाँ m_e = इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान है।

अत: $$M = \frac{e\,(m_e vr)}{2m_e} = \frac{e}{2m_e}(m_e vr)$$

$$M = \frac{e}{2m_e} L \quad ...(15)$$

जहाँ L, इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति का कोणीय संवेग (angular momentum) है। परंतु बोहर (Bohr) के अनुसार $L = \frac{nh}{2\pi}$, जहाँ $n = 1, 2, 3, ...$ तथा h प्लांक का नियतांक है। अत: चुम्बकीय द्विध्रुव आघूर्ण,

$$M = \frac{eh}{4\pi m_e} n \quad ...(16)$$

अत: $n = 1$ के सापेक्ष परमाणु का द्विध्रुव आघूर्ण अर्थात् हाइड्रोजन परमाणु की पहली कक्षा में वृत्तीय गति करते हुए इलेक्ट्रॉन का द्विध्रुव आघूर्ण

$$M = \frac{1 \cdot 6 \times 10^{-19} \times 6 \cdot 6 \times 10^{-34}}{4 \times 3 \cdot 14 \times 9 \cdot 1 \times 10^{-31}} \times 1$$

$$= 9 \cdot 27 \times 10^{-24} \text{ A-m}^2$$

5.27 चुम्बकत्व के लिए गॉस का नियम (Gauss' law for magnetism)

गॉस के अनुसार, **"एक अकेले चुम्बकीय ध्रुव का कोई अस्तित्व नहीं होता है, अत: किसी बंद पृष्ठ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स का मान शून्य होता है।"** गॉस का सिद्धान्त वैद्युत क्षेत्र के लिए गॉस के नियम के समतुल्य है। अत:

$$\oint \vec{B} . \vec{dS} = \mu_0 (0) = 0$$

यह चुम्बकत्व के लिए गॉस का नियम (Gauss' law for magnetism) है।

§ 5.28 चुम्बकत्व का परमाणवीय मॉडल तथा चुम्बकीय पदार्थ (Atomic model of magnetism and magnetic materials)

प्रत्येक पदार्थ के परमाणु के भीतर इलेक्ट्रॉन के चक्रण तथा कक्षीय गति के कारण चुम्बकीय आघूर्ण उत्पन्न होता है। उत्पन्न आघूर्ण में इलेक्ट्रॉन की चक्रण गति का योगदान बहुत अधिक तथा कक्षीय गति का योगदान बहुत कम होता है। स्पष्टत: प्रत्येक पदार्थ किसी न किसी रूप में चुम्बकीय गुण रखता है। बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर प्राय: प्रत्येक पदार्थ में कुछ

YADAVRK100%

चुम्बकन (चुम्बकत्व) आ जाता है। इन स्थितियों में पदार्थों के चुम्बकीय व्यवहारों के आधार पर सन 1846 में फैराडे ने पदार्थों को निम्नलिखित पाँच वर्गों में विभाजित किया—

(i) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ (Diamagnetic Substances)

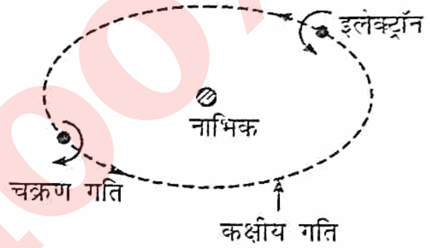
(ii) अनुचुम्बकीय पदार्थ (Paramagnetic Substances)

(iii) लोहचुम्बकीय पदार्थ (Ferromagnetic Substances)

(iv) प्रति-लोहचुम्बकीय पदार्थ (Anti-ferromagnetic Substances)

(v) लघु लोहचुम्बकत्व अथवा फेरी-चुम्बकत्व (Ferrimagnetism)

§ 5.29 प्रतिचुम्बकत्व की व्याख्या (Explanation of Diamagnetism)



चित्र 5.24

प्रतिचुम्बकत्व का गुण प्रायः उन पदार्थों में पाया जाता है जिनके परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या सम (even) होती है तथा विपरीत दिशा में चक्रण वाले दो-दो इलेक्टॉन मिलकर युग्म बना लेते हैं, चित्र 5.24। इनकी चक्रण गतियाँ (चालें) भी समान होती हैं। अतः प्रत्येक युग्म के दोनों इलेक्ट्रॉनों की चक्रण गतियों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय आघूर्ण बराबर तथा विपरीत होते हैं। अतः इनका नेट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य होता है। इस प्रकार, **प्रति-चुम्बकीय पदार्थ के प्रत्येक परमाणु का चुम्बकीय आघूर्ण शून्य होता है।**

The net magnetic moment of an atom of a diamagnetic substance is zero.

बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव (Effect of external magnetic field)—प्रतिचुम्बकीय प्रदार्थ को जब किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो क्षेत्र पदार्थ के परमाणु के अंदर युग्म इलेक्ट्रॉनों की चक्रण गतियों को इस प्रकार परिवर्तित कर देता है कि एक इलेक्ट्रॉन की चक्रण गति धीमी तथा दूसरे की तेज हो जाती है। परिणामतः दोनों इलेक्ट्रॉनों की चक्रण गति के कारण उत्पन्न चुम्बकीय आघूर्ण परिमाण में बराबर नहीं होते हैं; अतः अब इनका नेट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य नहीं हो पाता है। इस नेट चुम्बकीय आघूर्ण की दिशा बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है। इलेक्ट्रॉनों के प्रत्येक युग्म में ऐसा ही होता है। अतः परमाणुओं में बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में नेट चुम्बकीय आघूर्ण प्रेरित हो जाने के कारण यह पदार्थ बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के विपरीत दिशा में चुम्बकित हो जाता है क्योंकि यह प्रभाव परमाणु के अभिविन्यास पर निर्भर नहीं करता है तथा सभी परमाणुओं के लिए समान होता है। पदार्थ का ताप परिवर्तित हो जाने पर भी, इसके प्रतिचुम्बकत्व के गुण पर कोई प्रभाव नहीं होता है।

बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र को हटा लेने पर पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकत्व समाप्त हो जाता है।

5.29.1 प्रतिचुम्बकीय पदार्थ (Diamagnetic Substances)

प्रतिचुम्बकीय पदार्थ वे पदार्थ हैं जो किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर, क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं तथा किसी शक्तिशाली चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर तनिक प्रतिकर्षित होते हैं।

Those substances, which when placed in a magnetic field are feebly magnetized in a direction opposite to that of the magnetizing field, are called diamagnetic substances.

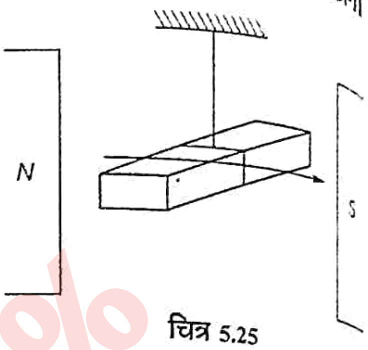
उदाहरणार्थ Ag, Au, Bi, Sb, P, Zn, Cu, C (हीरा), NaCl, H_2O, Hg, alcohol, air, H_2, N_2. अधिकांशतः अकार्बनिक यौगिक (compounds) तथा लगभग सभी कार्बनिक यौगिक प्रतिचुम्बकीय होते हैं।

प्रतिचुम्बकीय पदार्थ की विशेषताएँ (Specialities of Diamagnetic Substances)

(1) चुम्बकीय क्षेत्र इन पदार्थों को अल्प प्रतिकर्षित करता है।

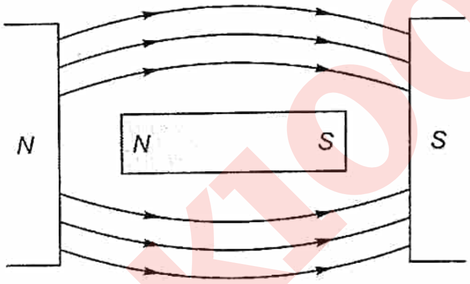
(2) किसी दण्ड चुम्बक के समीप लाने पर, ये पदार्थ अल्प प्रतिकर्षण अनुभव करते हैं।

(3) प्रतिचुम्बकीय पदार्थ की किसी छड़ को विपरीत ध्रुवों के बीच रखने पर छड़ के सिरों पर उत्पन्न ध्रुव बाह्य चुम्बकीय ध्रुवों के समान ही होते हैं तथा छड़ की अक्ष (लम्बाई) घूमकर चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् ठहरती है, यदि यह घूमने के लिए स्वतंत्र हो, चित्र 5.25।



चित्र 5.25

(4) किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर इनमें क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में ($\because \chi = -ve$) एक क्षीण चुम्बकन ($\because \chi < 1$) आ जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र के हटा लेने पर इनका चुम्बकन (Magnetization) समाप्त हो जाता है, चित्र 5.26।



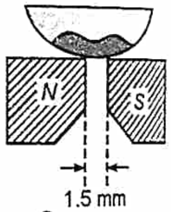
चित्र 5.26

(5) इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति सुग्राहिता (susceptibility, χ) एक से कम एवं ऋणात्मक तथा आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) भी एक से कम होती है।

(6) असमान चुम्बकीय क्षेत्र में ये पदार्थ के कम तीव्रता वाले भाग की ओर आकर्षित होते हैं। अत: असमान चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर इन पदार्थों की प्रवृत्ति क्षेत्र के अधिक तीव्रता वाले भाग से कम तीव्रता वाले भाग की ओर जाने वाली होती है। जैसे—

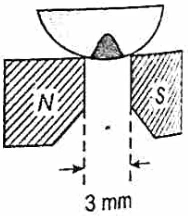
(i) यदि काँच की एक प्याली में किसी प्रतिचुम्बकीय पदार्थ का घोल (अर्थात् द्रव रूप में) लेकर

(a) उस प्याली को दो पास-पास स्थित विपरीत चुम्बकीय ध्रुवों पर रख दें तो प्याली के बीच के भाग से द्रव किनारों की ओर चला जाता है अर्थात् बीच में कुछ द्रव दब जाता है। (चित्र 5.27 (a)) इसका कारण यह है कि चुम्बकीय ध्रुवों के बीच दूरी कम होने पर इनके मध्य स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता अधिक तथा ध्रुवों के समीप कम होती है।



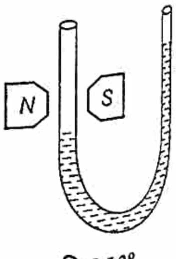
चित्र 5.27 (a)

(b) इन ध्रुवों के बीच की दूरी अधिक होने पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता मध्य स्थान में कम तथा ध्रुवों के समीप अधिक होती है। इस स्थिति में द्रव ध्रुवों के समीप से हटकर मध्य भाग में चला जाता है तथा ऊपर उठ जाता है, चित्र 5.27 (b)।



चित्र 5.27 (b)

(ii) यदि किसी प्रतिचुम्बकीय पदार्थ के घोल को U– नली में भरकर, नली की एक भुजा को प्रबल चुम्बकीय ध्रुवों के बीच रख दें तो उस भुजा में द्रव का तल नीचे गिर जाता है, चित्र 5.28।



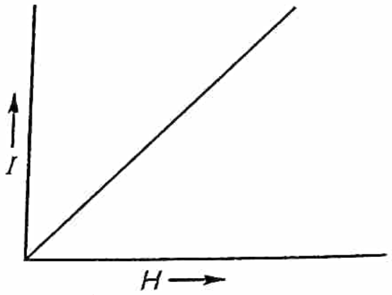
चित्र 5.28

(7) इनकी चुम्बकीय सुग्राहिता ताप पर निर्भर नहीं करती है।

(8) इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता का मान एक से कम होने के कारण, इनको एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर, इनके अन्दर से गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या (n) उस स्थान पर निर्वात् में समान अनुप्रस्थ क्षेत्रफल से गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या (n_0) की तुलना में कम होती है, अर्थात् $n < n_0$।

YADAVRK100%

(9) इन पदार्थों की चुम्बकीय सुग्राहिता (χ) का मान, चुम्बकन क्षेत्र (H) पर निर्भर नहीं करता है; अत: इनके चुम्बकन (I) तथा चुम्बकन क्षेत्र (H) के बीच खींचा गया वक्र एक सरल रेखा होती है क्योंकि $\frac{I}{H} = \chi$, (चित्र 5.29)।

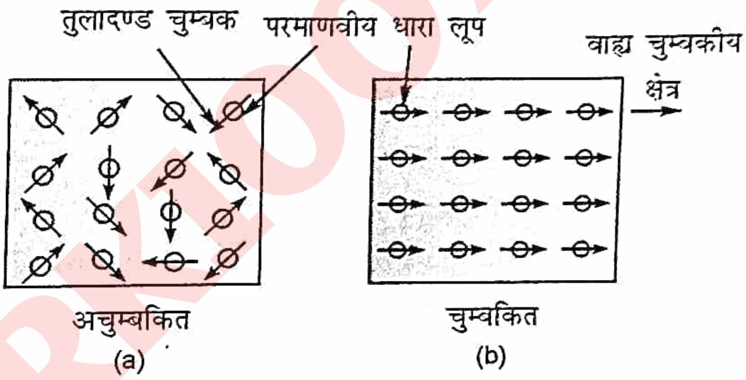


चित्र 5.29

§ 5.30 अनुचुम्बकत्व की व्याख्या (Explanation of Paramagnetism)

अनुचुम्बकत्व का गुण प्राय: उन पदार्थों में पाया जाता है जिनके परमाणुओं में ऐसे इलेक्ट्रॉनों का आधिक्य (majority) होता है, जिनके चक्रण की दिशाएँ समान होती हैं। इस कारण प्रत्येक परमाणु में इलेक्ट्रॉनों के कारण एक स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है। अत: इन पदार्थों के परमाणु छोटे दण्ड चुम्बकों की भाँति व्यवहार करते हैं, इन्हें परमाणवीय चुम्बक कहते हैं।

ये पदार्थ किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की अनुपस्थिति में कोई चुम्बकीय प्रभाव नहीं रखते हैं। इसका कारण यह है कि परमाणवीय चुम्बक, ऊष्मीय विक्षोभ के कारण यादृच्छिक रूप से (randomly) अभिविन्यस्त रहते हैं (चित्र 5.30) जिसके कारण पूरे पदार्थ का नेट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य रहता है।



चित्र 5.30

बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव (Effect of external magnetic field)—अनुचुम्बकीय पदार्थ को जब किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है, तो पदार्थ के प्रत्येक परमाणवीय दण्ड चुम्बक (द्विध्रुव) पर, क्षेत्र के कारण एक बल आघूर्ण आरोपित हो जाता है, जिसकी प्रवृत्ति इस द्विध्रुव को क्षेत्र की दिशा में संरेखित करने की होती है। पदार्थ के सभी परमाणुओं के, क्षेत्र की दिशा में आंशिक रूप से भी संरेखित हो जाने के कारण, पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में चुम्बकित हो जाता है।

पदार्थ का ताप बढ़ने पर इसका चुम्बकत्व कम हो जाता है। बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र हटा लेने पर, ऊष्मीय विक्षोभ के कारण, इन परमाणवीय द्विध्रुवों के अनियमित क्रम से संरेखित हो जाने के कारण इन पदार्थों का चुम्बकत्व समाप्त हो जाता है।

5.30.1 अनुचुम्बकीय पदार्थ (Paramagnetic Substances)

अनुचुम्बकीय पदार्थ वे पदार्थ हैं जो किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर, क्षेत्र की दिशा में मामूली से चुम्बकित हो जाते हैं तथा किसी शक्तिशाली चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर तनिक आकर्षित होते हैं।

The substances, which when placed in a magnetic field are feebly magnetized in the direction of the magnetizing field, are called paramagnetic substances.

इन पदार्थों के इस गुण को 'अनुचुम्बकत्व' कहते हैं। उदाहरणार्थ, Pt, Al, Cr, Na, Mn, crown glass, $CuCl_2$, निकिल व आयरन के लवणों के घोल, O_2 आदि अनुचुम्बकीय होते हैं।

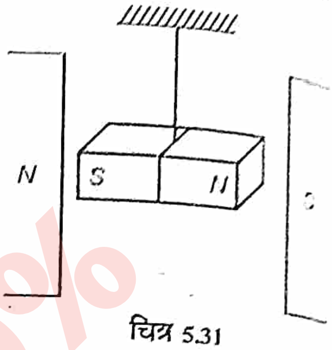
अनुचुम्बकीय पदार्थ की विशेषताएँ (Specialities of Paramagnetic Substances)

(1) चुम्बकीय क्षेत्र इन पदार्थों को अल्प आकर्षित करता है।

(2) किसी दण्ड चुम्बक के समीप लाने पर, ये पदार्थ अल्प आकर्षण का अनुभव करते हैं।

(3) अनुचुम्बकीय पदार्थ की किसी छड़ को विपरीत ध्रुवों के बीच में रखने पर, छड़ की अक्ष (लम्बाई) घूमकर चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर ठहरती है, यदि यह घूमने के लिए स्वतंत्र हो। छड़ के सिरों पर उत्पन्न ध्रुव निकटवर्ती बाह्य चुम्बकीय ध्रुवों के विपरीत होते हैं, चित्र 5.31।

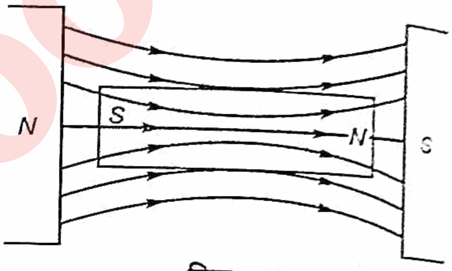
(4) किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर, इनमें क्षेत्र की दिशा में ($\because \chi = +ve$) एक क्षीण चुम्बकत्व ($\because \chi < 1$) आ जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र के हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त हो जाता है, चित्र 5.32।



चित्र 5.31

(5) इन पदार्थों की चुम्बकीय सुग्राहिता प्रवृत्ति (susceptibility—χ) एक से कम एवं धनात्मक होती है एवं आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) एक से अधिक तथा दो से कम होती है।

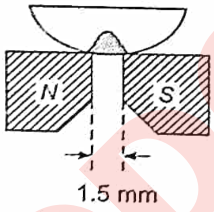
(6) असमान चुम्बकीय क्षेत्र में, ये पदार्थ क्षेत्र के अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर आकर्षित होते हैं। अत: असमान चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर इनकी पदार्थों की प्रवृत्ति क्षेत्र के कम तीव्रता वाले भाग से अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर जाने की होती है।



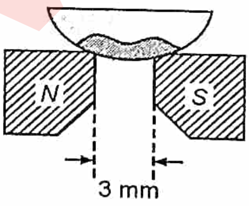
चित्र 5.32

(i) यदि काँच की एक प्याली में किसी अनुचुम्बकीय पदार्थ का घोल (अर्थात् द्रव रूप में) लेकर

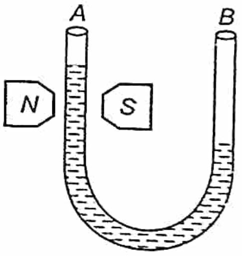
(a) उस प्याली को दो पास-पास स्थित विपरीत चुम्बकीय ध्रुवों पर रख दें तो प्याली में रखा द्रव बीच में से ऊपर उठ जाता है (चित्र 5.33 (a)) क्योंकि चुम्बकीय क्षेत्र ध्रुवों के मध्य में सबसे अधिक प्रबल है।



चित्र 5.33 (a)



चित्र 5.33 (b)



चित्र 5.33 (c)

(b) यदि ध्रुवों के बीच की दूरी अधिक हो तो द्रव बीच में से दब जाता है और किनारों (ध्रुवों) के पास से ऊपर उठ जाता है। (चित्र 5.33 (b) क्योंकि अब चुम्बकीय क्षेत्र ध्रुवों के समीप अधिक प्रबल है।

(ii) किसी अनुचुम्बकीय पदार्थ के घोल को U-नली में भरकर, नली की एक भुजा को प्रबल चुम्बकीय ध्रुवों के बीच रखने पर, उस भुजा में द्रव का तल ऊपर उठ जाता है, चित्र 5.33 (c)।

(7) इनकी चुम्बकीय प्रवृत्ति (χ) का मान ताप पर निर्भर करता है तथा परम ताप के व्युत्क्रमानुपाती होता है, अर्थात्

$$\chi \propto \frac{1}{T} \qquad \text{अथवा} \qquad \chi T = C \text{ (क्यूरी नियतांक)}$$

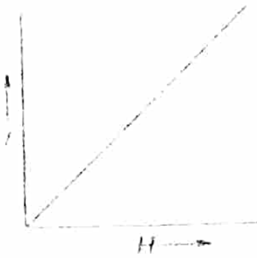
यह क्यूरी नियम (Curie Law) कहलाता है।

(8) इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता का मान एक से अधिक होने के कारण इनको एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर, इनके अन्दर से गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या (n) उस स्थान पर निर्वात् में समान अनुप्रस्थ क्षेत्रफल से गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या (n_0) की तुलना में कुछ अधिक होती है; लेकिन दोगुनी संख्या ($2n_0$) से कम होती है अर्थात् $n_0 < n < 2n_0$

YADAVRK100%

(9) इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति (χ) का मान चुम्बकन क्षेत्र (H) पर निर्भर नहीं करता है। अत: इनके चुम्बकन (I) तथा चुम्बकन क्षेत्र (H) के मध्य खींचा गया ग्राफ सरल रेखीय होता है, चित्र 5.34.

$$\left[\text{क्योंकि } \frac{I}{H} = \chi\right]$$

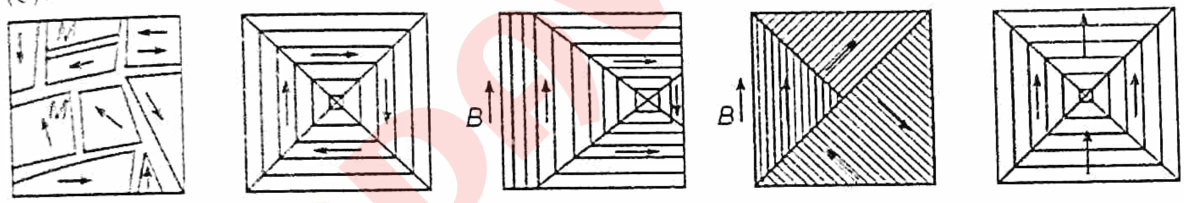


चित्र 5.34

§ 5.31 लोह-चुम्बकत्व की व्याख्या (Explanation of Ferromagnetism)

लोहचुम्बकत्व तथा अनुचुम्बकत्व में केवल चुम्बकन की प्रबलता का अन्तर होता है। लोहचुम्बकीय पदार्थ में चुम्बकन बहुत प्रबल होता है। अनुचुम्बकीय पदार्थ की भाँति ही लोहचुम्बकीय पदार्थ का भी प्रत्येक परमाणु एक चुम्बकीय द्विध्रुव होता है जिसका एक स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है। विभिन्न परमाणवीय चुम्बकीय आघूर्ण एक-दूसरे पर निर्भर नहीं करते हैं। किन्तु एक परमाणु के इलेक्ट्रॉन, अपने समीप स्थित दूसरे परमाणु के इलेक्ट्रॉनों के साथ पारस्परिक अन्योन्य क्रिया करके तथा उन इलेक्ट्रॉनों के चक्रणों को संरेखित करके, अपने चुम्बकीय आघूर्णों को संरेखित कर लेते हैं। इस प्रकार इन पदार्थों के अन्दर 10^{-6} से 10^{-12} मीटर^3 कोटि के बहुत सूक्ष्म स्थान (microscopic region) में स्थित सभी इलेक्ट्रॉनों के चक्रण समान्तर संरेखित हो जाते हैं। इस सूक्ष्म स्थान में लगभग 10^{17} से 10^{27} परमाणु स्थित होते हैं। इन स्थान को डोमेन (Domain) कहते हैं। सभी परमाणवीय द्विध्रुवों के एक ही दिशा में संरेखित होने के कारण प्रत्येक डोमेन चुम्बकीय संतृप्ति की अवस्था में होता है तथा इसमें एक बहुत प्रबल चुम्बकीय आघूर्ण होता है।

पदार्थ की सामान्य अवस्था में विभिन्न डोमेन अनियमित ढंग से इस प्रकार व्यवस्थित होते हैं कि किसी भी दिशा में उनका नेट चुम्बकीय आघूर्ण शून्य अथवा नगण्य ही होता है। यही कारण है कि लोहे का प्रत्येक टुकड़ा चुम्बक नहीं होता है, चित्र 5.35 (a), (b)।



(a) (b) (c) (d) (e)

चित्र 5.35

बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव (Effect of external magnetic field)—जब इस पदार्थ को किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखते हैं तो पदार्थ का परिणामी चुम्बकीय आघूर्ण अर्थात् पदार्थ का लोहचुम्बकत्व निम्न दो प्रकार से उत्पन्न हो सकता है :

(i) **डोमेनों की परिसीमाओं में विस्थापन द्वारा**—इस स्थिति में जो डोमेन बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर अभिविन्यसित (Favourably oriented) होते हैं उनके आकार में वृद्धि होती है तथा वे डोमेन जो बाह्य क्षेत्र के विपरीत अभिविन्यसित होते हैं, आकार में घट जाते हैं। (चित्र 5.35 (c))

(ii) **डोमेनों के घूर्णन द्वारा**—इस स्थिति में डोमेन इस प्रकार घूम जाते हैं कि इनके चुम्बकीय आघूर्ण बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में संरेखित हो जाते हैं, आंशिक रूप से (चित्र 5.35 (d)) व तथा पूर्ण रूप से (चित्र 5.35 (e)) चुम्बकत्व की संतृप्त अवस्था है।

यदि बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र दुर्बल (weak) है तो पदार्थ साधाराणत: डोमेन की परिसीमाओं के विस्थापन द्वारा चुम्बकित (उत्क्रमणीय चुम्बकन : Reversible magnetism) होता है, परन्तु प्रबल चुम्बकीय क्षेत्रों में पदार्थ का चुम्बकन डोमेनों के घूर्णन (अनुत्क्रमणीय चुम्बकन: Irreversible magnetism) होता है।

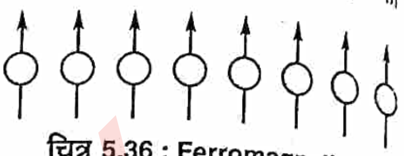
5.31.1 लोहचुम्बकीय पदार्थ (Ferromagnetic Substances)

लोहचुम्बकीय पदार्थ वे पदार्थ हैं जो किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर, क्षेत्र की दिशा में प्रबल रूप से चुम्बकित हो जाते हैं तथा इनके सिरों पर स्वतन्त्र ध्रुव (Independent poles) उत्पन्न हो जाते हैं।

YADAVRK100%

Those substances, which when placed in a magnetic field are strongly magnetized in the direction of the magnetizing field, are called ferromagnetic substances.

किसी चुम्बक के सिरे के समीप लाये जाने पर ये पदार्थ तेजी से आकर्षित होते हैं। इन पदार्थों के इस गुण को 'लोहचुम्बकत्व' कहते हैं। उदाहरणार्थ, लोहा (Fe), निकिल (Ni), कोबाल्ट (Co) तथा इनकी मिश्र धातुएँ जैसे, कोबाल्ट-स्टील, टंगस्टन-स्टील, एल्निको (Alnico), गेडोलिनियम (Gadolinium) तथा डिसप्रोसियम (Dysprosium), आदि लोहचुम्बकीय पदार्थ हैं। इन पदार्थों में इलेक्ट्रॉन के चक्रण प्राकृतिक रूप से समान्तर दिशाओं में होते हैं (चित्र 5.36)।



चित्र 5.36 : Ferromagnetism

लोहचुम्बकीय पदार्थ की विशेषताएँ (Specialities of Magnetic Substances)

(i) ये पदार्थ चुम्बक द्वारा आकर्षित होते हैं।

(ii) किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर, इन पदार्थों में क्षेत्र की दिशा में ($\because \chi = +ve$) बहुत अधिक प्रबल चुम्बकन ($\because \chi >> 1$) हो जाता है। इनके सिरों पर अनुचुम्बकीय पदार्थ के समान ही चुम्बकीय ध्रुव ($N-S$) निकटवर्ती बाह्य चुम्बकीय ध्रुवों के विपरीत उत्पन्न हो जाते हैं। इन ध्रुवों की ध्रुव सामर्थ्य अनुचुम्बकीय पदार्थ में उत्पन्न ध्रुवों की ध्रुव सामर्थ्य की तुलना में बहुत अधिक होती है। चुम्बकीय क्षेत्र के हटा लेने पर भी इनमें चुम्बकत्व बना रहता है।

(iii) इन पदार्थों की आपेक्षिक चुम्बकशीलता का मान अधिक होने के कारण, इनको चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर अन्दर से गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या बहुत अधिक होती है।

(iv) इनमें अनुचुम्बकीय पदार्थों के सभी गुण बहुत अधिक प्रबलता में पाये जाते हैं।

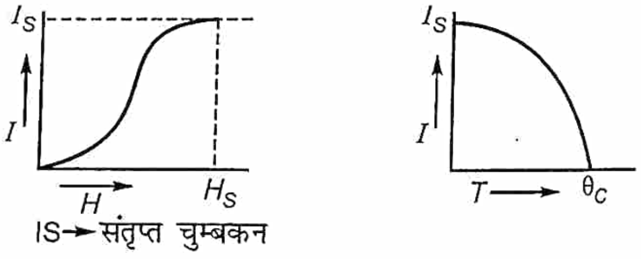
(v) इन पदार्थों की चुम्बकीय प्रवृत्ति (χ) एक से बहुत अधिक तथा धनात्मक होती है। अत: आपेक्षिक चुम्बकशीलता भी एक से बहुत अधिक ($\mu_r \approx 10^3$ से 10^5 तक) होती है।

(vi) ये पदार्थ सामान्यत: ठोस तथा वैद्युत के सुचालक होते हैं।

(vii) इनकी चुम्बकीय प्रवृत्ति (χ), ताप पर निर्भर करती है तथा क्यूरी नियम का अनुसरण करती है। अत: $\chi T =$ नियतांक

अथवा $\chi \propto \frac{1}{T}$ (T, परम ताप है)

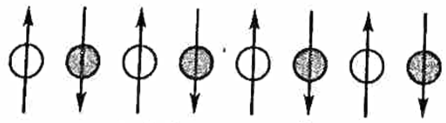
(viii) इनकी चुम्बकीय प्रवृत्ति (χ), चुम्बकन क्षेत्र (H) पर निर्भर करती है। अत: I तथा H के मध्य खींचा गया वक्र सरल रेखा नहीं होता है, परन्तु वक्रीय होता है। (चित्र 5.37)



चित्र 5.37

§ 5.32 प्रति-लोहचुम्बकीय पदार्थ (Anti-ferromagnetic Substances)

कुछ पदार्थों में इलेक्ट्रॉन के चक्रण प्राकृतिक रूप में प्रतिसमान्तर (anti-parallel) दिशाओं में होते हैं जिसके फलस्वरूप पदार्थ में नेट चुम्बकन शून्य होता है। (चित्र 5.38) इन पदार्थों को प्रति-लोहचुम्बकीय पदार्थ कहते हैं। उदाहरणार्थ, MnO, FeO, CoO, NiO प्रति-लोहचुम्बकीय पदार्थ हैं।



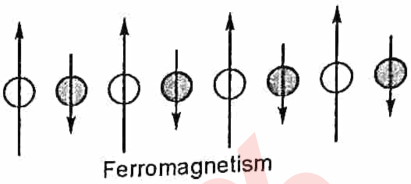
Anti-ferromagnetism

चित्र 5.38

YADAVRK100%

§ 5.33 लघुलोह-चुम्बकत्व अथवा फेरीचुम्बकत्व (Ferrimagnetism)

इन पदार्थों में चुम्बकन (Magnetization) प्रति-लोहचुम्बकीय पदार्थों की भाँति ही होता है, किन्तु किसी दिशा में परमाणवीय अथवा आयनिक चुम्बकीय आघूर्णों के मान, उस दिशा की विपरीत दिशा में अभिविन्यस्त (oriented) चुम्बकीय आघूर्णों के मानों से भिन्न होते हैं, अत: इनमें एक नेट चुम्बकन होता है। (चित्र 5.39) जो काफी क्षीण होता है। इन पदार्थों को फेराइट्स (Ferrites) कहते हैं। लोहे का यौगिक Fe_3O_4 अथवा मैगनेटाइट, प्राकृतिक चुम्बकीय पदार्थ, फेराइट ही होता है।



चित्र 5.39

§ 5.34 प्रतिचुम्बकत्व, अनुचुम्बकत्व तथा लोहचुम्बकत्व का तुलनात्मक अध्ययन

क्र० सं०	प्रतिचुम्बकत्व	अनुचुम्बकत्व	लोहचुम्बकत्व
1.	ठोस, द्रव तथा गैसों में होता है।	ठोस, द्रव तथा गैसों में होता है।	केवल क्रिस्टलीय ठोसों में होता है।
2.	परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या सम होती है। परमाणु में स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण नहीं होता है।	इलेक्ट्रॉनों की संख्या विषम होती है। परमाणुओं में स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है, किन्तु इनके अनियमित अभिविन्यास के कारण नेट आघूर्ण/चुम्बकन शून्य होता है।	परमाणुओं में स्थायी चुम्बकीय आघूर्ण होता है तथा ये डोमेनों के रूप में व्यवस्थित होते हैं। डोमेनों के अनियमित अभिविन्यास के कारण नेट चुम्बकन शून्य होता है।
3.	चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा थोड़ा प्रतिकर्षित होते हैं।	चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा थोड़ा आकर्षित होते हैं।	चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा दृढ़ता से आकर्षित होते हैं।
4.	इन पदार्थों को चुम्बकन क्षेत्र में रखने पर क्षेत्र की दिशा के विपरीत दिशा में एक क्षीण चुम्बकन आ जाता है।	इन पदार्थों को चुम्बकन क्षेत्र में रखने पर क्षेत्र की दिशा में एक क्षीण चुम्बकन आ जाता है।	इन पदार्थों को चुम्बकन क्षेत्र में रखने पर क्षेत्र की दिशा में बहुत अधिक प्रबल चुम्बकन आ जाता है।
5.	चुम्बकन क्षेत्र के हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त हो जाता है।	चुम्बकन क्षेत्र के हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त हो जाता है।	चुम्बकन हटा लेने पर इनका चुम्बकन समाप्त नहीं होता है।
6.	असमान चुम्बकीय क्षेत्र में कम तीव्रता वाले भाग की ओर जाने की प्रवृत्ति होती है।	असमान चुम्बकीय क्षेत्र में अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर जाने की प्रवृत्ति होती है।	असमान चुम्बकीय क्षेत्र में अधिक तीव्रता वाले भाग की ओर प्रबल विस्थापित होने की प्रवृत्ति होती है।
7.	चुम्बकन I कम तथा ऋणात्मक है। चुम्बकन क्षेत्र H के अनुक्रमानुपाती होता है।	चुम्बकन I कम तथा धनात्मक है। H के अनुक्रमानुपाती होता है।	चुम्बकन I बहुत अधिक तथा धनात्मक है। I तथा H के मध्य ग्राफ रेखीय नहीं है।
8.	चुम्बकीय प्रवृत्ति χ कम तथा ऋणात्मक है। χ ताप पर निर्भर नहीं करती है।	χ कम तथा धनात्मक है तथा ताप पर निर्भर करती है। $\chi \propto \frac{1}{T}$ (क्यूरी नियम)	χ बहुत अधिक धनात्मक है तथा ताप पर निर्भर करती है। $\chi \propto \frac{1}{T}$ ताप बढ़ाने से घटती है तथा क्यूरी ताप से ऊपर पदार्थ अनुचुम्बकीय हो जाता है।
9.	आपेक्षिक पारगम्यता μ_r एक से थोड़ा कम है, अर्थात् $\mu \propto \mu_0$	μ_r एक से थोड़ा अधिक है, अर्थात् परागम्यता $\mu > \mu_0$	$\mu_r >> 1$, अर्थात् $\mu >> \mu_0$

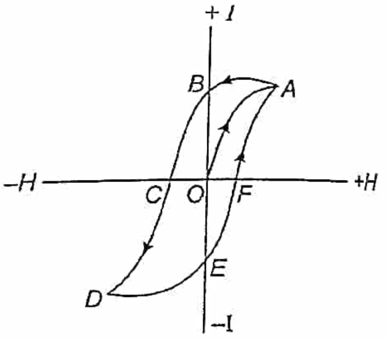
10.	पदार्थ में चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या, निर्वात की अपेक्षा कम होती है, अर्थात् $B < B_0$	पदार्थ में चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या निर्वात की अपेक्षा अधिक होती है, अर्थात् $B > B_0$	पदार्थ में चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या निर्वात की अपेक्षा बहुत अधिक होती है, अर्थात् $B >> B_0$
11.	उदाहरण— Au, Ag, Bi, Sb, Zn, P, Cu, C, NaCl, H_2O, Hg, alcohol, air, H_2, N_2, most of inorganic compounds and almost all organic compounds.	उदाहरण— Al, Pt, Cr, Na, Mn, Crown glass, $CuCl_2$, O_2 and solution of salts of nickel and iron.	उदाहरण— Nickel, iron, Cobalt, gadolinium, Fe_2O_3

§ 5.35 क्यूरी ताप (Curie Temperature)

किसी लोहचुम्बकीय (Ferromagnetic) पदार्थ को गर्म करते रहने पर ताप के एक निश्चित मान पर पदार्थ का चुम्बकीय गुण समाप्त हो जाता है अर्थात् पदार्थ अनुचुम्बकीय हो जाता है। वह ताप, जिसके नीचे पदार्थ लोहचुम्बकीय तथा जिसके ऊपर अनुचुम्बकीय होता है, पदार्थ का क्यूरी ताप कहलाता है। पदार्थ को ठण्डा करने पर वह पुन: लोहचुम्बकीय हो जाता है।

जब लोहचुम्बकीय पदार्थ का ताप बढ़ाते हैं तब क्यूरी ताप के ऊपर पदार्थ का डोमेन स्ट्रक्चर भंग होने का प्रयत्न करता है। डोमेन अपना संरेखन (alignment) समाप्त कर देते हैं तथा यत्र-तत्र व्यवस्थित (randomly arrange) होने लगता है जिसके कारण पदार्थ का लोहचुम्बकीय गुण समाप्त हो जाता है। यह ताप चुम्बकीय पदार्थ पर निर्भर करता हैं। लोहे का क्यूरी ताप 770°C, निकिल का 358°C तथा कोबाल्ट का 1227°C होता है।

§ 5.36 चुम्बकीय शैथिल्य (Magnetic Hysteresis)



चित्र 5.40

जब किसी लोहचुम्बकीय पदार्थ के नमूने (specimen) को चुम्बकित करने के लिए चुम्बकीय क्षेत्र (H) में रखा जाता है तब चुम्बकीय प्रेरण के कारण लोहचुम्बकीय पदार्थ चुम्बकित हो जाता है। पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकत्व को I से प्रदर्शित करते हैं। बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) को X-अक्ष पर तथा पदार्थ पर उत्पन्न चुम्बकन (I) को Y-अक्ष पर दर्शाया गया है। बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) का मान विद्युत धारा द्वारा नियंत्रित किया जाता है। चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) को परिवर्तित करने से पदार्थ का चुम्बकन (I) परिवर्तित होता है। चित्र के अनुसार H के परिवर्तन के साथ I में परिवर्तन दिखाया गया है। बिन्दु O, पदार्थ की प्रारम्भिक अचुम्बकित स्थिति तथा शून्य चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) प्रदर्शित करता है। H को बढ़ाने पर पदार्थ का चुम्बकन (I) का मान OA पथ पर बढ़ता है, परन्तु समान रूप से नहीं। बिन्दु A पर पदार्थ चुम्बकीय रूप से संतृप्त (magnetically saturate) हो जाता है। H का मान इस बिन्दु से अधिक बढ़ाने पर चुम्बकन (I) में कोई वृद्धि नहीं होती।

अब यदि चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता (H) घटाया जाता है तब पदार्थ का चुम्बकन (I) भी घटता है, परन्तु अब यह पहले पथ AO का नहीं, बल्कि एक नए पथ AB का अनुसरण करता है। इस प्रकार पदार्थ का चुम्बकन (I) चुम्बकीय क्षेत्र से पश्चगामी (lags behind) होता है। जब H शून्य हो जाता है तब भी I का मान OB है, शून्य नहीं। चुम्बकन की इस मात्रा को अवशेष चुम्बकत्व (residual magnetism) कहते हैं। इसको धारणीयता या धारणशीलता (retentivity) भी कहते हैं।

इस प्रकार, **पदार्थ की धारणीयता या धारणशीलता (retentivity), चुम्बकीय क्षेत्र हटाने पर पदार्थ में अवशेष चुम्बकन की माप है।**

● चुम्बकीय प्रेरण B तथा चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H के मध्य ग्राफ भी शैथिल्य वक्र की तरह होता है।

अब यदि चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H को विपरीत दिशा में बढ़ाया जाए तब चुम्बकन (I) का मान और घटता है, परन्तु यह H से पीछे ही रहता है तथा उस समय शून्य हो जाता है जब H का मान OC के बराबर होता है। चुम्बकीय क्षेत्र का यह मान निग्राहिता (Coercivity) कहलाता है।

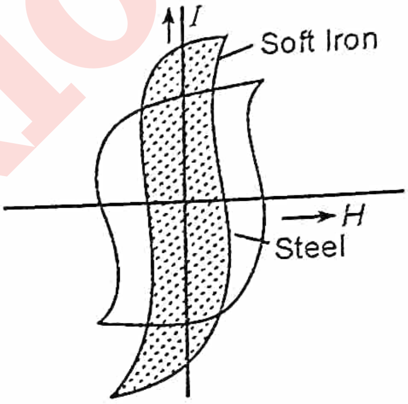
इस प्रकार पदार्थ की निग्राहिता, चुम्बकीय क्षेत्र का वह मान है जिस पर पदार्थ का अवशेष चुम्बकत्व समाप्त हो जाता है।

जब H को OC से आगे बढ़ाया जाता है तब पदार्थ का चुम्बकन विपरीत दिशा में बढ़ता है तथा संतृप्तता की स्थिति D आ जाती है।

H को ऋण से शून्य पर तथा पुन: प्रारम्भिक मान पर लाने पर इसी प्रकार का चक्र $DEFA$ प्राप्त होता है।

H का मान परिवर्तित करने पर पदार्थ का चुम्बकन I सदा H से पीछे (पश्चगामी) रहता है। पदार्थ के चुम्बकन (I) का H से सदा पीछे रहना चुम्बकीय शैथिल्य (Hysteresis) कहलाता है। चित्र 5.40 में बन्द वक्र $ABCDEFA$, पदार्थ के चुम्बकन का चक्र प्रदर्शित करते हैं तथा इसे शैथिल्य वक्र (Hysteresis loop) कहते हैं।

§ 5.37 शैथिल्य वक्र का महत्त्व (Importance of Hysteresis loop)



चित्र 5.41

1. किसी लोहचुम्बकीय पदार्थ पर एक पूर्ण चुम्बकन चक्र (Complete magnetization cycle) (चुम्बकीयकरण तथा पुन: अचुम्बकीयकरण) के लिए शैथिल्य वक्र का क्षेत्रफल, पदार्थ के प्रति एकांक आयतन में व्यय ऊर्जा प्रदर्शित करता है।
2. शैथिल्य वक्र का आकार, चुम्बकीय पदार्थ के अभिलक्षण प्रदर्शित करता है। उदाहरणत: मुलायम लोहे (Soft iron) के लिए शैथिल्य वक्र पतला (narrow) तथा ऊँचाई में अधिक होता है, जबकि स्टील के लिए काफी चौड़ा (wide) तथा कम ऊँचाई का होता है। चित्र 5.41। मुलायम लोहे के शैथिल्य लूप का क्षेत्रफल स्टील की तुलना में बहुत कम होता है अर्थात् एक चुम्बकन चक्र (magnetization cycle) में मृदु लोहे में ऊर्जा व्यय, स्टील की तुलना में बहुत कम होता है। इसी कारण से मृदु लोहे का उपयोग, ट्रांसफॉर्मर्स एवं जेनरेटर के कोर बनाने में किया जाता है।
3. स्टील की निग्राहिता (Coercivity) बहुत अधिक होती है, परन्तु इसकी धारणीयता (retentivity) अपेक्षाकृत कम होती है। उच्च निग्राहिता तथा समुचित धारणीयता के कारण स्टील का उपयोग स्थायी चुम्बक बनाने में किया जाता है। स्टील के शैथिल्य लूप का क्षेत्रफल काफी अधिक होता है।

§ 5.38 विद्युत चुम्बक के अनुप्रयोग (Applications of Electromagnetism)

5.38.1 विद्युत मोटर (Electric motor)

रचना—विद्युत मोटर एक ऐसा यन्त्र है जिसकी सहायता से विद्युत ऊर्जा को यांत्रिक ऊर्जा में बदला जाता है। इस यंत्र के भाग निम्नवत होते हैं—

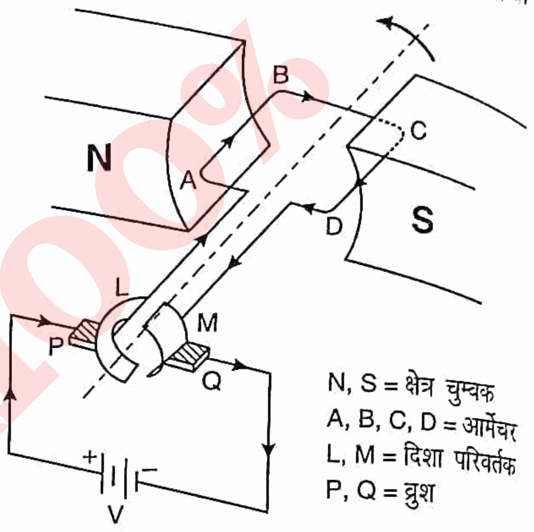
1. आर्मेचर (Armature)—यह अनेक फेरों वाली एक आयताकार कुंडली होती है जो कच्चे लोहे के क्रोड (core) पर पृथक्कित ताँबे के तार (insulated copper wire) को लपेटकर बनायी जाती है।

2. क्षेत्र चुम्बक (Field magnet)—यह एक शक्तिशाली स्थायी चुम्बक अथवा विद्युत चुम्बक होता है। इस चुम्बक के ध्रुवों के बीच उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में आर्मेचर कुंडली (armature coil) घूमती है।

3. विभक्त वलय (Split rings)—विभक्त वलय दो अर्धवृत्ताकार वलयों (Semi-circular rings) अथवा दो खण्डों में विभक्त एक वलय (ring) के रूप में होते हैं। आर्मेचर की कुंडली के सिरे इन दो अलग-अलग वलयों से जुड़े होते हैं। ये वलय आर्मेचर की धुरादण्ड (shaft) से जुड़े होते हैं जिससे यह आर्मेचर के साथ घूम सकते हैं।

4. ब्रुश (Brushes)—विभक्त वलय धातु की बनी दो पत्तियों अथवा ग्रेफाइट के दो खण्डों को स्पर्श करते हैं। इन्हें ब्रुश कहते हैं। इनका सम्बन्ध दो संयोजक पैचों से कर दिया जाता है। बाह्य परिपथ को, जिसमें से होकर विद्युत धारा आती है, इन्हीं पेचों से सम्बन्धित किया जाता है।

चित्र 5.42 में विद्युत मोटर के विभिन्न भाग दर्शाये गये हैं।



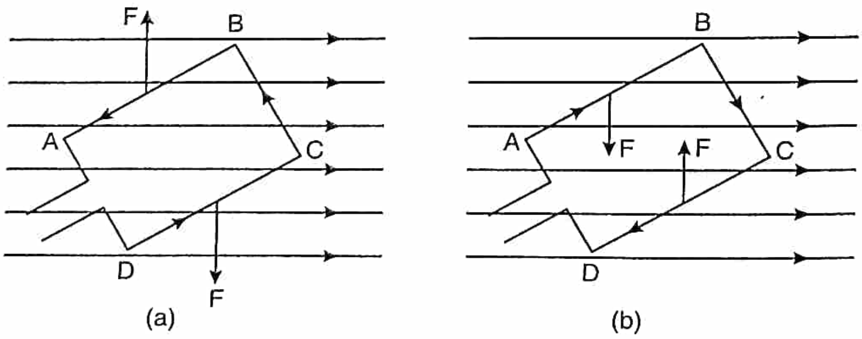
चित्र 5.42

सिद्धान्त—माना प्रारम्भ में कुंडली का तल *ABCD* चुम्बकीय क्षेत्र से समान्तर है। यदि इस कुंडली में धारा प्रवाहित की जाये तो भुजा *AB* तथा *CD* में धारा की दिशा चुम्बकीय बल रेखाओं (फ्लक्स) के लम्बवत् है अत: इन पर विपरीत दिशाओं में बल लगता है। फ्लेमिंग के वामहस्त नियम से *AB* में ऊपर की ओर तथा *CD* में नीचे की ओर बल लगता है। भुजा *BC* तथा *DA* चुम्बकीय क्षेत्र के समान्तर हैं अत: इन पर कोई बल कार्य नहीं करता। भुजा *AB* पर कार्य करने वाला बल कुंडली को ऊपर की ओर तथा *CD* पर कार्य करने वाला बल कुंडली को नीचे की ओर ले जाता है। ये दोनों बल परस्तर समान्तर, बराबर, परन्तु विपरीत दिशा में कार्य करते हैं जिससे एक बल-युग्म बन जाता है जो कुंडली को घुमाने का प्रयत्न करता है।

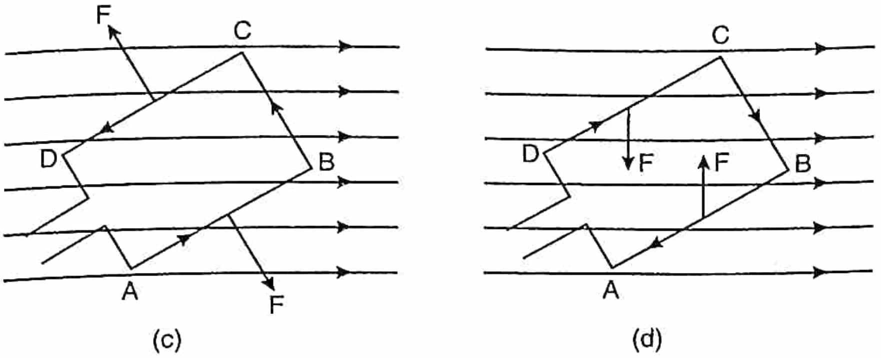
इस बल-युग्म को विक्षेपक बल-युग्म (deflecting couple) कहते हैं। फलस्वरूप कुंडली कुछ समय पश्चात् चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् तल में आ जाती है। (चित्र 5.43 (a))। इस स्थिति में आ जाने पर विभक्त वलय के वलयों का सम्बन्ध ब्रुश से बदल जाता है जिसके कारण विद्युत धारा *ABCD* दिशा में प्रवाहित होने लगती है। फलस्वरूप *AB* में लगने वाला बल नीचे की ओर तथा *DC* भुजा में लगने वाला बल ऊपर की ओर हो जाता है (चित्र 5.43 (b))। अपने संवेग के कारण जैसे ही कुंडली चित्र 5.43 (a) स्थिति से थोड़ा आगे बढ़ती है, नवीन बलयुग्म उसे आगे घुमाता जाता है जब तक कि भुजा *AB* नीचे तथा भुजा *CD* ऊपर न आ जाये (चित्र 5.43 (c))। इस स्थिति में पहुँचने पर पुन: विभक्त वलयों द्वारा कुंडली में धारा बदल जाती है (चित्र 5.43 (b))। यह क्रम एक के बाद एक चलता रहता है।

फलस्वरूप कुंडली एक ही दिशा में निरन्तर घुमती रहती है।

(कुंडली को घुमाते रहने के लिए यह आवश्यक है कि जब-जब कुंडली का तल चुम्बकीय बल रेखाओं के लम्बवत् रहे कुंडली में धारा वहने की दिशा बदल जाये। दिशा बदलने का यह कार्य विभक्त वलयों द्वारा हो जाता है। फलस्वरूप कुंडली अक्ष के चारों ओर घूमती रहती है।)



चित्र 5.43 (a), (b)



चित्र 5.43 (c), (d)

आजकल विद्युत मोटर का उपयोग व्यापक स्तर पर होता है। जल पम्प, रेल इंजन, विद्युत पंखा, कारखानों की मशीनें आदि को चलाने में विद्युत मोटर का उपयोग होता है।

5.38.2 विद्युत जनित्र या डायनेमो (Electric generator or dynamo)

आधुनिक युग में बड़े पैमाने पर विद्युत पैदा करने का मुख्य यन्त्र विद्युत डायनेमो है। डायनेमो एक ऐसा यन्त्र है जिसके द्वारा यान्त्रिक ऊर्जा (mechanical energy) को विद्युत ऊर्जा (electrical energy) में बदलते हैं। प्रत्यावर्ती धारा (Alternating current) को पैदा करने के लिए प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो एवं दिष्ट धारा पैदा करने के लिए दिष्ट धारा डायनेमो का उपयोग होता है।

5.38.2.1. प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो (Alternating current dynamo)—

रचना—इसके निम्नलिखित प्रमुख भाग हैं जिनको चित्र 5.44 में दर्शाया गया है।

(i) क्षेत्र चुम्बक (Field magnet)—यह एक शक्तिशाली विद्युत चुम्बक (electro-magnet) होता है, जिसकी कुंडली में दिष्ट धारा प्रवाहित की जाती है जिससे P सिरा उत्तरी ध्रुव तथा Q सिरा दक्षिणी ध्रुव बन जाता है। फलस्वरूप चुम्बक के ध्रुवखण्डों P एवं Q के बीच में शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है।

(ii) आर्मेचर (Armature)—यह एक आयताकार कुण्डली होती है, जो कच्चे लोहे के क्रोड (core) पर पृथक्कित ताँबे के तार (insulated copper wire) को लपेट कर बनायी जाती है। इसमें ताँबे के फेरों (turns) की संख्या अधिक होती है। इस कुंडली को क्षेत्र चुम्बक के ध्रुवखण्डों के बीच तेजी से घुमाया जाता है। आर्मेचर कुंडली को घुमाने के लिए स्टीम टरबाइन, वाटर टरबाइन, पेट्रोल इंजन आदि का उपयोग किया जाता है।

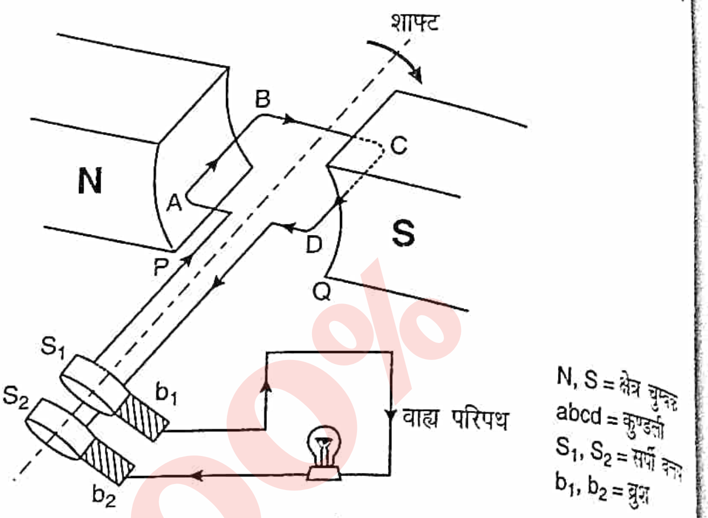
(iii) सर्पी वलय (Slip rings)—कुंडली पर लिपटे तार के दोनों सिरे धातु के दो छल्लों (rings) s_1 तथा s_2 से जुड़े रहते हैं जिन्हें सर्पी वलय (slip rings) कहते हैं। ये छल्ले परस्पर तथा धुरादण्ड से पृथक्कित रहते हैं। ये आर्मेचर के साथ-साथ घूमते हैं।

(iv) ब्रुश (Brush)—सर्पी वलय s_1, s_2 ताँबे की बनी दो पत्तियों b_1, b_2 को स्पर्श करते रहते हैं। इन पत्तियों (ब्रुश) के सिरों का सम्बन्ध दो संयोजक पेचों से कर दिया जाता है। कुंडली से धारा बाह्य परिपथ में इन्हीं ब्रुशों से ली जाती है।

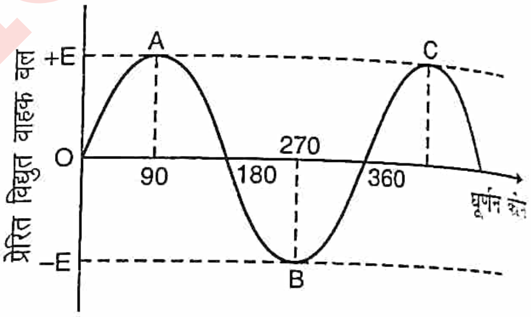
कार्यविधि—चित्र 5.44 में कुंडली $abcd$ की स्थिति में कुंडली का तल चुम्बकीय बल रेखाओं के समान्तर है। जब कुंडली को दक्षिणावर्त दिशा में घुमाया जाता है तो कुंडली से जाने वाले फ्लक्स में परिवर्तन होता है। फलस्वरूप कुंडली में एक प्रेरित विद्युत वाहक बल पैदा हो जाता है। फ्लेमिंग के दायें हाथ के नियमानुसार कुंडली में प्रेरित धारा की दिशा a से b की ओर तथा c से d की ओर होती है। जिसे समय कुंडली का तल चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् हो जाता है, प्रेरित विद्युत वाहक बल अधिकतम हो जाता है इस स्थिति में कुंडली 0° से 90° तक घूम चुकी होती है तथा भुजा ab ऊपर की ओर तथा भुजा cd नीचे की ओर होती है। जब ab भुजा घूमती हुई cd की स्थिति में तथा cd भुजा ab की स्थिति में आ जाती है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल का मान अधिकतम से शून्य हो जाता है (चित्र 5.45 में 90° से 180° की स्थिति) तथा कुंडली अपनी प्रारम्भिक स्थिति

YADAVRK100%

(0° से) 180° तक घुम चुकी होती है। पुन: जब कुंडली प्रारम्भिक स्थिति से 180° से अधिक कोण बनाती हुई घूमती है तो फ्लक्स पुन: परिवर्तित होता है जिसके फलस्वरूप पुन: प्रेरित विद्युत वाहक बल पैदा हो जाता है परन्तु इस बार विद्युत वाहक बल की दिशा विपरीत हो जाती है। कुंडली के 180° से 270° तक के घुमाव में प्रेरित विद्युत वाहक बल पुन: विपरीत दिशा में अधिकतम (चित्र 5.45 में B बिन्दु पर) हो जाता है। जब कुंडली एक पूर्ण चक्कर (360°) कर चुकी होती है तो प्रेरित विद्युत वाहक बल शून्य हो जाता है। इस प्रकार कुंडली के एक पूर्ण चक्कर में दो बार विद्युत वाहक बल विपरीत दिशाओं में अधिकतम होता है तथा दो बार शून्य होता है। कुंडली के प्रत्येक घूर्णन में यही क्रिया दोहरायी जाती है। इस प्रकार उत्पन्न धारा को प्रत्यावर्ती धारा कहते हैं।



चित्र 5.44



चित्र 5.45

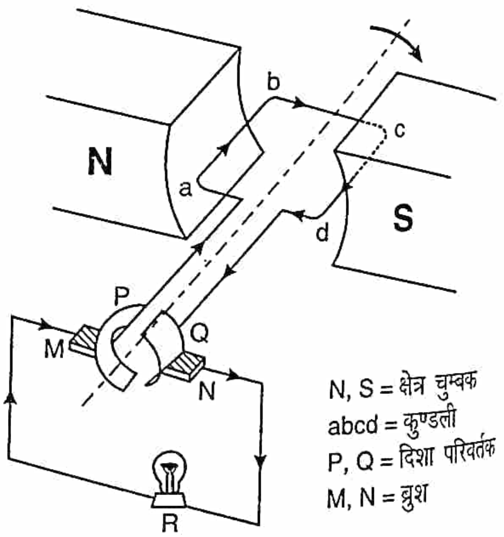
5.38.2.2. दिष्ट धारा डायनेमो (Direct current dynamo)—दिष्ट धारा डायनेमो की रचना प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो के समान होती है। अन्तर केवल इतना होता है कि इसमें सर्पी वलयों (slip rings) के स्थान पर विभक्त वलयों (split rings) को उपयोग में लाते हैं। इसके मुख्य भागों को चित्र 5.46 में दर्शाया गया है।

1. क्षेत्र चुम्बक एवं
2. आर्मेचर की रचना प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो के समान होती है।

3. विभक्त वलय (Split ring)—यह धातु की एक वलय (ring) का बना होता है जिसे दो अर्धभागों P और Q में विभाजित कर देते हैं। ये दो अर्धभाग आर्मेचर की धुरा (shaft) से दृढ़तापूर्वक जुड़े रहते हैं। किन्तु ये धुरी से और आपस में एक दूसरे से पृथक्कित रहते हैं तथा आर्मेचर के साथ-साथ घूमते हैं। कुंडली के सिरे P और Q से जोड़ दिये जाते हैं जैसा कि चित्र 5.46 में दर्शाया गया है।

4. ब्रुश (Brushes)—ग्रेफाइट (कार्बन) के दो ब्रुश M और N विभक्त वलय P और Q को स्पर्श किये रहते हैं और बाह्य परिपथ में धारा संचारित करते हैं। ये दो ब्रुश बाह्य परिपथ के समान सिरों से सदैव जुड़े रहते हैं। किन्तु जैसे-जैसे आर्मेचर घूमता है P और Q उनको बारी-बारी से स्पर्श करते हैं और एक अर्धचक्र (half-cycle) तक उसके सम्पर्क में रहते हैं तत्पश्चात् ब्रुशों को आपस में बदल लेते हैं।

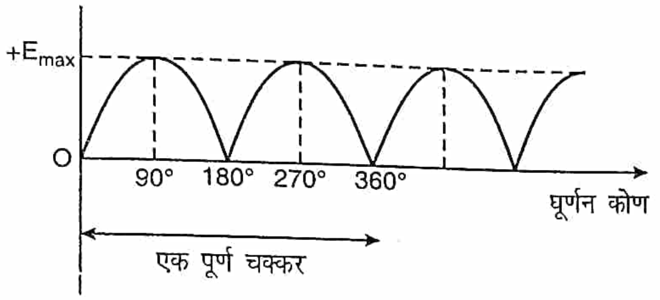
कार्यविधि—$abcd$ आयताकार कुंडली का सिरा a विभक्त वलय P तथा सिरा d विभक्त वलय Q से जुड़ा है (चित्र 5.46)।



चित्र 5.46

1. प्रारम्भ में कुंडली का तल $abcd$ चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के समान्तर है। इस स्थिति में कुंडली में से जाने वाले फ्लक्स का मान शून्य है। कुंडली के घूर्णन (दक्षिणवर्त) के साथ ही साथ फ्लक्स में वृद्धि होती है और प्रेरित विद्युत वाहक बल का मान बढ़ता जाता है। जब कुंडली का तल क्षेत्र से लम्बवत् (90°) हो जाता है, कुंडली में जाता है,

कुंडली में से जाने वाला फ्लक्स अधिकतम हो जाता है। फलस्वरूप अधिकतम विद्युत वाहक बल पैदा हो जाता है (चित्र 5.47 में 0° से 90° तक)।



चित्र 5.47

2. कुंडली के 90° से अधिक घूमने पर कुंडली का तल पुन: क्षेत्र की दिशा के समान्तर हो जाता है। फ्लक्स कुंडली में अधिकतम स्थिति से शून्य हो जाता है। फलस्वरूप प्रेरित विद्युत वाहक बल अधिकतम से शून्य हो जाता है (चित्र 5.47 में 90° से 180° तक कुंडली के घूमने पर)। इस समय P,Q अपना ब्रुश आपस में बदल देते हैं। अत: बाह्य परिपथ में धारा पुन: NRM दिशा में प्रवाहित होती है।

3. कुंडली के 180° से अधिक घूमने पर (180° से 270° तक) कुंडली का तल चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् हो जाता है। फ्लक्स अधिकतम होता है। फ्लस्वरूप प्रेरित विद्युत वाहक बल अधिकतम हो जाता है। (चित्र 5.47 में) 180° से 270° तक)।

कुंडली के 270° से अधिक घूमने पर (270° से 360° तक) पुन: प्रथम स्थिति प्राप्त हो जाती है।

कुंडली के प्रत्येक घूर्णन में यही क्रिया दोहरायी जाती है।

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

(1) प्रकृति में उपलब्ध कुछ पदार्थ लोहे को अपनी ओर आकर्षित करते हैं। इन्हें प्राकृतिक चुम्बक कहते हैं।

(2) चुम्बक सामान्यत: प्राकृतिक व कृत्रिम दो प्रकार के होते हैं।

(3) चुम्बक स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाने पर सदैव उत्तर-दक्षिण दिशा में ही रुकता है।

(4) चुम्बकीय फ्लक्स (ϕ) का मात्रक 'वेबर' होता है।

(5) **चुम्बकीय क्षेत्र** (Magnetic Field)—**किसी चुम्बक के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें चुम्बकीय प्रभाव का अनुभव किया जा सके, चुम्बकीय क्षेत्र कहलाता है।** किसी चुम्बक का चुम्बकीय क्षेत्र हर बिंदु पर एक समान नहीं होता बल्कि चुम्बक के समीप अत्यन्त प्रबल व उससे दूर क्षीण होता जाता है। यह एक सदिश राशि है; इसे $\vec{B}$ से निरूपित करते हैं।

A field of force that exists around a magnetic body, is called magnetic field.

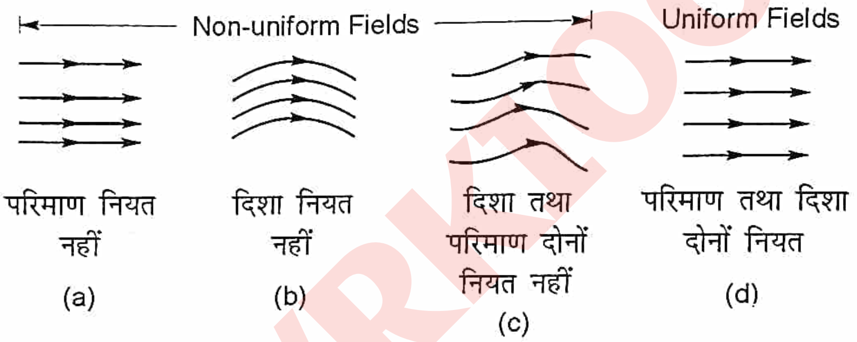
(6) **चुम्बकीय बल रेखाएँ** (Magnetic Lines of Force)—फैराडे के अनुसार, **चुम्बकीय बल रेखा, किसी चुम्बकीय क्षेत्र में खींचा गया वह काल्पनिक वक्र है, जिसके किसी बिंदु पर खींची गई स्पर्श रेखा उस बिंदु पर नेट/परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा प्रदर्शित करती है तथा किसी बिंदु पर चुम्बकीय बल रेखाओं के लम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या, उस बिंदु पर उपस्थित चुम्बकीय क्षेत्र के परिमाण को व्यक्त करती है।**

चुम्बकीय बल रेखाओं के गुण (properties of magnetic lines of force) **निम्नलिखित हैं—**

(i) चुम्बकीय बल रेखायें किसी चुम्बक के उत्तरी ध्रुव से बाहर निकल कर वक्र बनाती हुईं चुम्बक के दक्षिणी ध्रुव से चुम्बक में प्रवेश करती हैं तथा चुम्बक के अन्दर इसके दक्षिणी ध्रुव से चलकर उत्तरी ध्रुव पर पहुँचती हैं। इस प्रकार प्रत्येक बल रेखा एक **बंद वक्र** (closed curve) बनाती है जिसका न कोई आदि होता है और न ही कोई अन्त।

(ii) चुम्बकीय बल रेखाएँ एक-दूसरे को काटती नहीं हैं क्योंकि यदि वे काटतीं तो उनके कटान बिंदु पर दो स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं; जिसका अर्थ है कि उस बिंदु पर परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र की दो दिशायें हैं जो निरर्थक हैं।

(iii) किसी बिंदु पर चुम्बकीय बल रेखाओं के लम्बवत् एकांक क्षेत्रफल से गुजरने वाली बल रेखाओं की संख्या उस बिंदु पर चुम्बकीय क्षेत्र के परिमाण को व्यक्त करती है। अत: इन रेखाओं का पास-पास अथवा घना होना एक प्रबल चुम्बकीय क्षेत्र प्रदर्शित करता है।

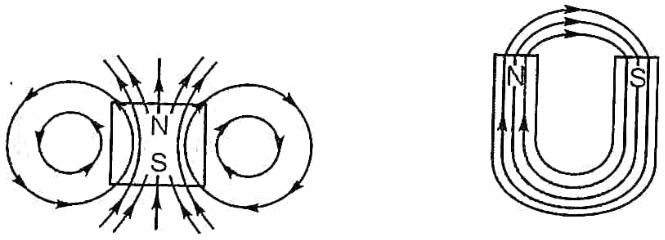


(iv) तनी हुई प्रत्यास्थ डोरी के समान चुम्बकीय बल रेखाएँ लम्बाई के अनुदिश सिकुड़ने की प्रवृत्ति रखती हैं जो विजातीय ध्रुवों के बीच आकर्षण को प्रदर्शित करता है।

(v) किसी चुम्बकीय ध्रुव से प्रारम्भ होने वाली अथवा समाप्त होने वाली बल रेखाओं की संख्या, उसके ध्रुव सामर्थ्य (m) के अनुक्रमानुपाती होती है। यह माना गया है कि एकांक ध्रुव सामर्थ्य से μ_0 रेखाएँ समबद्ध रहती हैं। यदि किसी वस्तु के अन्दर स्थित किसी ध्रुव की ध्रुव सामर्थ्य m हो तो वस्तु से सम्बद्ध कुल चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या $\mu_0 m$ होती है। इसे ही चुम्बकीय फ्लक्स कहते हैं।

(vi) किसी चुम्बकीय पदार्थ की सतह से बल रेखाओं का निर्गमन अथवा आगमन किसी भी कोण पर होता है।

(vii) चुम्बकीय बल रेखाएँ चुम्बकीय पदार्थ के अन्दर भी होती हैं।



(a) Bar magnet (b) U-shape magnet

(viii) किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र की अनुपस्थिति में कोई बल रेखा नहीं होती है। यही कारण है कि उदासीन बिंदु (Neutral point—वह बिंदु जहाँ पर दो बराबर एवं विपरीत चुम्बकीय क्षेत्रों के उपस्थित होने के कारण नेट चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है) से कोई बल रेखा नहीं गुजरती है। उदासीन बिंदु पर दिक्सूचक सुई किसी भी दिशा में ठहर सकती है।

YADAVRK100%

(ix) क्योंकि एक अकेले चुम्बकीय ध्रुव का कोई अस्तित्व नहीं होता है, अत: किसी बंद पृष्ठ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स का मान (वैद्युत क्षेत्र में गॉस के नियम के समतुल्य) शून्य होता है।

$$\oint \vec{B}.\vec{dS} = \mu_0(0) = 0 \qquad ...(17)$$

यह चुम्बकत्व के लिए गॉस का नियम (Gauss' law for magnetism) है।

(7) **चुम्बकीय प्रेरण (Magnetic induction) ($\vec{B}$)—किसी चुम्बकीय पदार्थ के प्रति एकांक क्षेत्रफल के लम्बवत् गुजरने वाले चुम्बकीय बल रेखाओं की संख्या को चुम्बकीय फ्लक्स तीव्रता का परिमाण या चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं।**

The number of megnetic lines of induction inside a magnetized substance crossing unit area normal to their direction is called magnitude of magnetic induction or magnetic flux.

जब चुम्बकीय पदार्थ (लोहा, टिन आदि) को चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो वह भी चुम्बकित (magnetized) हो जाता है अर्थात् उस चुम्बकीय पदार्थ में भी चुम्बक के गुण आ जाते हैं। इस प्रक्रिया को चुम्बकीय प्रेरण कहते हैं।

चुम्बकीय प्रेरण या चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व को B से प्रदर्शित करते हैं। चुम्बकीय फ्लक्स घनत्व (B) का S.I. पद्धति में मात्रक **वेबर/मीटर^2** या **न्यूटन/ऐम्पियर-मीटर** होता है।

(8) **चुम्बकीय फ्लक्स (Magnetic Flux)(ϕ)—जब किसी पृष्ठ (surface) को चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार रखें कि पृष्ठ के किसी भी बिंदु पर अभिलम्ब, चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में हो तब उस पृष्ठ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स, उस पृष्ठ के क्षेत्रफल व चुम्बकीय क्षेत्र के गुणनफल के बराबर होता है अर्थात् यदि पृष्ठ का क्षेत्रफल A व चुम्बकीय क्षेत्र B हो, तब**

चुम्बकीय फ्लक्स $$\phi = BA \qquad ...(18)$$

$$B = \frac{\phi}{A}$$

चुम्बकीय फ्लक्स (ϕ) का मात्रक **वेबर** होता है।

(9) **चुम्बकन की तीव्रता (Intensity of Magnetization)—पदार्थ के प्रति एकांक आयतन में उत्पन्न नेट चुम्बकीय आघूर्ण को उस पदार्थ की चुम्बकन तीव्रता या केवल चुम्बकन कहते हैं।**

Intensity of Magnetization is defined as the magnetic moment per unit volume of the magnetized substance.

चुम्बकन की तीव्रता से पता चलता है कि पदार्थ चुम्बकीय क्षेत्र में रखे जाने पर किस सीमा तक चुम्बकित हुआ है। चुम्बक की तीव्रता को I से प्रदर्शित किया जाता है।

$$I = \frac{\text{चुम्बकीय आघूर्ण}}{\text{आयतन}}$$

$$I = \frac{\vec{M}}{V} \qquad ...(19)$$

I का मात्रक (S.I. पद्धति में) **ऐम्पियर/मी** होता है।

(10) **चुम्बकीय तीव्रता (Magnetic Intensity) (H)**—चुम्बकीय तीव्रता से यह पता चलता है कि चुम्बकीय क्षेत्र किस सीमा तक किसी चुम्बकीय पदार्थ को चुम्बकित (magnetize) कर सकता है। चुम्बकीय तीव्रता को H से प्रदर्शित करते हैं।

चुम्बकीय तीव्रता H का मात्रक (SI पद्धति में) **न्यूटन/वेबर** या **ऐम्पियर-चक्कर/मीटर (A m^{-1})** होता है।

YADAVBK100%

(11) पारगम्यता अथवा चुम्बकशीलता (Magetic Permeability) (μ)—किसी चुम्बकीय पदार्थ को जब चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो उस पदार्थ में से वायु की तुलना में अधिक चुम्बकीय बल रेखाएँ गुजरती हैं तथा वह पदार्थ चुम्बकित हो जाता है अर्थात् बल रेखाएँ वायु की तुलना में चुम्बकीय पदार्थ में से अधिक सुगमता से गुजरती हैं। हम कह सकते हैं कि लोहे में वायु की अपेक्षा अधिक चुम्बकशीलता है। अत: **किसी पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकीय प्रेरण (B) तथा चुम्बकन क्षेत्र की तीव्रता (H) का अनुपात उस पदार्थ की चुम्बकशीलता (μ) कहलाता है।**

Magnetic Permeability is defined as the ratio of the magnetic induction $\vec{B}$ inside the magnetized substance to the magnetic intensity $(\vec{H})$ of the magnetizing field.

अत:
$$\mu = \frac{B}{H} \quad ...(20)$$

चुम्बकशीलता (magnetic permeability) का S.I. मात्रक **वेबर/ऐम्पियर-मीटर** होता है।

(12) आपेक्षिक चुम्बकशीलता (Relative magnetic permeability) (μ_r)—**किसी चुम्बकीय पदार्थ की आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) उस पदार्थ की चुम्बकशीलता μ तथा वायु की चुम्बकशीलता μ_0 के अनुपात को कहते हैं।**

The relative magnetic permeability of a substance is the ratio of the magnetic permeability μ of the substance to the permeability of the free space μ_0.

अर्थात्
$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad ...(21)$$

μ_r का कोई मात्रक नहीं होता है। यह एक विमाहीन निष्पत्ति (Quotient) है।

(13) चुम्बकीय सुग्राहिता प्रवृत्ति (Magnetic Susceptibility) (χ)—**किसी चुम्बकीय पदार्थ में उत्पन्न हुई चुम्बकन तीव्रता तथा उस पदार्थ पर आरोपित चुम्बकन क्षेत्र की तीव्रता का अनुपात, उस पदार्थ की चुम्बकीय सुग्राहिता प्रवृत्ति कहलाता है।**

$$\chi = \frac{I}{H} \quad ...(22)$$

χ का कोई मात्रक नहीं होता है। यह एक शुद्ध संख्या है।

(14) चुम्बकन तीव्रता (I) का सूत्र $I = \frac{M}{V}$ ऐम्पियर/मीटर है।

(15) आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) विमाहीन राशि है।

(16) चुम्बकीय प्रवृत्ति $(\chi) = \frac{I}{H}$

(17) नाभिक के चारों ओर चक्कर लगाता इलेक्ट्रॉन चुम्बकीय द्विध्रुव के समान होता है।

(18) फैराइट्स का रासायनिक सूत्र MFe_2O_4 है, जहाँ M के स्थान पर Zn, Fe, Mg, Ni आदि आते हैं।

(19) चुम्बकीय फ्लक्स को परिपथ में उत्पन्न करने के लिए पदार्थ को दी गई विद्युत ऊर्जा ही चुम्बकीय ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है व संचित हो जाती है।

(20) स्टील के शैथिल्य वक्र का क्षेत्रफल, मृदु लोहे के शैथिल्य वक्र के क्षेत्रफल से अधिक होता है।

(21) अस्थायी चुम्बक बनाने के लिए ऐसे पदार्थ उत्तम होते हैं जिनके लिए $I-H$ वक्र का क्षेत्रफल कम होता है।

(22) स्थायी चुम्बक ऐसे पदार्थ अच्छे होते हैं जिनकी धारणशीलता अधिक हो व निग्राहिता भी अधिक हो।

- आपेक्षिक चुम्बकशीलता (μ_r) व चुम्बकीय सुग्राहिता प्रवृत्ति χ में निम्न संबंध होता है—

$$\mu_r = 1 + \chi$$

अभ्यास (Exercise)

1. चुम्बकत्व से आप क्या समझते हैं?
2. चुम्बकीय फ्लक्स से क्या तात्पर्य है? इसका मात्रक बताइये।
3. विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण से क्मय तात्पर्य है? प्रेरित विद्युत वाहक बल क्या होता है?
4. फैराडे के विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण सम्बन्धी नियम बताइये।
5. लेन्ज का नियम समझाइये।
6. लारेंज बल के आधार पर चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान चालक में विद्युत वाहक बल की उत्पत्ति की व्याख्या कीजिये।
7. चुम्बकीय क्षेत्र में गतिशील चालक में उत्पन्न प्रेरित विद्युत धारा की दिशा ज्ञात करने वाले नियम का कथन कीजिये।
8. जब किसी कुंडली को एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र से उसके तल के समान्तर चलाया जाता है, तो उसमें कोई वि० वा बल क्यों नहीं पैदा होता?
9. फ्लेमिंग के दाँये हाथ का नियम क्या है?
10. प्रयोगों द्वारा विद्युत-चुम्बकीय प्रेरण कैसे प्रदर्शित करोगे?
11. प्रत्यावर्ती धारा डायनेमो के कार्य एवं सिद्धान्त का वर्णन कीजिये।
12. दिष्ट धारा जनित्र की क्रियाविधि को सचित्र समझाइये।
13. सही उत्तर चिह्नित कीजिये—

    डायनेमो बदलता है—

    (i) रासायनिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में

    (ii) ध्वनि को चुम्बकीय ऊर्जा में

    (iii) यान्त्रिक ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में

    (iv) यान्त्रिक ऊर्जा को प्रकाश में।
14. धारावाही चालक पर बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव के कारण लगने वाले बल की दिशा किस नियम से दी जाती है? इस नियम को समझाइये।
15. चुम्वकीय क्षेत्र की तीव्रता का मात्रक बल तथा धारा के पदों में लिखिए।
16. समान समान्तर तथा विपरीत समान्तर धाराओं के बीच किस प्रकार का बल कार्य करता है?
17. दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल के सूत्र का निगमन कीजिए।
18. दो समान्तर धारावाही चालकों के बीच लगने वाले बल के सूत्र के आधार पर ऐम्पियर की परिभाषा दीजिए।
19. लारेंज वल से क्या तात्पर्य है? इसका सूत्र लिखिए।
20. चुम्बकीय क्षेत्र में गतिमान आवेश पर लगने वाले बल के सूत्र की व्युत्पत्ति धारावाही चालक पर चुम्बकीय क्षेत्र में लगने वाले बल के सूत्र की सहायता से कीजिए।
21. विद्युत मोटर का कार्य सिद्धान्त स्पष्ट कीजिए।
22. निम्नलिखित प्रश्नों के सही उत्तर को चिह्नित कीजिए—

    (क) विद्युत मोटर में रूपान्तरण होता है—

    1. रासायनिक ऊर्जा का विद्युत ऊर्जा में।

    2. विद्युत ऊर्जा का यान्त्रिक ऊर्जा में।

    3. विद्युत ऊर्जा का प्रकाश में।

    4. विद्युत ऊर्जा का रासायनिक ऊर्जा में।

    (ख) लारेंज बल का मान है—

    (i) $Bqv\sin\theta$ (ii) $\frac{v}{Bq}\sin\theta$ (iii) $\frac{Bq}{v}\sin\theta$ (iv) $\frac{B}{qv}\sin\theta$

(ग) चुम्बकीय क्षेत्र में उसके लम्बवत् रखे धारावाही चालक पर लगने वाले बल का परिमाण होता है—

(i) $\frac{B}{il}$ (ii) $\frac{i}{Bl}$ (iii) Bil (iv) $\frac{Bl}{i}$

23. एक इलेक्ट्रॉन को 10 वेबर/मीटर^2 तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् प्रक्षेपित किया जाता है। इलेक्ट्रॉन पर कार्य करने वाले बल की गणना कीजिये।
($e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम) [उत्तर—4.8×10^{-11} न्यूटन]

24. दो समान्तर धारावाही चालक एक दूसरे से 1.5 मीटर की दूरी पर स्थित हैं। दोनों में एक ही दिशा में क्रमशः 4 ऐम्पियर तथा 5 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। दोनों चालकों के बीच लगने वाले बल की प्रकृति बताइए तथा परिमाण की गणना कीजिए। [उत्तर—आकर्षण बल, 2.66×10^{-6} न्यूटन/मीटर]

25. एक प्रोटॉन 1500 न्यूटन/ऐम्पियर मीटर तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र में 2×10^6 मी/से के वेग से प्रवेश करता है। प्रोटॉन पर लगने वाले बल की गणना कीजिए, यदि वह
1. क्षेत्र के लम्बवत् [उत्तर—4.8×10^{-10} न्यूटन]
2. क्षेत्र के समान्तर तथा [उत्तर—शून्य]
3. क्षेत्र से 30° का कोण बनाते हुए प्रवेश करे। [उत्तर—2.4×10^{-20} न्यूटन]

26. एक 0.2 मीटर लम्बे तार में 2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित हो रही है। तार को 5.0 न्यूटन प्रति ऐम्पियर मीटर के एक समान चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा से 45° के कोण पर रखा जाता है। तार पर कितना बल कार्य करेगा? [उत्तर—$\sqrt{2}$ या 1.414 न्यूटन]

27. दो समान्तर तारों में 3.0 ऐम्पियर तथा 5.0 ऐम्पियर की धाराएँ प्रवाहित हो रही हैं। यदि तारों की 0.5 मीटर लम्बाई पर लगने वाले बल का मान 3×10^5 न्यूटन हो, तो तारों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [उत्तर—0.05 मीटर]

28. एक ऐल्फा कण की चाल 5×10^4 मी/से है। यह एक चुम्बकीय क्षेत्र में, जिसकी तीव्रता 2.0×10^4 वेबर/मी^{2} है, प्रवेश करता है। यदि क्षेत्र के लम्बवत् प्रवेश करने पर ऐल्फा कण पर लगने वाला बल 3.2×10^{-10} न्यूटन हो तो उसका आवेश ज्ञात कीजिए। [उत्तर— 3.2×10^{-19} कूलॉम]

29. प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्बकीय तथा लौहचुम्बकीय पदार्थों से आप क्या समझते हैं? **(UPBTE 1994)**

30. फैराइट्स क्या हैं? ये कितने प्रकार के होते हैं?

31. प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्वकीय तथा लौहचुम्बकीय पदार्थों में अन्तर बताइए। **[UPBTE 1996]**

32. चुम्वकत्व का परमाणुविक मॉडल क्या है?

33. चुम्वकत्व के परमाणविक मॉडल सिद्धान्त के आधार पर अनुचुम्बकीय, प्रतिचुम्बकीय तथा लौहचुम्बकीय पदार्थों में अंतर स्पष्ट कीजिए।

34. धारणशीलता, निग्राहिता तथा शैथिल्य को समझाइए।

35. लौहचुम्वकत्व का डोमेन सिद्धान्त क्या है?

36. अनुचुम्बकत्व तथा लौहचुम्बकत्व पदार्थों के मध्य दो अंतर बताइए।

☐

6

Chapter

अर्द्धचालक भौतिकी

(SEMICONDUCTOR PHYSICS)

YADAVRK100%

Syllabus

Semiconductor physics

- Types of materials (insulator, semiconductor, conductor), intrinsic and extrinsic semiconductors, *p-n* junction diode and its *V-I* characteristics
- Diode as rectifier-half wave and full wave rectifier (centre taped),
- Semiconductor transistor, *pnp* and *npn* (concepts only)
- Application of semiconductor diodes (Zener, LED) and that of transistor as amplifier and oscillator.

§ 6.1 परिचय (Introduction)

वर्तमान युग में "इलेक्ट्रॉनिक इंजीनियरिंग" विज्ञान की एक बहुत महत्वपूर्ण शाखा के रूप में स्थापित हुआ है। इलेक्ट्रॉनिक्स का अर्थ है—

"The study and design of control, communication, and computing devices that rely on the movement of electrons in circuits containing semiconductors, thermionic valves, resistors, capacitors and inductors."

अत्यधिक उपयोगी इलेक्ट्रॉनिक इंजीनियरिंग वर्तमान समय में इंजीनियरिंग की अन्य-प्रत्येक शाखा की जरूरत बनती जा रही है।

इलेक्ट्रॉनिकी तकनीक में नित नये अनुसंधान हो रहे हैं, अत: नये छात्रों के लिए इलेक्ट्रॉनिक्स के आधारभूत संकल्पनाओं को समझना आवश्यक है जिससे कि उन्हें भविष्य में इलेक्ट्रॉनिक्स विषय की गूढ़ता भी सरल और रोचक प्रतीत हो।

इस हेतु अर्द्धचालकों से परिचय अनिवार्य है।

§ 6.2 परमाणु संरचना (Atomic Structure)

पदार्थों का विद्युतीय व्यवहार उनकी परमाणु संरचना पर निर्भर करता है। आधुनिक परमाणु सिद्धान्त के अनुसार परमाणु भी अन्य सूक्ष्म कणों से मिलकर बना है। परमाणु की संरचना के संबंध में आधुनिक सिद्धान्त को '**इलेक्ट्रॉन सिद्धान्त**' कहते हैं। इस सिद्धान्त के अनुसार परमाणु निम्न तीन मूल कणों से मिलकर बना होता है—

(1) प्रोटॉन

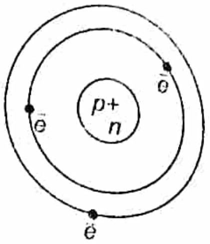
(2) न्यूट्रॉन

(3) इलेक्ट्रॉन

(1) प्रोटॉन (Proton)—ये धनावेशित ($1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ कूलॉम) कण होते हैं। इनका द्रव्यमान हाइड्रोजन परमाणु के केन्द्रीय भाग (नाभिक) के द्रव्यमान के बराबर होता है, जिसका मान $1 \cdot 67 \times 10^{-27}$ किग्रा होता है।

(2) न्यूट्रॉन (Neutron)—ये अनावेशित कण होते हैं। इनका द्रव्यमान लगभग प्रोटॉन के द्रव्यमान के बराबर ($1 \cdot 67 \times 10^{-27}$) किग्रा होता है।

(3) इलेक्ट्रॉन (Electron)—ये ऋणावेशित ($-1 \cdot 6 \times 10^{-19}$ कूलॉम) कण होते हैं। इनका द्रव्यमान $9 \cdot 1 \times 10^{-31}$ किग्रा होता है।



चित्र 6.1 : परमाणु (Atom)

प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन परमाणु के नाभिक (nucleus) में स्थित होते हैं तथा इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर बन्द कक्षाओं (closed orbits) में चक्कर लगाते रहते हैं, (चित्र 6.1)। सामान्यत: किसी तत्त्व के परमाणु को $_{Z}X^{A}$ से प्रदर्शित किया जाता है जहाँ, $X =$ तत्त्व का प्रतीक, $Z =$ परमाणु संख्या तथा A परमाणु भार होता है।

किसी परमाणु में, इलेक्ट्रॉनों अथवा प्रोटॉनों की संख्या, परमाणु संख्या कहलाती है। परमाणु वैद्युत रूप से उदासीन (neutral) होता है क्योंकि परमाणु का कुल धनावेश ($+Ze$) कुल ऋणावेश ($-Ze$) के बराबर होता है।

उदाहरणत: लीथियम (Lithium) के परमाणु को $_{3}\text{Li}^{7}$ से प्रदर्शित किया जाता है। अत: लीथियम की परमाणु संख्या $Z = 3$, परमाणु भार $A = 7$ में प्रोटॉनों की संख्या $p = 3$ तथा $e = 3$ अत: कुल धनावेश $= +3e$, कुल ऋणावेश $= -3e$, अत: तुल्य आवेश $= +3e - 3e = 0$ होता है।

§ 6.3 इलेक्ट्रॉन की विभिन्न कक्षाएँ (Different Shells of Electrons)

भिन्न-भिन्न पदार्थों के लिए परमाणु में उपस्थित इलेक्ट्रॉन, प्रोटॉन तथा न्यूट्रॉन की संख्या भिन्न-भिन्न होती हैं। नाभिक के परित: घूमने वाले इलेक्ट्रॉन विभिन्न कक्षाओं में घूमते हैं।

नाभिक के चारों ओर भ्रमण करने वाले इलेक्ट्रॉनों के विभिन्न बन्द कक्षाओं में वितरण के सम्बन्ध में नील्स बोर के परमाणु मॉडल में संशोधनोपरान्त बोर-बरी (Bohr-Burry) ने यह नियम बताया कि किसी भी कक्षा में अधिकाधिक इलेक्ट्रॉनों की संख्या $2n^2$ हो सकती है, यहाँ n सम्बन्धित कक्षा की संख्या है। इस नियम के अनुसार,

प्रथम कक्षा के लिए ($n = 1$), अत: अधिकतम इलेक्ट्रॉनों की संख्या $2\,(1)^2 = 2$

द्वितीय कक्षा के लिए ($n = 2$), पर अधिकतम इलेक्ट्रॉनों की संख्या $2\,(2)^2 = 8$

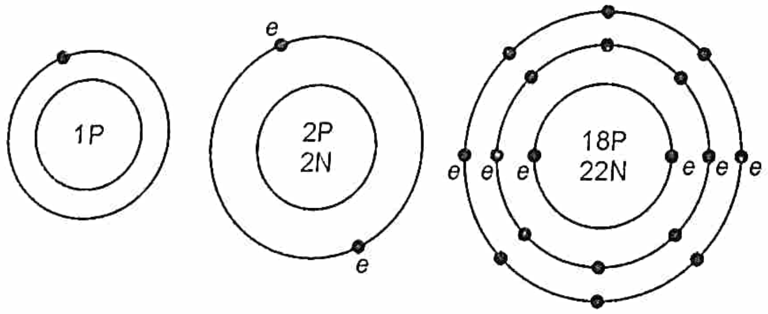
इसी प्रकार—

तीसरी कक्षा ($n = 3$) में अधिकतम इलेक्ट्रॉनों की संख्या $= 2\,(2)^3 = 18$ होगी।

प्रथम कक्षा को K, द्वितीय कक्षा को L, तृतीय कक्षा को M तथा चौथी कक्षा को N से निरूपित किया जाता है।

किसी तत्त्व की बाहरी कक्षा में जितने इलेक्ट्रॉन होते हैं उतनी ही उस तत्त्व की **संयोजकता** होती है। किन्तु सबसे बाहरी क्षा में अधिकाधिक 8 इलेक्ट्रॉन ही हो सकते हैं।

चित्र 6.2 में हाइड्रोजन, हीलियम तथा आर्गन के परमाणु की संरचना प्रदर्शित की गयी है।



H_2 परमाणु (1) (a)   He परमाणु (2) (b)   आर्गन परमाणु (2,8,8) (c)

चित्र 6.2

YADAVRK100%

§ 6.4 कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा (Energy of Electron in Orbit)

किसी परमाणु में नाभिक के चारों ओर विभिन्न बन्द कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन चक्कर लगाते रहते हैं। इलेक्ट्रॉनों की विशिष्ट अवस्था अर्थात् नाभिक से विभिन्न दूरियों (त्रिज्याओं) r_n पर स्थित कक्षाओं में उनकी स्थिति के कारण नाभिक द्वारा उन पर लगने वाले वैद्युत आकर्षण बल से स्थितिज ऊर्जा तथा गति के कारण गतिज ऊर्जा होती है। इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा उसकी गतिज ऊर्जा तथा स्थिर वैद्युत ऊर्जा का योग होती है।

बोहर ने परमाणु मॉडल की परिकल्पना में हाइड्रोजन सदृश* परमाणु के लिए स्थायी कक्षाओं की त्रिज्या का सूत्र इस प्रकार दिया—

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 n^2 h^2}{\pi m Z e^2} \quad \text{... (i)}$$

जहाँ $n =$ स्थायी कक्षा की संख्या

इस आधार पर nवीं स्थायी कक्षा में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा E_n, इसकी गतिज ऊर्जा K_n तथा स्थितिज ऊर्जा U_n का योग होती है। अर्थात्

$$E_n = K_n + U_n \quad \text{... (ii)}$$

यहाँ
$$K_n = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{2r_n}$$

तथा
$$U_n = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r_n}$$

अत: समीकरण (ii) से—

$$E_n = -\frac{m Z^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2} \quad \text{... (1)}$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$

समीकरण (1) में

$m =$ इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $(9{\cdot}1 \times 10^{-31}\text{kg})$

$Z =$ परमाणु संख्या

$e =$ इलेक्ट्रॉन का आवेश $(1{\cdot}6 \times 10^{-19}\text{C})$

$\varepsilon_0 =$ निर्वात की विद्युतशीलता $(8{\cdot}85 \times 10^{-12}\text{C}^2/\text{N-m}^2)$

$h =$ प्लांक नियतांक $(6{\cdot}67 \times 10^{-34}\text{J-s})$

$n =$ कक्षा की संख्या है।

हाइड्रोजन सदृश-परमाणुओं जैसे $_3Li^7$, $_{11}Na^{23}$ आदि के लिए—

(i) जब $Z = 1$ तथा $n = 1$ (प्रथम कक्षा) तब इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा,

---

* हाइड्रोजन-सदृश (Hydrogen like) का अर्थ है जिस परमाणु के बाहरी कक्षा में केवल एक इलेक्ट्रॉन हो, जैसे—$_3Li^{7++}_{(Z=3)}$, $_{11}Na^{23+}_{(Z=11)}$

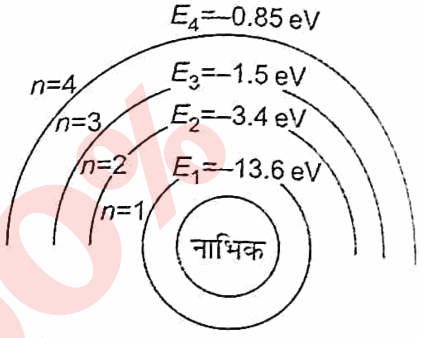
YADAVRK100%

$$E_1 = \frac{9\cdot1\times10^{-31}\times(1)^2\times(1\cdot6\times10^{-19})^4}{8\times(8\cdot85\times10^{-12})^2\times(1)^2\times(6\cdot67\times10^{-34})^2}\text{ J}$$

$$E_1 = -21\cdot8\times10^{-19}\text{J}$$

$$E_1 = \frac{-21\cdot8\times10^{-19}}{1\cdot6\times10^{-19}}\text{ eV}$$

$$\mathbf{E_1 = -13\cdot6\text{ eV}}$$



चित्र 6.3 : H_2 सदृश परमाणु का ऊर्जा स्तर

इसी प्रकार

(ii) जब $n=2$ (दूसरी कक्षा), तब

$$\mathbf{E_2 = -3\cdot4\text{ eV}}$$

(iii) जब $n=3$ (तीसरी कक्षा), तब

$$\mathbf{E_3 = -1\cdot51\text{ eV}}$$

(iv) जब $n=4$ (चौथी कक्षा), तब

$$\mathbf{E_4 = -0\cdot85\text{ eV}}$$

स्पष्ट है कि जैसे-जैसे कक्षा की संख्या (n) का मान बढ़ता जाता है, वैसे-वैसे इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा बढ़ती जाती है, (चित्र 6.3)। इलेक्ट्रॉन की नाभिक से त्रिज्य दूरी (अर्थात् कक्षा की संख्या) बढ़ते जाने से नाभिक द्वारा इलेक्ट्रॉन पर लगने वाले आकर्षण बल का मान क्रमशः घटता जाता है। यही कारण है कि विद्युत चालन के लिए आवश्यक मुक्त इलेक्ट्रॉन सदैव बाहरी कक्षा (नाभिक से सबसे अधिक दूरी पर स्थित कक्षा) से प्राप्त होते हैं। सबसे बाहरी कक्षा के इलेक्ट्रॉन को संयोजी इलेक्ट्रॉन (valence electron) कहते हैं।

§ 6.5 मुक्त इलेक्ट्रॉन (Free Electron)

नाभिक पर धनावेश होने के कारण यह कक्षीय इलेक्ट्रॉनों पर आकर्षण बल लगाता है। अतः परमाणु के प्रत्येक कक्षा में घूमते इलेक्ट्रॉन, नाभिक के आकर्षण बल के कारण उससे बँधे रहते हैं। नाभिक का बल सबसे अन्दर की कक्षा के इलेक्ट्रॉनों पर सबसे अधिक तथा बाहरी कक्षाओं के इलेक्ट्रॉनों पर कम होता जाता है। सबसे बाहरी कक्षा के इलेक्ट्रॉनों पर नाभिक का आकर्षण बल न्यूनतम होने के कारण इन्हें परमाणु से अलग करना बहुत सरल हो जाता है। सबसे बाहरी कक्षा के जो इलेक्ट्रॉन परमाणु से अलग होकर इधर-उधर रहते हैं, उन्हें **'मुक्त इलेक्ट्रॉन'** कहते हैं।

ये मुक्त इलेक्ट्रॉन परमाणु के बाहर स्वयं उपस्थित रहते हैं और ये ही प्रायः सभी विद्युतीय और इलेक्ट्रॉनिक घटनाओं (जैसे—विद्युत चालकता आदि) के लिए उत्तरदायी होते हैं।

§ 6.6 मुक्त इलेक्ट्रॉन, विशिष्ट प्रतिरोध तथा प्रतिरोध ताप गुणांक के आधार पर चालक, अचालक तथा अर्द्धचालक पदार्थों की व्याख्या (Explanation of Conductor, insulator and semiconductor material on the basis of free electrons, specific resistance and temporative coefficient of resistance)

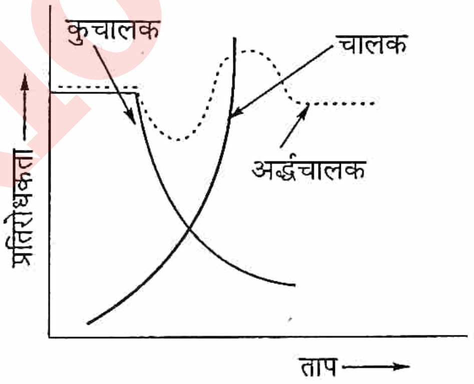
मुक्त इलेक्ट्रॉनों अथवा वैद्युत चालकता के आधार पर पदार्थों को निम्नलिखित तीन श्रेणियों में विभाजित किया जाता है—

(1) चालक (Conductors)—जिन पदार्थों में मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बहुत अधिक होती है अर्थात् विशिष्ट प्रतिरोध बहुत कम (लगभग 10^{-8} ओम-मीटर) होता है, इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व बहुत अधिक ($\approx 10^{29}$ प्रति मीटर^3, ताँबे में $8\cdot4\times10^{29}$ इलेक्ट्रॉन प्रति मीटर^3) होता है। इनका ताप गुणांक धनात्मक होता है। अशुद्धि मिलाने से चालकता कम हो जाती है।

(2) **अचालक** (Insulator)—वे पदार्थ जिनकी चालकता बहुत कम अर्थात् विशिष्ट प्रतिरोध बहुत अधिक (जैसे क्वार्ट्ज के लिए $7 \cdot 5 \times 10^{17}$ ओम-मीटर) होता है। इनमें मुक्त इलेक्ट्रॉन घनत्व बहुत कम लगभग शून्य होता है। इनकी चालकता पर ताप का प्रभाव नगण्य होता है।

(3) **अर्द्धचालक** (Semiconductor)—कुछ ठोस पदार्थ ऐसे भी होते हैं जिनकी वैद्युत चालकता, चालकों तथा अचालकों के बीच में होती हैं। इन्हें अर्द्धचालक कहते हैं। अर्द्धचालकों के उदाहरण कार्बन, सिलिकॉन, जर्मेनियम आदि हैं। अर्द्धचालकों में सबसे बाहरी (संयोजी) इलेक्ट्रॉन न तो परमाणु से इतनी दृढ़ता से बँधे होते हैं जितने कि किसी अचालक में और न ही इतने ढीले बँधे होते हैं, जितने कि किसी चालक में। अर्द्धचालकों का प्रतिरोध ताप गुणांक ऋणात्मक होता है। अत: ताप बढ़ने पर उनका वैद्युत प्रतिरोध घटता है तथा वैद्युत चालकता बढ़ती है। इसके विपरीत ताप घटने पर अर्द्धचालकों का वैद्युत प्रतिरोध बढ़ता है तथा वैद्युत चालकता घटती है। **परम शून्य ताप पर अर्द्धचालक एक आदर्श अचालक की भाँति व्यवहार करता है।** "At absolute temperature, semiconductor behaves as insulator."

ऐसे पदार्थ जिनकी विशिष्ट प्रतिरोधकता (specific resistance) सामान्य तापक्रम पर $10^{-2} \Omega$ cm या इससे कम होती है, चालक की भाँति प्रयोग किये जाते हैं। $10^5 \Omega$ cm या इससे अधिक विशिष्ट प्रतिरोध वाले पदार्थ अचालक (insulators) की भाँति प्रयोग किये जाते हैं। परन्तु 10^{-2} तथा $10^5 \Omega$ cm के मध्य विशिष्ट प्रतिरोध रखने वाले पदार्थ अर्द्धचालक वर्ग में आते हैं।



चित्र 6.4 : चालक, अर्द्धचालक तथा कुचालक पदार्थों की प्रतिरोधकता पर ताप का प्रभाव

चित्र 6.4 में चालक, अर्द्धचालक तथा कुचालक पदार्थों की ताप परिवर्तन के साथ प्रतिरोधकता में परिवर्तन दर्शाया गया है। चित्र से स्पष्ट है कि चालकों की प्रतिरोधकता ताप बढ़ने पर बढ़ती है। यदि 0 °C पर प्रतिरोधकता ρ_0 तथा t °C पर ρ_t हो, तो

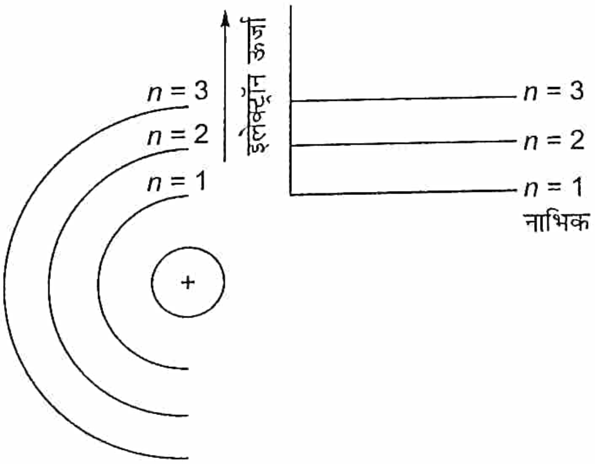
$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha_0 t) \quad \dots \text{(i)}$$

यहाँ α_0 चालक का 0 °C पर प्रतिरोध ताप गुणांक है। कुचालकों की प्रतिरोधकता एक निश्चित ताप तक स्थिर रहती है। उसके पश्चात् और ताप बढ़ाने पर कुचालक में ब्रेक डाउन होता है तथा प्रतिरोधकता तीव्रता से कम होती है।

अर्द्धचालकों की प्रतिरोधकता प्रारम्भ में ताप बढ़ने पर स्थिर रहती है, परन्तु ताप वृद्धि के साथ अर्द्धचालक की प्रतिरोधकता पहले कम होती है, उसके पश्चात् अनियमित रूप से परिवर्तित होती है।

§ 6.7 ठोसों का ऊर्जा बैण्ड सिद्धान्त (Energy Band Theory of Solids)

बोहर के परमाणु मॉडल के अनुसार इलेक्ट्रॉन निश्चित ऊर्जा वाली कक्षाओं में ही चक्कर लगाते हैं अर्थात् किसी अलग (Isolate) किये गये एकल परमाणु के किसी भी कक्ष अथवा उपकक्ष में इलेक्ट्रॉनों की एक निश्चित ऊर्जा होती है। इन कक्षाओं को ऊर्जा स्तर (Energy Level) कहते हैं।



चित्र 6.5

जब असंख्य परमाणु परस्पर बन्ध (bond) बनाकर ठोस क्रिस्टल पदार्थ का रूप लेते हैं, तब ठोस पदार्थ के किसी इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा चित्र 6.5 में प्रदर्शित ऊर्जा स्तरों से नहीं दर्शायी जा सकती है। वास्तव में जब बहुत अधिक परमाणु परस्पर अत्यधिक पास आकर क्रिस्टल की संरचना करते हैं तो ये परमाणु एक-दूसरे पर अन्योन्य (mutual) प्रभाव डालते हैं। इस परमाणवीय अन्त:क्रिया

(Interatomic interaction) के कारण परमाणु में नाभिक के समीप कक्ष में इलेक्ट्रॉनों के ऊर्जा स्तरों पर बहुत कम प्रभाव पड़ता है, परन्तु नाभिक से दूर बाहरी कक्ष के इलेक्ट्रॉनों के ऊर्जा स्तरों में ज्यादा परिवर्तन होता है। ऐसा संयोजी इलेक्ट्रॉनों को एक से अधिक परमाणुओं द्वारा साझा (share) किये जाने के कारण होता है।

अर्द्धचालकों की संरचना क्रिस्टलीय ठोस (Crystalline Solid) होती है।

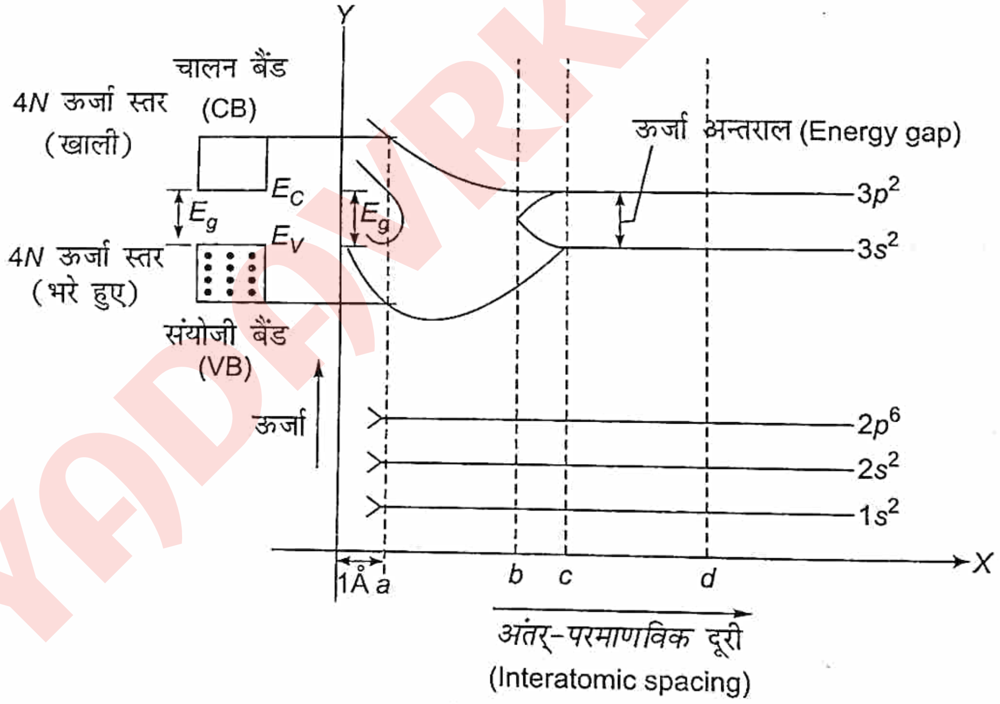
Si तथा Ge का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास :

Si का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास—$1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^2$

Ge का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास—$1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^{10}, 4s^2 4p^2$ होता है अर्थात् दोनों के बाहरी (संयोजी) कक्ष में 4 इलेक्ट्रॉन (2 इलेक्ट्रॉन s उपकोश में और 2 इलेक्ट्रॉन p उपकोश में) हैं।

ऊर्जा स्तरों में होने वाले परिवर्तन को समझने के लिए Si (14) का उदाहरण लेते हैं।

माना सिलिकॉन के क्रिस्टल में N परमाणु हैं। सामान्य अवस्था में परमाणुओं के मध्य 1 Å (10^{-10} मीटर) की दूरी होती है। चूँकि सिलिकॉन में 4 संयोजी इलेक्ट्रॉन हैं, अत: सिलिकॉन क्रिस्टल में $4N$ संयोजी इलेक्ट्रॉन होंगे व सिलिकॉन परमाणु के बाह्य कक्षा (outer orbit) में अधिकतम 8 इलेक्ट्रॉन हो सकते हैं। इसलिए कहा जा सकता है कि सिलिकॉन क्रिस्टल में $4N$ संयोजी इलेक्ट्रॉन के लिए $8N$ ऊर्जा स्तर उपलब्ध है।



चित्र 6.6

सिलिकॉन के क्रिस्टल में ऊर्जा स्तर परिवर्तन को प्रदर्शित करने के लिए चित्र 6.6 में *अंतर्-परमाणविक* दूरी X-अक्ष पर तथा ऊर्जा, Y-अक्ष पर तथा एक वास्तविक क्रिस्टल में परमाणुओं के बीच साम्य दूरी $r = a \approx 1$ Å से प्रदर्शित है।

सिलिकॉन के ऊर्जा स्तरों में होने वाले परिवर्तनों को निम्न प्रतिबन्धों की विवेचना द्वारा समझा जा सकता है—

1. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी बहुत अधिक है ($r = d >> a$)—इस स्थिति में परमाणुओं में कोई अन्त: क्रिया नहीं होती है तथा प्रत्येक परमाणु, स्वतन्त्र परमाणु जैसा व्यवहार करता है। N परमाणुओं में से प्रत्येक परमाणु के अपने स्पष्ट ऊर्जा स्तर हैं।

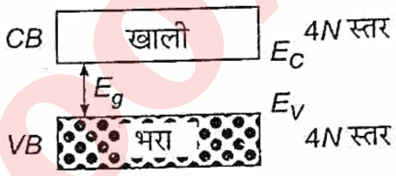
2. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी r, d से कम परन्तु c से अधिक है ($c < r < d$)—इस स्थिति में भी ऊर्जा स्तरों में कोई परिवर्तन दिखाई नहीं देता है।

YADAVRK100%

3. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी r, c के बराबर है ($r = c$)—इस स्थिति में इलेक्ट्रॉनों के ऊर्जा स्तरों $3s$, $3p$ में परिवर्तन प्रारम्भ हो जाता है जबकि नाभिक के समीप वाले इलेक्ट्रॉनों ($1s$, $2s$, $2p$) के ऊर्जा स्तरों में परिवर्तन नहीं होता है।

4. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी r, b तथा c के मध्य है ($b < r < c$)—इस स्थिति में अलग-अलग $3s$ व $3p$ ऊर्जा स्तर की जगह पास-पास स्थित ऊर्जा बैण्ड प्राप्त होता है। इस ऊर्जा बैण्ड में किसी विलग परमाणु के लिए $2N$ स्तर एकल $3s$ स्तर में तथा $6N$ स्तर एकल $3p$ स्तर में होता है। $3s$ तथा $3p$ स्तरों में ऊर्जा का यह फैलाव किसी मुक्त परमाणु के $3s$ तथा $3p$ स्तरों के मध्य ऊर्जा अन्तराल (energy gap) को घटा देता है। चूँकि परमाणु में N ($\approx 10^{29}$ परमाणु/मीटर^3) बहुत अधिक होता है तथा $3s$ और $3p$ का ऊर्जा स्तर कुछ इलेक्ट्रॉन वोल्ट की कोटि का होता है, अत: $3s$ तथा $3p$ ऊर्जा स्तर (फैलाव के कारण) अत्यधिक समीप हो जाता है। **अति समीप ऊर्जा स्तरों के इस संग्रह को ऊर्जा बैण्ड कहते हैं।**

5. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी r, b के बराबर परन्तु a से अधिक है ($r = b > a$)—इस स्थिति में $3s$ व $3p$ ऊर्जा स्तरों के मध्य ऊर्जा अन्तराल (Energy Gap) खत्म हो जाता है तथा $8N$ ऊर्जा स्तर सतत् (Continuous) रूप से वितरित हो जाते हैं। इस स्थिति में इलेक्ट्रॉन $3s$ अथवा $3p$ उपकक्ष (subshell) में हैं। यह अन्तर करना सम्भव नहीं होता है। केवल यह कहा जा सकता है कि $4N$ ऊर्जा स्तर पूर्णरूप से भरा है व $4N$ ऊर्जा स्तर खाली है।



चित्र 6.7

6. जब *अंतर्-परमाणविक* दूरी r, a के बराबर है ($r = a$, क्रिस्टल में वास्तविक दूरी)—परम शून्य ताप पर $4N$ भरे हुए ऊर्जा स्तर $4N$ खाली ऊर्जा स्तर से एक ऊर्जा अन्तराल द्वारा अलग हो जाते हैं। इसे वर्जित ऊर्जा अन्तराल (forbidden energy gap) कहते हैं। इसे E_g से निरूपित करते हैं। **वर्जित ऊर्जा अन्तराल के नीचे पूर्णतया भरे ऊर्जा स्तर को संयोजी बैण्ड (VB) तथा ऊपर रिक्त ऊर्जा स्तर को चालन बैण्ड (CB) कहते हैं,** (चित्र 6.7)। सिलिकॉन के लिए ऊर्जा गैप का माप 1·12 eV तथा Ge के लिए 0·67 eV है। चालन बैण्ड में कक्षों का आकार बड़ा होता है। चालन बैण्ड में आये हुए इलेक्ट्रॉन पर नाभिक के धनावेश के कारण आकर्षण बल लगभग नगण्य होता है। यह ठोस पदार्थ में यत्र-तत्र भ्रमण करता रहता है। यही कारण है कि चालन बैण्ड के इलेक्ट्रॉनों को मुक्त इलेक्ट्रॉन कहा जाता है।

§ 6.8 चालन बैण्ड, वर्जित ऊर्जा अन्तराल (बैण्ड) तथा संयोजी बैण्ड (Conduction Band, Forbidden energy gap (Band) and Valence Band)

चित्र 6.7 के अनुसार—

1. चालन बैण्ड (Conduction Band)—अर्द्धचालकों में परम शून्य ताप पर यह बैण्ड रिक्त होता है, परन्तु ताप वृद्धि के साथ-साथ इसमें इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ती जाती है। इस बैण्ड में उपस्थित इलेक्ट्रॉन धारा प्रवाह में योगदान देते हैं।

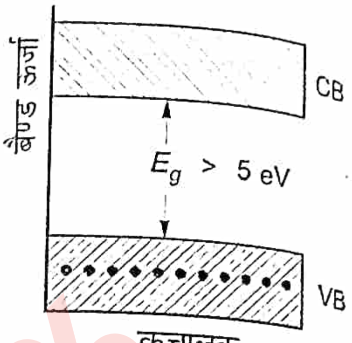
2. वर्जित ऊर्जा अन्तराल (बैण्ड) (Forbidden Energy Gap (Band))—इस बैण्ड में इलेक्ट्रॉन नहीं पाये जाते हैं। यह बैण्ड पूर्णतया खाली होता है। वह न्यूनतम ऊर्जा जो इलेक्ट्रॉन को संयोजी बैण्ड से चालन बैण्ड में स्थानान्तरण के लिए आवश्यक होती है, बैण्ड अन्तराल (Band Gap) (E_g) या ΔE_g कहलाती है। अत: $E_g = E_C - E_V$ होता है। चालकों के लिए E_g = शून्य तथा अचालकों के लिए $E_g > 5$ eV होता है।

3. संयोजी बैण्ड (Valence Band)—यह अधिकतम ऊर्जा का वह बैण्ड है जिसमें इलेक्ट्रॉन सदैव उपस्थित रहते हैं। इस बैण्ड में परमाणु के बाह्यतम कक्ष के इलेक्ट्रॉन होते हैं जो बन्ध बनाने में भाग लेते हैं। इस बैण्ड में उपस्थित इलेक्ट्रॉन धारा प्रवाह में भाग नहीं लेते हैं।

§ 6.9 ठोसों का ऊर्जा बैण्डों के आधार पर वर्गीकरण (Classification of Solids on the basis of Energy Bands)

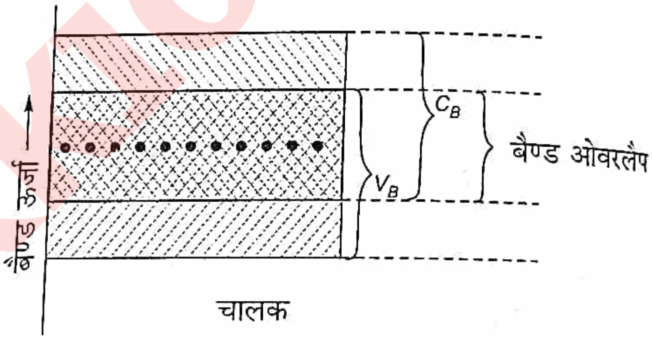
विद्युतीय चालकता के आधार पर पदार्थों को चालक (धातु), विद्युतरोधी तथा अर्द्धचालक में वर्गीकृत किया जाता है। इनकी विद्युत चालकता को ऊर्जा बैण्ड के आधार पर इस प्रकार समझा जा सकता है—

(1) विद्युतरोधी (Insulators)—विद्युतरोधी (जैसे काँच, लकड़ी आदि) वे पदार्थ हैं जिनमें विद्युत का चालन नहीं होता है। ऊर्जा बैण्ड की दृष्टि से संयोजी (valence) बैण्ड पूर्णतया भरे होते हैं, जबकि चालन बैण्ड खाली होता है। इन पदार्थों के संयोजी बैण्ड तथा चालन बैण्ड के बीच ऊर्जा अन्तराल E_g (5 eV लगभग) बहुत अधिक होता है, (चित्र 6.8)। इन पदार्थों में इलेक्ट्रॉनों को संयोजी बैण्ड से चालन बैण्ड में धकेलने के लिए अत्यन्त उच्च विद्युत क्षेत्र की आवश्यकता होती है। इसी कारण से इन पदार्थों की विद्युतचालकता (conductivity) बहुत कम होती है। सामान्य ताप पर विद्युतरोधी पदार्थ के संयोजी इलेक्ट्रॉन में इतनी ऊर्जा नहीं होती कि वह चालन बैण्ड में पहुँच जाये। यद्यपि जब ताप में वृद्धि की जाती है तो कुछ संयोजी इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा इतनी हो जाती है कि वे वर्जित ऊर्जा अन्तराल (forbidden Energy Gap) को पार करके चालन बैण्ड में पहुँच जाते हैं। अत्यधिक उच्च ताप पर या उच्च विभव लगाने पर अचालक में चालन होता है। इसे **अचालक का भंजन** (breakdown of the insulator) कहते हैं। इसी कारण से विद्युतरोधी पदार्थों का प्रतिरोध ताप वृद्धि के साथ घटता है अर्थात् विद्युतरोधी पदार्थों का प्रतिरोध ताप गुणांक (temperature coefficient of resistance) ऋणात्मक होता है।



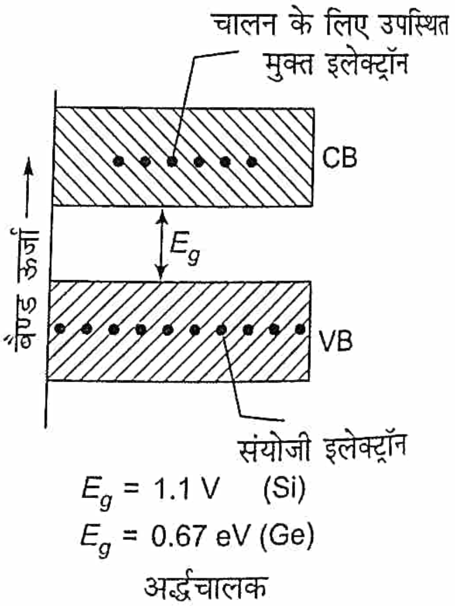
चित्र 6.8

(2) चालक (Conductors)—चालक (जैसे—Cu, Ag, Al आदि) वे पदार्थ हैं जिनमें विद्युत चालन सरल होता है, क्योंकि उनमें सामान्य ताप पर ही अधिक संख्या में मुक्त (free) इलेक्ट्रॉन उपस्थित होते हैं। इनमें संयोजी बैण्ड तथा चालन बैण्ड के मध्य वर्जित ऊर्जा अन्तराल नहीं होता है। धातुओं में संयोजी बैण्ड तथा चालन बैण्ड ऊर्जाएँ समान होती हैं। इस कारण से दोनों बैण्ड ओवरलैप (overlap) करते हैं। कोई भी संयोजी इलेक्ट्रॉन मुक्त इलेक्ट्रॉन बन सकता है। अत: चालकों में बहुत कम विद्युत क्षेत्र लगाने पर या अतिरिक्त ऊर्जा (ऊष्मा अथवा प्रकाश) देने से मुक्त इलेक्ट्रॉनों की बहुत अधिक संख्या उपलब्ध होती है। अत: ये पदार्थ उत्तम चालक की भाँति व्यवहार करते हैं। चित्र 6.9 में CB (Conduction Band) तथा VB (Valence Band) अतिच्छादित हैं।



चित्र 6.9 : चालक

(3) अर्द्धचालक (Semiconductors)—अर्द्धचालक (जैसे—Si, Ge आदि) वे पदार्थ हैं जिनमें विद्युत चालकता, चालकों तथा कुचालकों के मध्य होता है। इसमें संयोजी बैण्ड पूर्णतया भरे होते हैं तथा चालन बैण्ड सामान्यतया खाली होते हैं। इसमें संयोजी बैण्ड तथा चालन बैण्ड के मध्य वर्जित ऊर्जा अन्तराल E_g बहुत कम (Ge के लिए 0·67 eV तथा Si के लिए 1·1 eV) होता है। अत: इनके लिए सामान्य ताप पर प्राप्त ऊर्जा (चालकों से अधिक तथा विद्युतरोधियों से कम ऊर्जा) संयोजी बैण्ड से इलेक्ट्रॉन को चालन बैण्ड में ले जाने के लिए पर्याप्त होती हैं। अत: सामान्य ताप पर कुछ संयोजी इलेक्ट्रॉन चालन बैण्ड में पहुँचते हैं जिससे अर्द्धचालकों में धारा प्रवाहित होती है। निम्न ताप पर अर्द्धचालक विद्युतरोधी की तरह व्यवहार करते हैं, (चित्र 6.10)।



चित्र 6.10

संक्षेप में अर्द्धचालकों में—

(i) संयोजी बैण्ड पूर्णत: भरा हुआ,

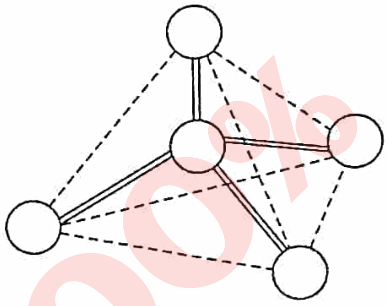
(ii) चालन बैण्ड लगभग खाली, तथा

(iii) वर्जित ऊर्जा अन्तराल ≈ 1 eV होता है।

जब अर्द्धचालक पदार्थ का ताप बढ़ाया जाता है तो संयोजी बैण्ड से इलेक्ट्रॉन चालन बैण्ड में पहुँच जाते हैं जिससे पदार्थ की चालकता बढ़ती है। इस प्रकार अर्द्धचालक पदार्थों की चालकता ताप बढ़ाने पर बढ़ने लगती है। अत: इनका प्रतिरोध ताप गुणांक ऋणात्मक होता है।

§ 6.10 अर्द्धचालक पदार्थ (Semiconductor Material)

अर्द्धचालक पदार्थों की संयोजकता चार होती है। किसी पदार्थ की विद्युतचालकता पदार्थ के वर्जित ऊर्जा अन्तराल पर निर्भर करती है। आवर्त सारणी में p-ब्लॉक के IV A समूह के तत्त्व मुख्यतया कार्बन (C), सिलिकॉन (Si), जर्मेनियम (Ge), टिन (Sn) तथा लेड (Pb) हैं जिनमें कार्बन (C) कुचालक होता है क्योंकि इसका वर्जित ऊर्जा अन्तराल अत्यधिक (लगभग 7eV) होता है। जबकि Si (सिलिकॉन) तथा Ge (जर्मेनियम) के लिए वर्जित ऊर्जा अन्तराल का मान क्रमश: 1·1 eV एवं 0·67 eV है। इस समूह के तत्त्व Sn (टिन) का वर्जित ऊर्जा अन्तराल शून्य होने के कारण Sn चालक है, अर्थात् अर्द्धचालक पदार्थ के रूप में Ge तथा Si का ही अधिकाधिक प्रयोग किया जाता है।



चित्र 6.11 : Ge अथवा Si की एकल क्रिस्टलीय संरचना

Ge की परमाणु संख्या 32 तथा सिलिकॉन की 14 है। विभिन्न कक्षाओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या $2n^2$ के अनुसार भरी होती हैं। Ge एवं Si में $K, L, M,$ .... इत्यादि कक्षा में इलेक्ट्रॉन निम्न रूप में व्यवस्थित होते हैं—

$$\text{Ge-32} \Rightarrow 2, 8, 18, 4$$

$$\Rightarrow 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^{10}, 4s^2 4p^2$$

$$\text{Si-14} \Rightarrow 2, 8, 4$$

$$\Rightarrow 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^2$$

अर्थात् इनके सबसे बाहरी कक्षा में चार इलेक्ट्रॉन होते हैं।

Si तथा Ge आवर्त सारणी में निष्क्रिय तत्त्वों के मध्य स्थित हैं। ऐसे तत्त्व जिनकी परमाणु संख्या निष्क्रिय तत्त्वों के मध्य होती है, अपने संयोजक कक्ष को पूर्ण रूप से भरने के लिए आवश्यक, सब इलेक्ट्रॉन ग्रहण कर सकते हैं अथवा दे सकते हैं। ऐसे तत्त्वों में सबसे हल्का पदार्थ कार्बन है। यदि यह अपने अन्तिम कक्ष के चारों इलेक्ट्रॉन खो दे तब He जैसा और यदि चार इलेक्ट्रॉन ग्रहण कर ले तब Ne (नियॉन) जैसा लगने लगेगा। इसी प्रकार Ne तथा Ar (आर्गन) के मध्य Si एवं Ar तथा Kr (क्रिप्टॉन) के मध्य Ge है।

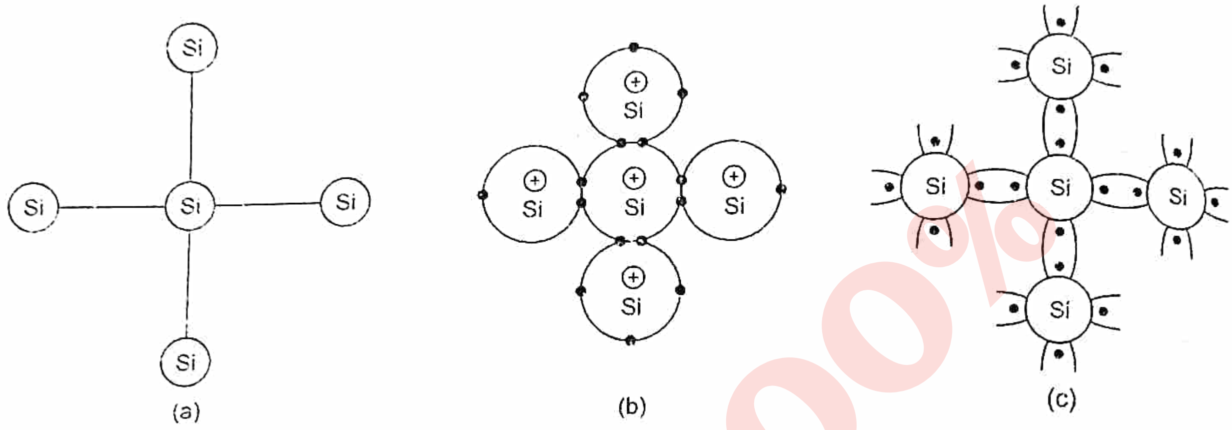
Ge अथवा Si की एकल क्रिस्टलीय संरचना चित्र (6.11) की भाँति होती है।

§ 6.11 अर्द्धचालकों में बन्ध (Bonds in Semiconductors)

प्रत्येक तत्त्व के परमाणु संयोजी इलेक्ट्रॉनों के बन्धन क्रिया के कारण आपस में जुड़े रहते हैं। प्रत्येक परमाणु में अपनी अन्तिम कक्षा (last orbit) में 8 इलेक्ट्रॉन लेकर उसे पूर्ण (complete) करने की प्रवृत्ति होती है। सामान्यत: अधिकतर तत्त्वों में परमाणु के अन्तिम कक्षा में 8 इलेक्ट्रॉन नहीं होते हैं। इससे परमाणु अपनी बाहरी कक्षा में इलेक्ट्रॉन पूर्ण करने के लिए निकट के परमाणु से इलेक्ट्रॉन लेने के लिए सक्रिय हो जाता है। ऐसा करने के लिए परमाणु निकट से दूसरे परमाणु के साथ संयोजी इलेक्ट्रॉन लेने या देने का समझौता कर लेता है जिससे बन्ध का निर्माण होता है। ऐसे बन्धन को **सह-संयोजी बन्ध** (covalent bond) कहते हैं। सह-संयोजी बन्ध के निर्माण में प्रत्येक परमाणु बराबर संयोजी इलेक्ट्रॉनों का आदान-प्रदान करता है।

चित्र 6.12 में सिलिकॉन (Si) परमाणुओं के मध्य बने सह-संयोजी बन्ध को दिखाया गया है। सिलिकॉन परमाणु (Si) में 14 इलेक्ट्रॉन (प्रथम कक्षा में 2, द्वितीय में 8, तृतीय में 4 संयोजी इलेक्ट्रॉन) होते हैं। इस प्रकार पूर्णता के लिए प्रत्येक सिलिकॉन परमाणु की यह प्रवृत्ति होती है कि अन्तिम कक्षा में 8 इलेक्ट्रॉन हों। ऐसा करने के लिए प्रत्येक सिलिकॉन परमाणु

अपने निकट के चारों परमाणुओं से एक-एक संयोजी इलेक्ट्रॉन लेकर अपनी बाहरी कक्षा में 8 इलेक्ट्रॉन (कक्षा को) पूर्ण कर लेता है, (चित्र 6.12 (a) तथा (b))। इस प्रकार केन्द्रीय परमाणु सहसंयोजी बन्ध का निर्माण करता है।



चित्र 6.12

चूँकि संयोजी कक्ष के सभी इलेक्ट्रॉन बन्ध बनाने में हिस्सा लेते हैं, अत: कोई भी इलेक्ट्रॉन चालन हेतु मुक्त रूप से उपलब्ध नहीं होता है। अर्थात् अर्द्धचालक सामान्यतया कुचालक होता है।

सहसंयोजी बन्ध में सिलिकॉन अथवा जर्मेनियम की क्रिस्टलीय संरचना समचतुष्फलकीय (tetrahedral formation) (हीरे जैसी) होती है, चित्र 6.12 (c)।

§ 6.12 विवर या कोटर (Hole)

साधारणतया जर्मेनियम या सिलिकॉन क्रिस्टल में सहसंयोजी बन्ध के कारण इलेक्ट्रॉन अपनी-अपनी स्थिति में जकड़े होते हैं। परन्तु यदि अर्द्धचालक को ऊष्मीय ऊर्जा दी जाए तब तापीय विक्षोभ (Thermal agitation) द्वारा परमाणु में सहसंयोजी बन्ध टूटने लगता है। सहसंयोजी बन्ध टूटने से उस बन्ध (bond) से सम्बन्धित इलेक्ट्रॉन अपना स्थान छोड़कर मुक्त हो जाता है तथा वर्जित ऊर्जा अंतराल को लाँघकर चालन बैण्ड में चला जाता है। इस इलेक्ट्रॉन द्वारा रिक्त किया गया स्थान विवर (hole) कहलाता है। विवर एक धनात्मक आवेश की भाँति व्यवहार करता है तथा अपने आस-पास आने वाले इलेक्ट्रॉन को आकर्षित करने की क्षमता रखता है।

शुद्ध जर्मेनियम या सिलिकॉन में ऊष्मीय ऊर्जा द्वारा उत्पन्न इलेक्ट्रॉन एवं विवर (holes) की संख्या बराबर होती है क्योंकि एक इलेक्ट्रॉन मुक्त होने पर एक विवर उत्पन्न होता है। यह क्रिया **इलेक्ट्रॉन-विवर 'युग्म उत्पादन' (electron-hole pair generation)** कहलाती है।

ये मुक्त इलेक्ट्रॉन अर्द्धचालक में इधर-उधर (randomly) सरकते रहते हैं तथा विवर मिलने पर आकर्षित हो जाते हैं। ऐसा होने पर विवर (hole) लुप्त हो जाता है तथा स्वतन्त्र इलेक्ट्रॉन फिर से बन्ध बना लेते हैं। स्वतन्त्र इलेक्ट्रॉन के विवर में जाकर लुप्त होने की क्रिया **पुनर्संयोग (recombination)** कहलाती है।

कोटर (h) एक आभासी मुक्त धन आवेशित (+e) कण माना जाता है। इलेक्ट्रॉन को संकेत (e) या (•) या (–) से तथा कोटर को 'h' या 0 या + द्वारा व्यक्त किया जाता है।

§ 6.13 अर्द्धचालकों के प्रकार (Types of Semiconductor)

अर्द्धचालक दो प्रकार के होते हैं—

(1) निज अर्द्धचालक (Intrinsic Semiconductor)

(2) बाह्य अर्द्धचालक (Extrinsic Semiconductor)।

§ 6.14 निज अर्द्धचालक (Intrinsic Semiconductor)

एक शुद्ध अर्द्धचालक जिसमें कोई अपद्रव्य न मिला हो 'निज अर्द्धचालक' कहलाता है। इस प्रकार शुद्ध जर्मेनियम (Ge) तथा सिलिकॉन (Si) अपनी प्राकृतिक अवस्था में निज अर्द्धचालक हैं। इसे शुद्ध अर्द्धचालक अथवा प्राकृतिक अर्द्धचालक भी कहते हैं।

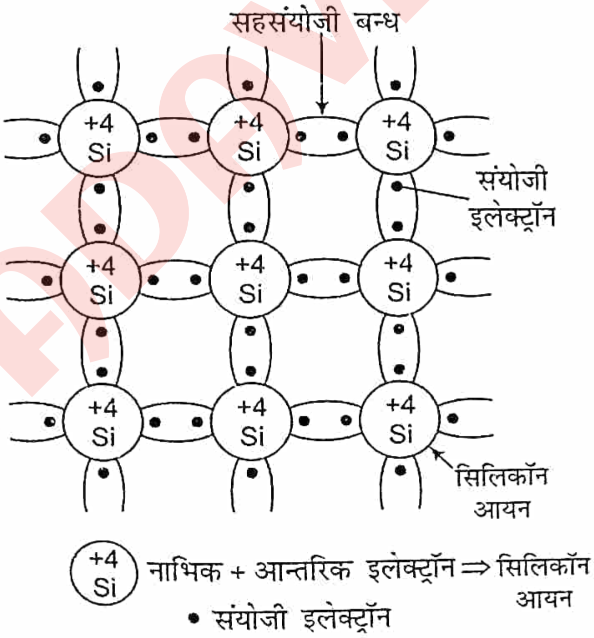
"A pure semiconductor without any impurity is called an Intrinsic Semiconductor."

निज अर्द्धचालकों में वैद्युत चालन (Electric Conduction in Intrinsic Semiconductors)—दो शुद्ध अर्द्धचालक जर्मेनियम तथा सिलिकॉन हैं। इनमें प्रत्येक की संयोजकता (valency) 4 है। जर्मेनियम तथा सिलिकॉन का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास निम्न है—

$$Ge\ (32) = 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^{10}, 4s^2 4p^2$$

$$Si\ (14) = 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^2$$

यह माना जा सकता है कि Ge अथवा Si के प्रत्येक परमाणु में 4 संयोजक इलेक्ट्रॉन, एक आन्तरिक क्रोड (नाभिक + दृढ़ता से बद्ध आन्तरिक इलेक्ट्रॉन) के चारों ओर हैं तथा क्रोड पर +4e आवेश है। Ge अथवा Si क्रिस्टल में ये परमाणु एक क्रमित व्यूह (ordered array) में इस प्रकार व्यवस्थित होते हैं कि प्रत्येक परमाणु एक सम चतुष्फलक के किसी कोने पर स्थित होता है, चित्र 6.13। परमाणु के चारों ओर संयोजक इलेक्ट्रॉन चार सबसे निकट वाले परमाणुओं में से प्रत्येक के एक-एक इलेक्ट्रॉन के साथ साझा (shared) होकर सह संयोजक बन्धों (covalent bonds) की संरचना करते हैं। ये बन्ध ही निकटवर्ती परमाणुओं के बीच बन्धन बल (binding force) प्रदान करते हैं।



चित्र 6.13

चित्र 6.14 (a) तथा (b) के अनुसार, परम शून्य ताप के समीप, तापों पर शुद्ध सिलिकॉन अथवा जर्मेनियम के परमाणुओं में सभी संयोजक इलेक्ट्रॉन क्रोड के साथ दृढ़ता से बद्ध होते हैं, अत: वैद्युत चालन के लिए मुक्त इलेक्ट्रॉन उपलब्ध नहीं होते हैं परन्तु सामान्य तापों पर कुछ सहसंयोजक बन्ध ऊष्मीय विक्षोभ (thermal agitation) के कारण टूट जाते हैं जिससे कि कुछ संयोजक इलेक्ट्रॉन मुक्त हो जाते हैं। जब कोई इलेक्ट्रॉन सहसंयोजक बन्ध से अलग होता है तो इलेक्ट्रॉन VB से CB में चला जाता है। बन्ध में उत्पन्न इलेक्ट्रॉन के रिक्त स्थान को **कोटर** (hole) कहते हैं।

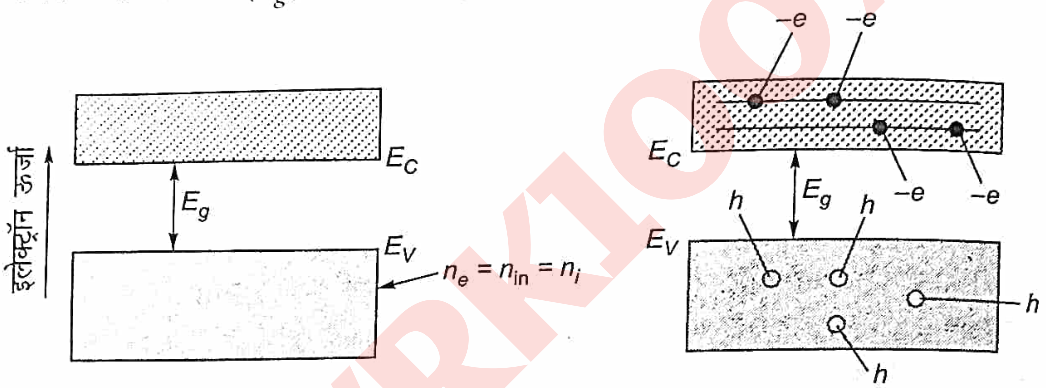
क्रिस्टल का ताप बढ़ने पर, अधिक बन्ध टूटने लगते हैं तथा मुक्त इलेक्ट्रॉनों व कोटरों की संख्या बढ़ने लगती है जिससे **क्रिस्टल की चालकता बढ़ने लगती है तथा ताप वृद्धि के साथ-साथ अर्द्धचालकों की प्रतिरोधकता तेजी से घटती जाती है।**

साधारण ताप पर जर्मेनियम के 10^9 परमाणुओं में केवल एक सहसंयोजक बन्ध टूटता है। अत: निज अर्द्धचालकों की चालकता बहुत कम होती है जिससे उनका कोई व्यावहारिक उपयोग नहीं किया जा सकता है।

निज अर्द्धचालक में जितने इलेक्ट्रॉन चालन बैण्ड (CB) में होते हैं उतने ही कोटर संयोजी बैण्ड (VB) में होते हैं। इलेक्ट्रॉनों की संख्या—

(i) निज अर्द्धचालकों के ताप वृद्धि पर बढ़ती है।

(ii) वर्जित ऊर्जा अन्तराल (E_g) के बढ़ने से n_i ($n_i = n$ intrinsic) की संख्या घटती है।



$T \approx 0$ K पर, अचालक की भाँति व्यवहार (a)

$T >> 0$ K पर, सुचालक की भाँति व्यवहार (b)

चित्र 6.14

जब किसी निज अर्द्धचालक के सिरों के बीच कोई वैद्युत विभवान्तर स्थापित किया जाता है, तो अर्द्धचालक के अन्दर एक वैद्युत क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है। इसके कारण अर्द्धचालक में मुक्त इलेक्ट्रॉन इस वैद्युत क्षेत्र की दिशा की विपरीत दिशा में तथा कोटर वैद्युत क्षेत्र की दिशा में गति करते हैं। इस प्रकार मुक्त इलेक्ट्रॉन (CB) तथा कोटर (VB) में परस्पर विपरीत दिशाओं में गति करके अर्द्धचालक में वैद्युत धारा का गठन करते हैं। अत: निज अर्द्धचालक में प्रवाहित कुल धारा,

$$i = i_e + i_h \quad \text{... (2)}$$

§ 6.15 बाह्य अर्द्धचालक (Extrinsic Semiconductor)

निज (शुद्ध) अर्द्धचालकों की वैद्युत चालकता अतिअल्प होती है। परन्तु यदि किसी ऐसे पदार्थ की बहुत थोड़ी-सी मात्रा को, जिसकी संयोजकता 5 अथवा 3 हो, शुद्ध जर्मेनियम अथवा सिलिकॉन क्रिस्टल में अपद्रव्य (impurity) के रूप में मिश्रित कर दें तो क्रिस्टल की चालकता काफी बढ़ जाती है। इस क्रिया को **'अपमिश्रण'** (doping)* कहते हैं। उदाहरणार्थ, 10^8 जर्मेनियम परमाणुओं में 1 अपद्रव्य परमाणु मिश्रित कर देने पर जर्मेनियम की चालकता 16 गुना तक बढ़ जाती है। ऐसे अशुद्ध अर्द्धचालकों को **बाह्य** अथवा **अपद्रव्य** (impurity) अथवा **अपमिश्रित** (doped) अथवा **कृत्रिम** (artificial) **अर्द्धचालक** कहते हैं।

बाह्य अर्द्धचालक दो प्रकार के होते हैं—

(1) n-टाइप अर्द्धचालक

(2) p-टाइप अर्द्धचालक

* अपमिश्रण (Doping) करने की विधि यह है कि शुद्ध जर्मेनियम अथवा सिलिकॉन को उसके गलनांक (melting point) से अधिक ताप तक गर्म करने के पश्चात् उसमें अशुद्धि (आर्सेनिक या ऐल्यूमिनियम) की थोड़ी मात्रा (यह मात्रा जर्मेनियम अथवा सिलिकॉन की मात्रा का लगभग 10^{-4} प्रतिशत होती है) मिला दी जाती है। प्राप्त पदार्थ का शीतलन (cooling) करने से एक ठोस क्रिस्टल pn अर्द्धचालक प्राप्त होता है। pn अर्द्धचालक बनाने की एक विधि "alloying" भी है।

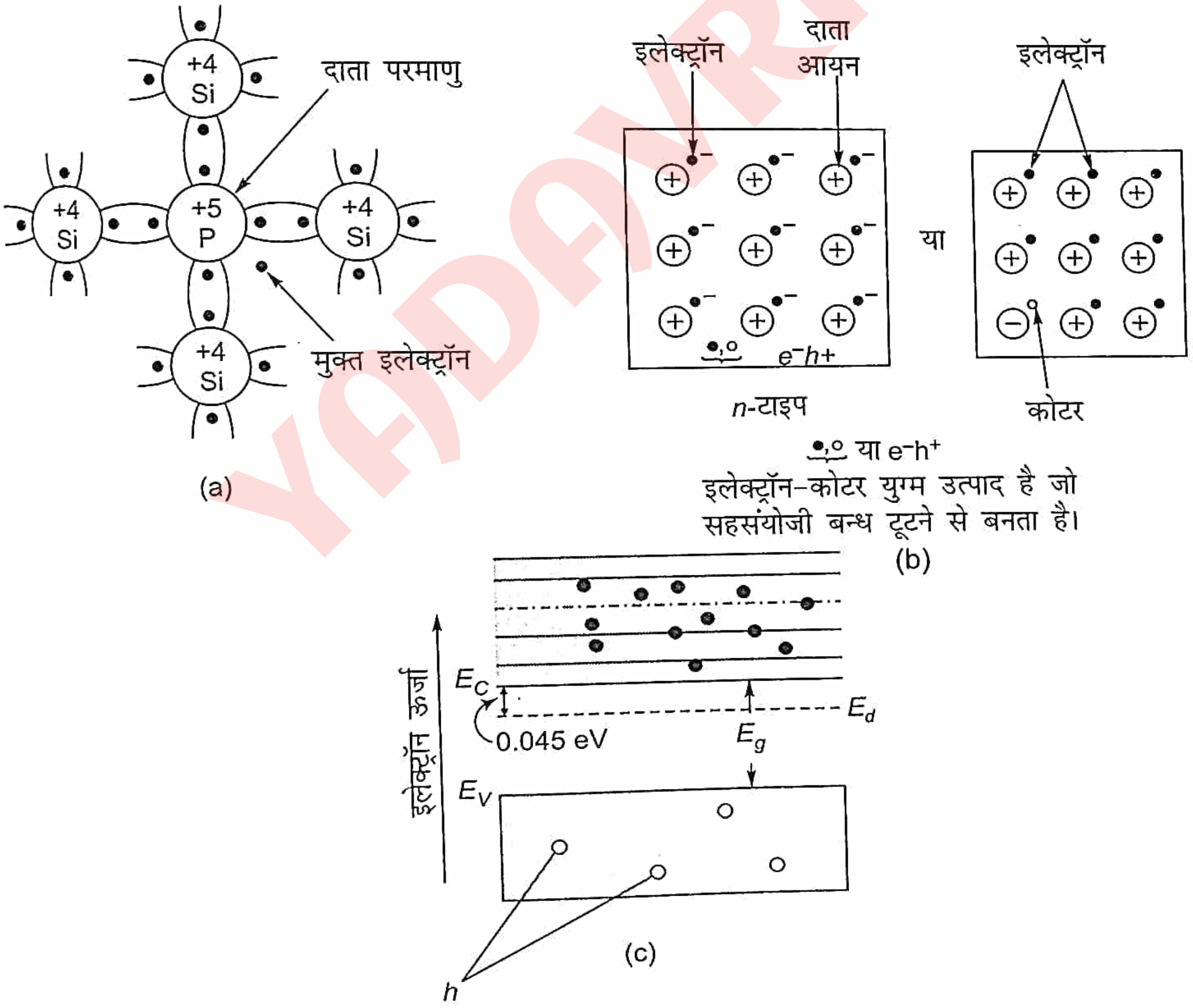
YADAVRK100%

6.15.1 *n*-टाइप अर्द्धचालक (*n*-type Semiconductor)

जब किसी जर्मेनियम अथवा सिलिकॉन में पाँच संयोजी (pentavalent) अपद्रव्य परमाणु [जैसे आर्सेनिक (As), ऐन्टिमनी (Sb) अथवा फास्फोरस (P)] मिलाया जाता है तो अपद्रव्य का एक परमाणु सिलिकॉन के एक परमाणु को हटाकर उसका स्थान ग्रहण कर लेता है। अपद्रव्य परमाणु के पाँच संयोजक इलेक्ट्रॉनों में से चार इलेक्ट्रॉन अपने चारों ओर स्थित सिलिकॉन के चार परमाणुओं के एक-एक संयोजक इलेक्ट्रॉन के साथ सहसंयोजक बन्ध बना लेते हैं तथा पाँचवाँ संयोजक इलेक्ट्रॉन क्रिस्टल में चलने के लिए मुक्त रह जाता है, चित्र 6.15 (a)। यह इलेक्ट्रॉन आवेश वाहक का कार्य करता है। इस प्रकार शुद्ध सिलिकॉन में अपद्रव्य मिलाने से मुक्त इलेक्ट्रॉनों की संख्या बढ़ जाती है। अत: क्रिस्टल की चालकता बढ़ जाती है। इस प्रकार के अशुद्ध सिलिकॉन क्रिस्टल को N-टाइप अर्द्धचालक कहते हैं क्योंकि इसमें आवेश वाहक (मुक्त इलेक्ट्रॉन) ऋणात्मक होते हैं। अपद्रव्य परमाणुओं को दाता (donor) परमाणु कहते हैं क्योंकि ये क्रिस्टल को चालक इलेक्ट्रॉन प्रदान करते हैं।

n-टाइप अर्द्धचालक में बहुसंख्यक आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन तथा अल्पसंख्यक आवेश वाहक कोटर (holes) होते हैं, $n_e >> n_h$ चित्र 6.15 (b)। सम्पूर्ण क्रिस्टल विद्युतिक उदासीन होता है।

इनमें दाता परमाणु द्वारा दान किये गये इलेक्ट्रॉनों का ऊर्जा-स्तर चालन बैण्ड के समीप तथा संयोजी बैण्ड से दूर होता है। चित्र 6.15 (c) में इसे E_d से प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 6.15

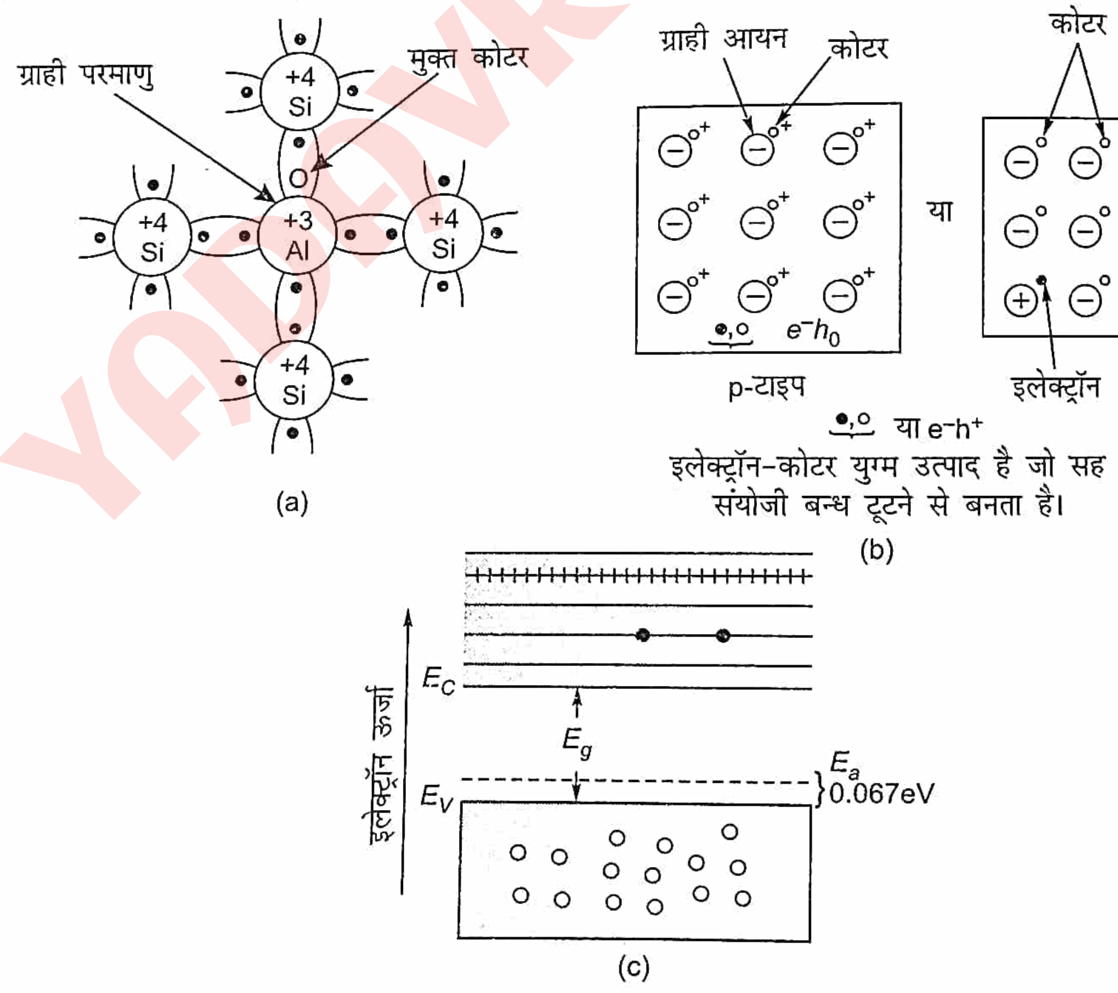
YADAVRK100%

जर्मेनियम के लिए $E_c - E_d \approx 0{\cdot}01\,\text{eV}$ होता है तथा सिलिकॉन के लिए $0{\cdot}045$ eV होता है। अत: कमरे के ताप पर ही इलेक्ट्रॉन दाता स्तर से चालन बैण्ड में चले जाते हैं तथा चालकता बढ़ जाती है।

6.15.2. *p*-टाइप अर्द्धचालक (*p*-type Semiconductor)

यदि जर्मेनियम अथवा सिलिकॉन क्रिस्टल में तीन संयोजकता (trivalent) वाले किसी अपद्रव्य परमाणु जैसे—ऐल्यूमिनियम (Al), बोरॉन (B), गैलियम (Ga) अथवा इन्डियम (I) को मिलाया जाये तो यह भी एक सिलिकॉन परमाणु का स्थान ग्रहण कर लेता है। इसके तीन संयोजक इलेक्ट्रॉन तीन निकटतम सिलिकॉन परमाणुओं के एक-एक संयोजक इलेक्ट्रॉन के साथ मिलकर सहसंयोजक बन्ध बना लेते हैं तथा सिलिकॉन का एक संयोजक इलेक्ट्रॉन बन्ध नहीं बना पाता है। अत: क्रिस्टल में अपद्रव्य परमाणु के एक ओर रिक्त स्थान रह जाता है जिसे 'कोटर' (hole) कहते हैं (चित्र 6.16 (a))। वैद्युत क्षेत्र लगाने पर इस कोटर में निकट के सिलिकॉन परमाणु से एक बन्धक इलेक्ट्रॉन आ जाता है जिससे निकटवर्ती परमाणु में एक स्थान रिक्त होकर कोटर बन जाता है। इस प्रकार कोटर क्रिस्टल के भीतर एक स्थान से दूसरे स्थान पर इलेक्ट्रॉन के चलने की दिशा के विपरीत अर्थात् वैद्युत क्षेत्र की दिशा में चलने लगता है। स्पष्ट है कि कोटर एक धन-आवेशित कण के तुल्य है। इस प्रकार के अपद्रव्य मिले सिलिकॉन क्रिस्टल को *P*-टाइप अर्द्धचालक कहते हैं क्योंकि आवेश वाहक (कोटर) धनात्मक (positive) होते हैं। अपद्रव्य परमाणुओं को 'ग्राही' (acceptor) परमाणु कहते हैं क्योंकि ये परमाणु धनात्मक कोटर बनाने की प्रक्रिया में शुद्ध अर्द्धचालक से इलेक्ट्रॉनों को ग्रहण करते हैं।

p-टाइप अर्द्धचालक क्रिस्टल में बहुसंख्यक आवेश कोटर होते हैं तथा इतनी ही संख्या में 'स्थिर' ऋणात्मक ग्राही आयन (acceptor ions) होते हैं (चित्र 6.16 (b))। **परन्तु *p*-टाइप अर्द्धचालकों में इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता (mobility), *n*-टाइप अर्द्धचालकों में इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता की तुलना में कम होती है।**



चित्र 6.16

इसमें बहुसंख्यक आवेश वाहक कोटर होते हैं तथा अल्पसंख्यक आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं तथा स्थिर ग्राही ऋणात्मक आयन होते हैं। सम्पूर्ण क्रिस्टल विद्युतिक उदासीन होता है।

गर्म करने पर सहसंयोजी बैण्ड से कुछ इलेक्ट्रॉन (n_e) चालन बैण्ड में पहुँचते हैं तथा अधिकतर इलेक्ट्रॉन ग्राही स्तर में पहुँचते हैं। इन दोनों के कारण उत्पन्न संयोजी बैण्ड में कोटरों के कारण ही मुख्यत: इनकी चालकता होती है।

यहाँ n_h (VB में) >> n_e(CB) में होता है लेकिन कोटरों की गतिशीलता (μ_h) इलेक्ट्रॉनों की गतिशीलता (μ_n) से कम होती है। इसमें ग्राही परमाणु के कोटर का ऊर्जा-स्तर संयोजी बैण्ड के समीप तथा चालन बैण्ड से दूर होता है। चित्र 6.16 (c) में दर्शाये गये ग्राही स्तर (acceptor level) E_a तथा संयोजी बैण्ड के बीच ऊर्जा-अन्तर $E_a - E_v \approx 0{\cdot}01$ से $0{\cdot}08$ eV तक होता है। अत: कमरे के ताप पर ही कुछ संयोजी बैण्ड के इलेक्ट्रॉन ग्राही स्तर में पहुँच जाते हैं जिससे संयोजी बैण्ड में कोटर उत्पन्न हो जाते हैं तथा चालकता बढ़ जाती है।

§ 6.16 *n*-टाइप तथा *p*-टाइप के अर्द्धचालकों में अन्तर (Difference between *n*-type and *p*-type semiconductors)

क्रमांक	n–टाइप अर्द्धचालक	p–टाइप अर्द्धचालक
(i)	इसमें पंच-संयोजी परमाणु जैसे—P, As, Sb, Bi अशुद्धि के रूप में मिलाये जाते हैं।	इसमें त्रिसंयोजी परमाणु जैसे—B, Al, Ga, In अशुद्धि के रूप में मिलाये जाते हैं।
(ii)	इसकी संरचना (चित्र 6.15 (a)) में प्रदर्शित है।	इसकी संरचना (चित्र 6.16 (a)) में प्रदर्शित है।
(iii)	अपद्रव्य का प्रत्येक परमाणु अर्द्धचालक पदार्थ को एक इलेक्ट्रॉन का दान करता है। इसलिए अपद्रव्य परमाणु को दाता परमाणु कहते हैं।	अपद्रव्य का प्रत्येक परमाणु अर्द्धचालक पदार्थ से एक इलेक्ट्रॉन को ग्रहण करता है। इसलिए अपद्रव्य परमाणु को ग्राही परमाणु कहते हैं।
(iv)	इनमें बहुसंख्यक धारावाहक (आवेश वाहक) इलेक्ट्रॉन तथा अल्पसंख्यक धारावाहक कोटर होते हैं। (अर्थात् इलेक्ट्रॉनों का घनत्व कोटरों के घनत्व से अत्यधिक होता है, $n_n >> n_p$)	इनमें बहुसंख्यक धारावाहक कोटर तथा अल्पसंख्यक धारा वाहक इलेक्ट्रॉन होते हैं। (अर्थात् $n_p >> n_n$)
(v)	इनमें बहुसंख्यक आवेश वाहक ऋणात्मक (इलेक्ट्रॉन) होते हैं। अत: ये n-प्रकार के अर्द्धचालक कहलाते हैं।	इनमें बहुसंख्यक आवेश वाहक धनात्मक (कोटर) होते हैं। अत: ये p-प्रकार के अर्द्धचालक कहलाते हैं।
(vi)	इनमें दाता ऊर्जा स्तर चालन बैण्ड के समीप तथा संयोजी बैण्ड से दूर स्थित होता है, जैसा (चित्र 6.15 (c)) में प्रदर्शित है।	इनमें ग्राही ऊर्जा स्तर संयोजी बैण्ड के समीप तथा चालन बैण्ड से दूर स्थित होता है, जैसा (चित्र 6.16 (c)) में प्रदर्शित है।
(vii)	धारा घनत्व $J_n = n_e e V_e$	धारा घनत्व $J_p = n_h e V_h$
(viii)	वैद्युत चालकता $\sigma_n = n_e e \mu_e$, जहाँ पर $n_e = N_d$ प्रति घन मीटर दाता परमाणुओं की संख्या।	वैद्युत चालकता $\sigma_p = n_h e \mu_h$, जहाँ पर $n_h = N_a$ प्रति मीटर^3 ग्राही परमाणुओं की संख्या।
(ix)	फर्मी ऊर्जा-स्तर चालन ऊर्जा बैण्ड के समीप होता है (अर्थात् फर्मी ऊर्जा-स्तर अशुद्धि ऊर्जा-स्तर तथा चालन बैण्ड के मध्य होता है।)	फर्मी ऊर्जा-स्तर संयोजी ऊर्जा बैण्ड के समीप होता है (अर्थात् यह ऊर्जा-स्तर तथा संयोजी बैण्ड के मध्य होता है।)

YADAVRK100%

§ 6.17 आवेश वाहक एवं डोपिंग (Charge Carrier and Doping)

अपमिश्रण (Doping) से प्राप्त n-टाइप तथा p-टाइप अर्द्धचालकों की चालकता अत्यधिक होती है। अपमिश्रण के प्रक्रिया का प्रयोग करके pn सन्धि डायोड अथवा ट्रांजिस्टर का निर्माण किया जाता है। प्राप्त डायोड अथवा ट्रांजिस्टर अपने विभिन्न गुणों के कारण विभिन्न इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में प्रयोग किया जाता है।

§ 6.18 बहुसंख्यक वाहक (Majority Carriers) तथा अल्पसंख्यक वाहक (Minority Carriers)

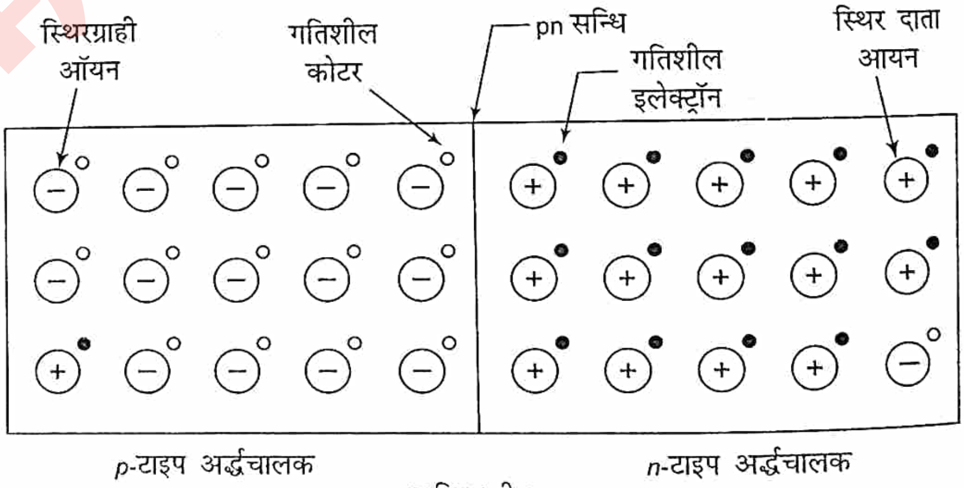
n-टाइप अर्द्धचालकों में इलेक्ट्रॉन तथा p-टाइप अर्द्धचालक में कोटर, जोकि अर्द्धचालक में क्रमशः पाँच संयोजी तथा त्रिसंयोजी अपद्रव्य परमाणुओं को मिश्रित करने से प्राप्त होते हैं, अपने-अपने अर्द्धचालक में आवेश वाहकों का कार्य करते हैं।

अपद्रव्य मिश्रण के कारण प्राप्त बहुसंख्यक वाहकों (n-टाइप अर्द्धचालक में इलेक्ट्रॉन तथा p-टाइप अर्द्धचालक में कोटर) के अतिरिक्त, p-टाइप तथा n-टाइप दोनों अर्द्धचालकों के भीतर ऊष्मीय विक्षोभ से उत्पन्न कुछ इलेक्ट्रॉन व कोटर उपस्थित होते हैं। ये सामान्य ताप पर कुछ सहसंयोजक बन्धों के टूटने से उत्पन्न होते हैं। p-टाइप क्रिस्टल में उपस्थित अल्प इलेक्ट्रॉनों को तथा n-टाइप क्रिस्टल में उपस्थित अल्प कोटरों को 'अल्पसंख्यक वाहक' (minority carriers) कहते हैं।

§ 6.19 *pn* सन्धि डायोड (*pn* Junction Diode)

जब एक p-प्रकार के अर्द्धचालक को एक n-प्रकार के अर्द्धचालक के साथ जोड़ा जाता है तो उसके मध्य की स्पर्श सतह को pn सन्धि कहते हैं। इस pn सन्धि को प्रायः **अर्द्धचालक डायोड** (semiconductor diode) या ***pn* सन्धि डायोड** कहते हैं।

p-टाइप एवं n-टाइप अर्द्धचालकों को परस्पर चिपकाकर रखने से pn सन्धि का निर्माण नहीं होता है और न ही यह संयुक्त युक्ति pn सन्धि (डायोड) के अभिलक्षण या गुण (characteristics or properties) रखती हैं। वास्तव में pn सन्धि के निर्माण के लिए एक शुद्ध अर्द्धचालक (सिलिकॉन अथवा जर्मेनियम) क्रिस्टल के एक आधे भाग में, कुछ मात्रा में त्रि-संयोजकता (trivalent) बाहरी कक्षा में 3 इलेक्ट्रॉन वाले तत्त्व जैसे—इण्डियम इत्यादि को अशुद्धि के रूप में तथा क्रिस्टल के दूसरे आधे भाग में, कुछ मात्रा में पाँच संयोजकता (pentavalent) वाले तत्त्व जैसे—आर्सेनिक इत्यादि को डोपिंग (doping process) विधि द्वारा मिलाते हैं। इस प्रकार अर्द्धचालक में pn सन्धि निर्मित हो जाती है जिसके एक तरफ p-टाइप अर्द्धचालक तथा दूसरी तरफ n-टाइप अर्द्धचालक बन जाता है। (चित्र 6.17)।



pn सन्धि की रचना

चित्र 6.17

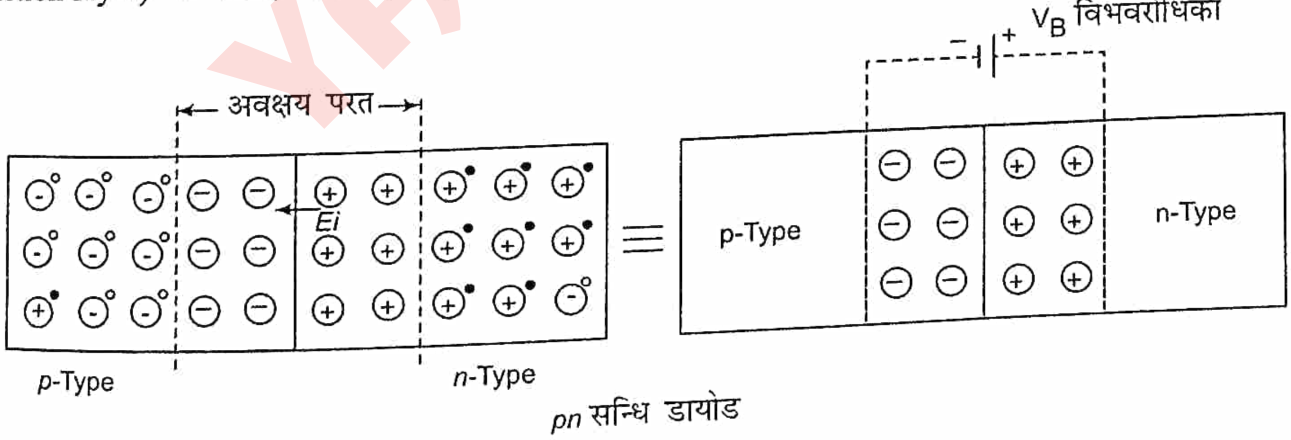
YADAVRK100%

p-टाइप एवं n-टाइप अर्द्धचालकों में ऊष्मीय ऊर्जा के कारण बन्ध टूटने से स्वतन्त्र इलेक्ट्रॉन एवं विवर (holes) उत्पन्न हो जाते हैं जोकि अल्पसंख्यक आवेश वाहक कहलाते हैं। अतः n-टाइप में इलेक्ट्रॉनों (अशुद्धि एवं ताप द्वारा उत्पन्न) की संख्या अधिक होती है, जबकि p-टाइप में इलेक्ट्रॉनों (ताप द्वारा उत्पन्न) की संख्या कम होती है। इसी प्रकार, विवरों की संख्या p-टाइप में अधिक तथा n-टाइप में कम होती है, अर्थात् सन्धि के दोनों ओर एक ही प्रकार के आवेश वाहकों (charge carriers-electrons or holes) का घनत्व समान नहीं होता है तथा आवेश वाहकों की पूर्ण क्रिस्टल (p-टाइप + n-टाइप) में सामान्य रूप से विसरित (diffuse) होने की प्रवृत्ति (tendency) होती है, अतः सन्धि पर आवेश वाहकों के विसरण (diffusion) की क्रिया होती है जिसके कारण p-टाइप अर्द्धचालक के विवर, n-टाइप अर्द्धचालक में तथा n-टाइप अर्द्धचालक के इलेक्ट्रॉन, p-टाइप अर्द्धचालक में विसरित हो जाते हैं तथा ये विसरित आवेश वाहक (diffused charge carriers) सन्धि के पास में उपस्थित विपरीत आवेशों से संयोग करके उदासीन हो जाते हैं।

§ 6.20 अवक्षय परत तथा विभव रोधिका (Depletion Layer and Potential Barrier)

pn सन्धि निर्माण के प्रारम्भिक अवस्था में एक अर्द्धचालक क्रिस्टल के आधे भाग में ग्राही अशुद्धि (Accpetor Impurity) तथा दूसरे आधे भाग में दाता (donor) अशुद्धि मिलाते ही, p-टाइप एवं n-टाइप क्रिस्टलों के निर्माण के साथ ही उनके मध्य उत्पन्न सन्धि के दोनों ओर विद्युतीय उदासीन (neutral) क्षेत्र (p-टाइप एवं n-टाइप दोनों में) होने के कारण, सन्धि पर आवेश वाहकों का विसरण (diffusion) सरलता से होता है। n-भाग से p-भाग में विसरित (diffuse) इलेक्ट्रॉनों को सन्धि के पास ही विवर (holes) प्राप्त हो जाने से वे परस्पर पुनः संयोग (recombination) करके उदासीन (neutral) हो जाते हैं। इस प्रकार p-भाग में सधि के पास जितने विवर उदासीन होते हैं उतने ही ऋणात्मक ध्रुवता (negative polarity) युक्त स्थिर (immovable) ग्राही आयनों के पास विवर न होने से सक्रिय (active) हो जाते हैं। इसी प्रकार n-भाग में सन्धि के पास धनात्मक ध्रुवता युक्त स्थिर दाता आयन (donor ions) सक्रिय हो जाते हैं।

अतः सन्धि पर एक वि० वा० बल (Electromotive Force, e.m.f.) V_B कार्य करने लगता है, जिसका धनात्मक सिरा n-भाग तथा ऋणात्मक सिरा p-भाग के द्वारा संयोजित (connect) माना जाता है जिसके कारण सन्धि पर एक आन्तरिक विद्युत क्षेत्र (E_i) उत्पन्न हो जाता है, चित्र 6.18। यह वि० वा० बल इलेक्ट्रॉनों एवं विवरों को सन्धि पार करने में प्रतिकर्षण बल (repulsive force) द्वारा रोकता है क्योंकि V_B की धनात्मक ध्रुवता p-भाग के विवरों को तथा ऋणात्मक ध्रुवता n-भाग के इलेक्ट्रॉनों को प्रतिकर्षित करती है। धीरे-धीरे बढ़ते हुए इस वि० वा० बल का मान इतना हो जाता है कि उससे उत्पन्न प्रतिकर्षण के कारण, इलेक्ट्रॉन एवं कोटरों का विसरण (diffusion : सन्धि पार करना) पूर्ण रूप से रुक जाता है, जिससे अवक्षय परत (depletion layer) की मोटाई और नहीं बढ़ पाती है। अवक्षय परत की मोटाई लगभग 10^{-4}cm होती है।



चित्र 6.18

अवक्षय का अर्थ है कि—वह स्थान जहाँ पर चल आवेश वाहक (mobile charge carriers) नहीं है। चूँकि pn सन्धि के पास इलेक्ट्रॉनों एवं विवरों के संयोग से एक आवेश रहित परत का निर्माण होता है, इसलिए इसे अवक्षय परत (Depletion Layer) कहते हैं तथा चूँकि इस परत में केवल स्थिर (immobile) आवेश युक्त आयन ही होते हैं, जो कि सन्धि पर वि० वा०

बल (V_B) उत्पन्न करते है, इसलिये अवक्षय परत (Depletion Layer) को स्पेस चार्ज परत या क्षेत्र (Space-Charge Layer or Region) कहते हैं तथा इस परत को रोधिका (Barrier) भी कहते हैं।

चूँकि pn सन्धि के बैरियर पर उपस्थित वि० वा० बल (V_B) आवेश वाहकों को बैरियर पार करने से रोकता है, इसलिए बैरियर को प्राय: विभव रोधिका या विभव प्राचीर (potential barrier) या सम्पर्क विभव (contact potential) कहते हैं।

साधारण ताप पर विभव रोधिका का मान सिलिकॉन pn सन्धि के लिए लगभग 0·7 वोल्ट तथा जर्मेनियम pn सन्धि के लिए 0·3 वोल्ट होता है।

§ 6.21 *pn* सन्धि में अनुगमन एवं विसरण धाराएँ (Drift and diffusion Currents in a *pn* Junction)

एक अर्द्धचालक पदार्थ में आवेश वाहकों (charge carriers) इलेक्ट्रॉनों एवं कोटरों के चलने के कारण प्रवाहित होने वाली धाराएँ निम्न दो प्रकार की होती हैं—

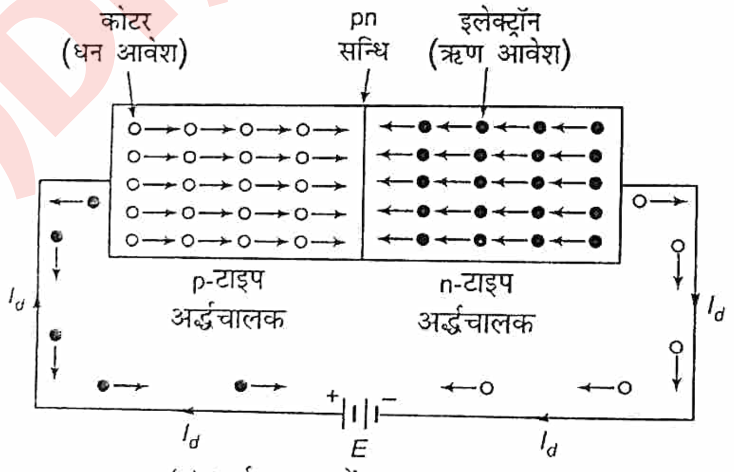
(i) अनुगमन धारा (Drift Current) (ii) विसरण धारा (Diffusion Current)

तथा pn सन्धि से होकर बहने वाली धारा, इन दो धाराओं का योग होती है।

6.21.1 अनुगमन धारा (Drift Current)

अर्द्धचालक में बाह्य विभव (voltage) प्रयुक्त करने से आवेश वाहक प्रवाहित होते हैं जिसके परिणामस्वरूप धारा प्रवाहित होती है, इसे अनुगमन धारा कहते हैं।

बाह्य वि० वा० बल के कारण, आवेश वाहक एक निश्चित वेग से प्रवाह (flow) करते हैं जिसे अनुगमन वेग (drift velocity) कहते हैं, इसका मान आवेश वाहकों की गतिशीलता (Mobility of charge carriers "μ" $cm^2/V/s$) तथा प्रयुक्त विद्युत क्षेत्र की तीव्रता 'E' का गुणनफल होता है। इलेक्ट्रॉनों का बहाव बैटरी के धनात्मक टर्मिनल की ओर तथा विवरों (holes) का बहाव बैटरी के ऋणात्मक टर्मिनल की ओर होता है, (चित्र 6.19) इन आवेश वाहकों के बहाव के संयुक्त प्रभाव से एक धारा उत्पन्न होती है जिसे अनुगमन धारा कहते हैं।



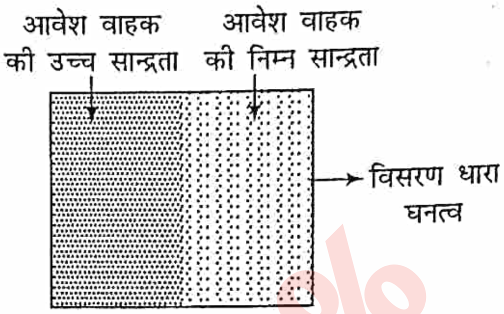
(a) अर्द्धचालक में अनुगमन धारा (I_d)

चित्र 6.19

6.21.2 विसरण धारा (Diffusion Current)

अर्द्धचालक में विभिन्न स्थानों पर, एक ही प्रकार के आवेश वाहकों (charge carriers) के असमान घनत्व (concentration gradient) के कारण, बिना बाह्य वि० वा० बल स्रोत प्रयुक्त किए भी अर्द्धचालक में धारा प्रवाहित होती है जिसे विसरण धारा कहते हैं (चित्र 6.20)। अर्द्धचालक पदार्थ में एक ही प्रकार के आवेश वाहकों, जैसे—Electrons or

Holes की संख्या एक क्षेत्र में अधिक तथा दूसरे क्षेत्र में कम होती है, जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है तथा आवेश वाहकों की यह प्रवृत्ति होती है कि वे उच्च घनत्व से कम घनत्व की तरफ प्रवाह (move) करते हैं जिससे पूर्ण अर्द्धचालक में उन आवेश वाहकों का समान रूप से फैलाव (diffusion) हो जाए। इस प्रकार आवेश वाहकों के चलने के परिणामस्वरूप अर्द्धचालक में एक धारा प्रवाहित होती है, जिसे विसरण धारा कहते हैं। इस धारा का मान, अर्द्धचालक के प्रकार (सिलिकॉन या जर्मेनियम), आवेश वाहकों के प्रकार (इलेक्ट्रॉन या विवर) तथा उनके घनत्व अन्तर पर आधारित होता है। आवेश वाहकों का विसरण pn सन्धि के निकट अधिक होता है।



चित्र 6.20

6.21.3 अर्द्धचालक में कुल धारा (Total Current in a Semiconductor)

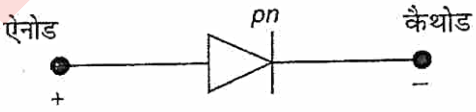
pn सन्धि से होकर बहने वाली कुल धारा, अनुगमन धारा (I_d) तथा विसरण धारा (I_{d_i}) का योग होती है।

अर्थात् $$I = I_d + I_{d_i}$$

§ 6.22 pn सन्धि डायोड का परिपथ प्रतीक (Circuit Symbol of p-n junction Diode)

इलेक्ट्रॉनिक परिपथों में अर्द्धचालक युक्तियाँ प्रतीकों द्वारा निरूपित की जाती हैं। pn सन्धि डायोड का प्रतीक चिन्ह (चित्र 6.21) में दर्शाया गया है।

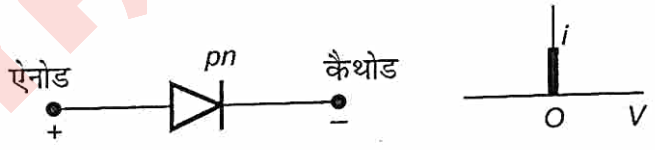
इसमें बाणाग्र (arrow-head) p-क्षेत्र को तथा पट्टी (bar) n-क्षेत्र को निरूपित करती है। बाण की दिशा, जो p से n की ओर है, अग्र अभिनति सन्धि में धारा (conventional current) के प्रवाह की दिशा को प्रदर्शित करती हैं। p-पार्श्व को एनोड (anode) तथा n-पार्श्व को कैथोड कहते हैं। इसके तीन प्रतिरूप हैं—



चित्र 6.21

6.22.1 pn सन्धि डायोड का प्रतिरूप (Model of pn juction Diode)

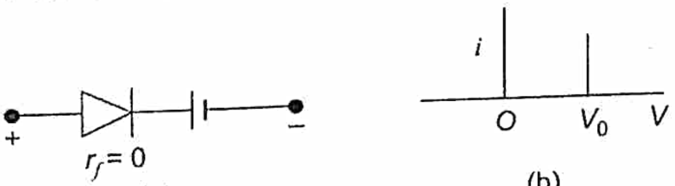
(i) **आदर्श प्रतिरूप** (Ideal Model)—इसमें $r_f = 0$ माना जाता है तथा विभव प्राचीर (potential barrier) $V_0 \approx 0$ होता है (चित्र 6.22 (a) तथा (b)) ।



(a) (b)

चित्र 6.22

(ii) **सरल तुल्य परिपथ** (Simplified equivalent circuit) **या सरल प्रतिरूप** (Simplified model)—इसमें $r_f = 0$ माना जाता है लेकिन $V_0 \neq 0$ बल्कि Ge के लिए 0·3 V तथा Si के लिए 0·7 V होता है। (चित्र 6.23 (a) तथा (b))।

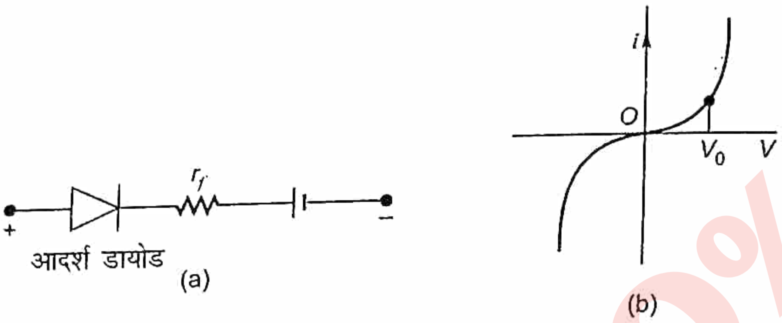


(a) (b)

चित्र 6.23

YADAVRK100%

(iii) सन्निकट प्रतिरूप (Approximate Model)—इसमें $r_f \neq 0$ तथा $V \neq 0$ माना जाता है। इसका तुल्य परिपथ चित्र 6.24 (a) तथा (b) में दर्शाया गया है।



चित्र 6.24

§ 6.23 *pn* सन्धि डायोड अभिलक्षण (*pn* Junction Diode Characteristics)

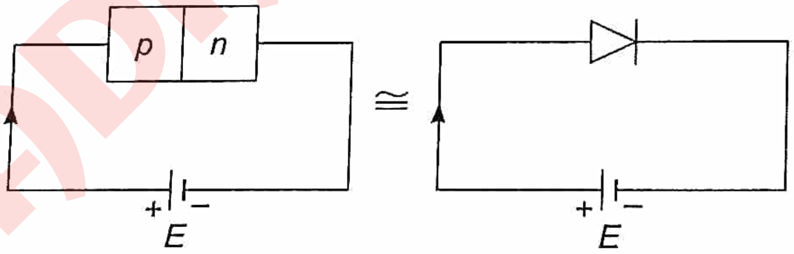
DC शक्ति स्रोत को *pn* सन्धि पर, दो प्रकार से संयुक्त किया जा सकता है, जिसे *pn* सन्धि की अभिनति (biasing) कहते हैं।

(i) अग्र अभिनति (Forward Bias)

(ii) उत्क्रम अभिनति (Reverse Bias)

6.23.1. अग्र अभिनति (Forward Biasing)

इस अभिनति में, बैटरी के धनात्मक टर्मिनल से, डायोड के *p*-भाग को तथा ऋणात्मक टर्मिनल से *n*-भाग को संयोजित (connect) करते हैं, चित्र 6.25 (a)।

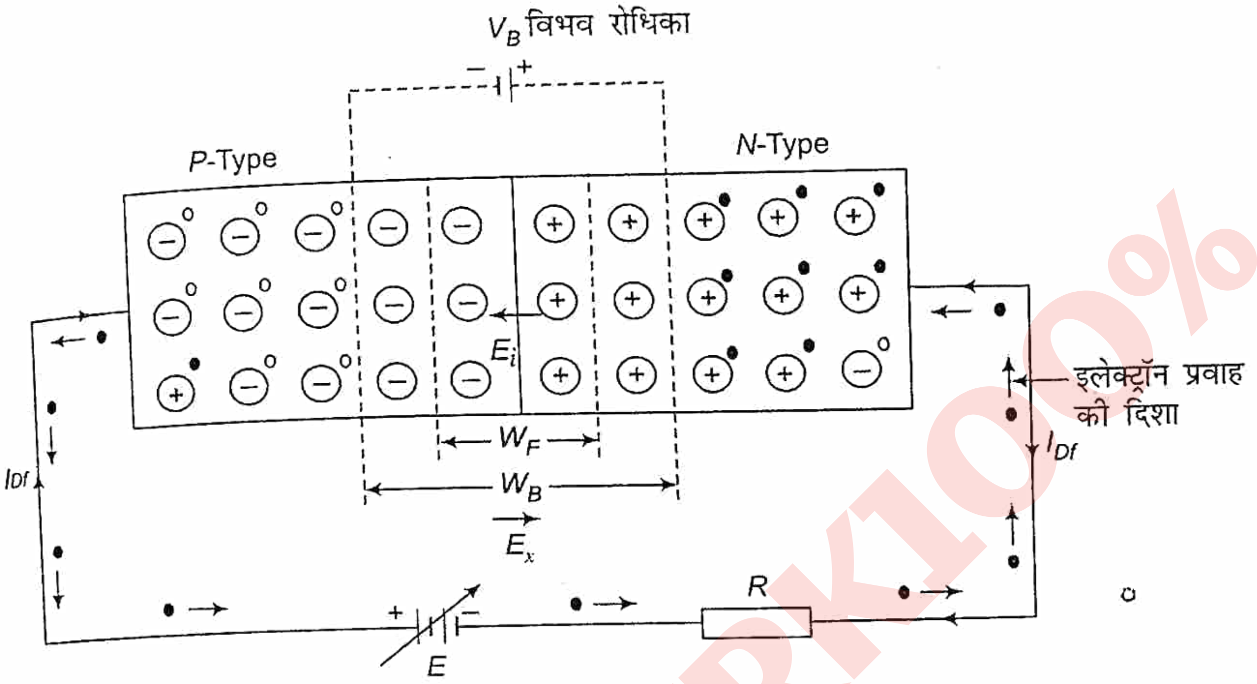


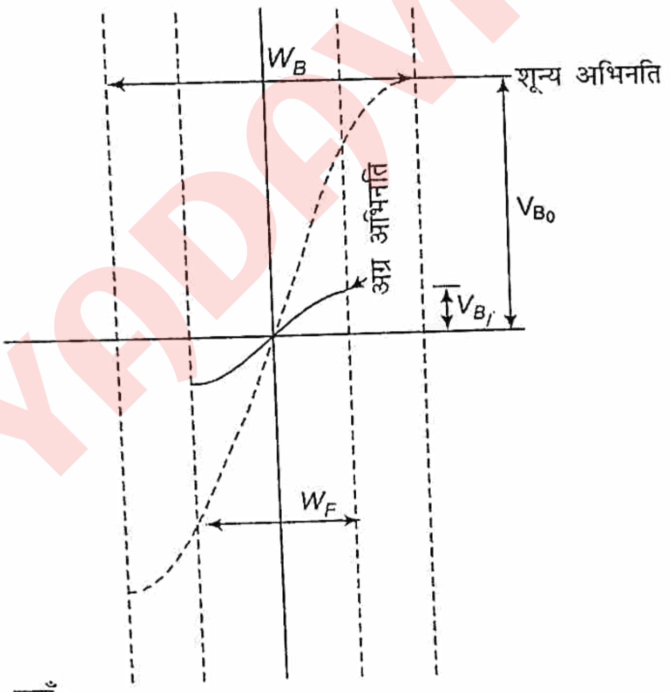
चित्र 6.25 (a)

बिना कोई अभिनति विभव प्रयुक्त किये, माना *pn* सन्धि की विभव रोधिका (potential barrier) की चौड़ाई W_B है। इस समय *pn* सन्धि के भीतर वैद्युत क्षेत्र की दिशा (E_i) n से p क्षेत्र की तरफ होती है। चित्र 6.25 (b) में संयोजित बैटरी E का वैद्युत प्रभाव, विभव रोधिका (V_B) के विपरीत दिशा में होने के कारण अर्थात् बैटरी द्वारा बाह्य वैद्युत क्षेत्र की दिशा (E_x) p से n की तरफ होने के कारण यह अवक्षय परत की चौड़ाई को कम या समाप्त करता है, जिससे विभव रोधिका (V_B) के वोल्टेज का मान भी कम या शून्य हो जाता है। यदि $E < V_B$ है तो अवक्षय परत की चौड़ाई, W_B से कम होकर $W_F \propto (1/E)$ होती है, परन्तु $E > V_B$ अवस्था में, अवक्षय परत एवं आन्तरिक विभव रोधिका समाप्त हो जाते हैं, तथा पूर्ण *pn* क्रिस्टल एक चालक की भाँति कार्य करता है जिसका अपना प्रतिरोध R_F होता है। इसे *pn* सन्धि डायोड का अग्र प्रतिरोध (forward resistance-R_F) कहते हैं। अग्र अभिनति में प्रयुक्त डायोड में प्रवाहित धारा को डायोड की अग्र धारा (forward current I_{DF}) कहते हैं, तथा इसे बाहरी प्रतिरोध R द्वारा नियंत्रित करते हैं, अन्यथा *pn* सन्धि नष्ट हो सकती है।

YADAVRK100%

चित्र 6.25 (a), (b) में प्रदर्शित परिपथ के समतुल्य परिपथ (equivalent circuit) को चित्र 6.25 (c) में प्रदर्शित किया गया है।





जहाँ :

W_B : बिना अभिनति के अवक्षय परत की चौड़ाई

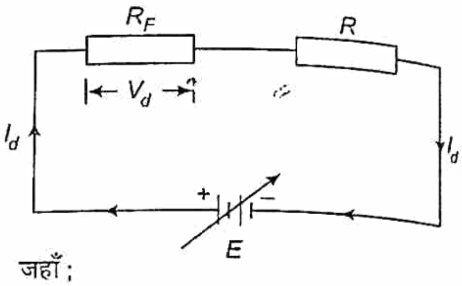
W_F : अग्र अभिनति में अवक्षय परत की चौड़ाई

V_{B_0} : बिना अभिनति के विभव रोधिका

V_{B_f} : अग्र अभिनति में विभव रोधिका

चित्र 6.25 (b)–अवक्षय परत पर उत्क्रम अभिनति का प्रभाव

अग्र अभिनति के कारण *pn* सन्धि पर विभव रोधिका समाप्त होने से *p*-भाग से कोटर (holes), *n*-भाग की ओर तथा *n*-भाग से इलेक्ट्रॉन, *p*-भाग की ओर प्रवाह करते हैं। ये बहुसंख्यक आवेश वाहक (Majority charge carriers) होते हैं। बैटरी से प्राप्त प्रतिकर्षण के कारण जैसे ही *n*-भाग से इलेक्ट्रॉन सन्धि प्राप्त करते हैं, बैटरी के ऋणात्मक टर्मिनल से इलेक्ट्रॉन निकल कर *n*-भाग से प्रवेश कर जाते हैं। इस प्रकार से अग्र अभिनति से संयोजित *pn* सन्धि 6.25 (b) में इलेक्ट्रॉनों का प्रवाह होता रहता है।



जहाँ :

R_F : अग्र प्रतिरोध (1Ω – 7Ω)

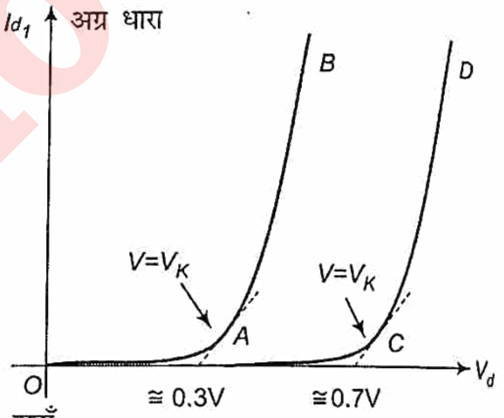
चित्र 8.9 (c) चित्र (a) तथा (b) का समतुल्य परिपथ

6.23.2 अग्र अभिनति प्रयुक्त *pn* सन्धि के विभव-धारा अभिलक्षण (Voltage Current Characterstics of a Forward Biased pn Junction)

जर्मेनियम (Ge) एवं सिलिकॉन (Si) की *pn* सन्धि के *V-I* अभिलक्षण को क्रमशः *OAB* एवं *OCD* वक्रों द्वारा चित्र 6.26 में प्रदर्शित किया गया है। जर्मेनियम एवं सिलिकॉन *pn* सन्धि की विभव रोधिका (Barrier Potential V_B) का मान क्रमशः लगभग 0·3 V व 0·7 V होता है। उदाहरण के लिए यहाँ जर्मेनियम (Ge) सन्धि के *V-I* अभिलक्षण का वर्णन करते हैं।

(i) जब $E \le V_B$ है तो अग्र धारा (forward current) लगभग शून्य (*OA*) वक्र होता है, क्योंकि विभव रोधिका आवेश वाहकों (charge carriers) को सन्धि पार नहीं करने देता है।

(ii) तथा जब $E > V_B$ हो तो $I_{D_f} = E/(R_{D_f} + R)$ होती है एवं डायोड के एक्रॉस वोल्टेज ड्राप, $V_D = I_{D_f}\ R_f$ होती है तथा इस अवस्था में डायोड के *V-I* अभिलक्षण, *AB* वक्र का अनुसरण करते हैं। अर्थात् प्रयुक्त विभव (*V*) का मान V_B के बराबर पहुँचने के पश्चात्, *V* के मान में सूक्ष्म परिवर्तन करने से अग्र धारा में अत्यधिक परिवर्तन होता है। इसलिए इस विभव को डायोड का ऑफसेट या थ्रेशोल्ड या फायरिंग विभव (offset, threshold or firing potential) कहते हैं। व्यवहार में इसे **नी-विभव** (Knee Voltage, V_K) भी कहते हैं।



जहाँ ;

AB वक्र : जर्मेनियम डायोड का अभिलक्षण वक्र

CD वक्र : सिलिकॉन डायोड का अभिलक्षण वक्र

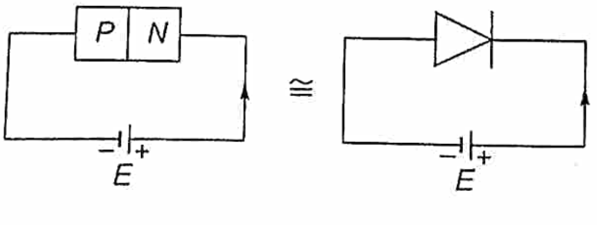
डायोड का अग्र अभिनति V-I अभिलक्षण वक्र

चित्र 6.26

6.23.3 उत्क्रम अभिनति (Reverse Biasing)

pn सन्धि की उत्क्रम अभिनति को चित्र (6.27 (a)) में प्रदर्शित किया गया है, इसमें बैटरी का धनात्मक टर्मिनल, *pn* सन्धि के *n*-भाग से तथा ऋणात्मक टर्मिनल, *p*-भाग से संयोजित किया जाता है।

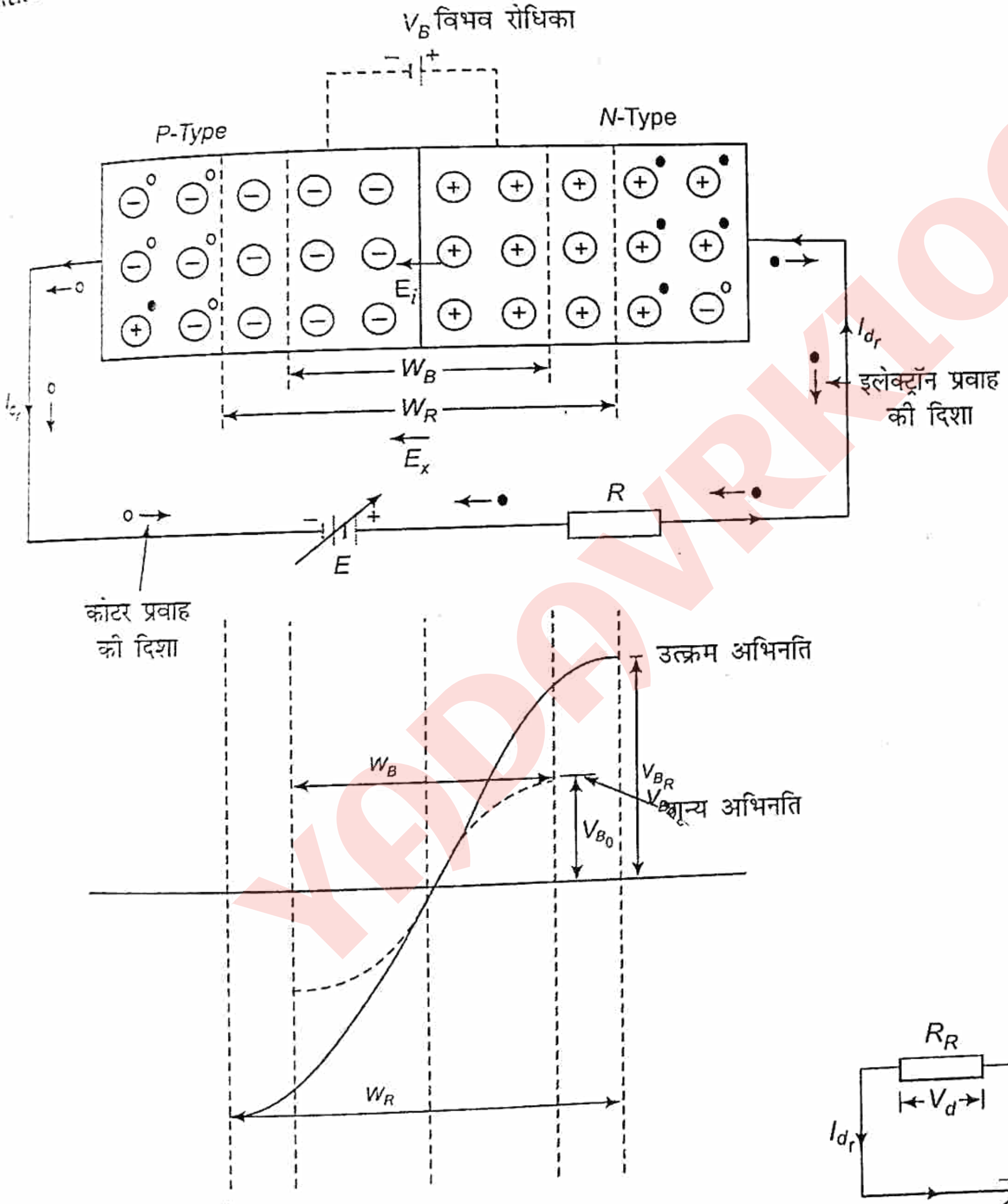
जब बाहरी शक्ति (*E*) को *pn* सन्धि डायोड के साथ इस प्रकार संयोजित किया जाता है कि वह सन्धि की आन्तरिक विभव रोधिका की चौड़ाई को बढ़ा दे, जिससे सन्धि और अधिक अचालन अवस्था में पहुँच जाये तो इसे *pn* सन्धि की उत्क्रम अभिनति कहते हैं।



चित्र 6.27 (a)

YADAVRK100%

चित्र 6.27 (b) में बैटरी से उत्पन्न विद्युत क्षेत्र (Electric Field) के कारण n-भाग के इलेक्ट्रॉन, बैटरी के धन टर्मिनल की ओर तथा p-भाग के कोटर, बैटरी के ऋण सिरे की ओर आकर्षित होते हैं। इससे अवक्षय परत की चौड़ाई बढ़ जाती है, अर्थात् सन्धि के विभव रोधिका (V_B) में वृद्धि होती है, जोकि सन्धि के दोनों ओर बहुसंख्यक वाहकों (majority carriers) के बहाव को रोकती है। अतः इससे परिपथ में धारा चालन नहीं हो पाता है। परन्तु व्यावहारिक रूप से एक स्थिर ताप पर, अल्पसंख्यक आवेश वाहकों (Minority Charge Carriers) के कारण एक अति सूक्ष्म नियत धारा प्रवाहित होती है जिसे डायोड की उत्क्रम संतृप्त धारा (reverse saturation current, I_{rs}) कहते हैं।



जहाँ

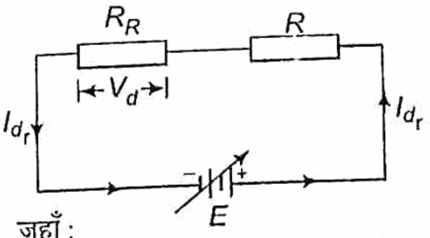
W_B : बिना अभिनति के अवक्षय परत की चौड़ाई

W_R : उत्क्रम अभिनति में आधार पर की चौड़ाई

V_{B_0} : बिना अभिनति के विभव रोधिका

V_{B_R} : उत्क्रम अभिनति में विभव रोधिका

चित्र 6.27 (b) अवक्षय परत पर उत्क्रम अभिनति का प्रभाव



जहाँ;

R_R : उत्क्रम प्रतिरोध (MΩ परास में)

चित्र (a) तथा (b) का समतुल्य परिपथ

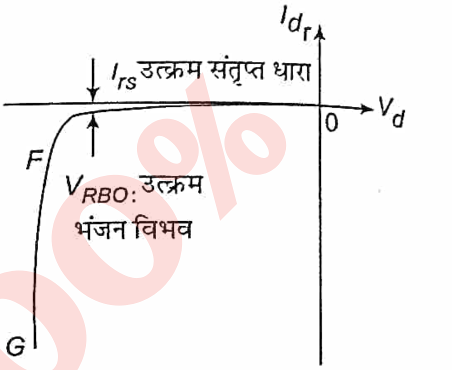
चित्र 6.27 (c)

YADAVRK100%

चित्र 6.27 (a) तथा (b) में प्रदर्शित परिपथ के समतुल्य परिपथ (equivalent circuit) को चित्र 6.27 (c) में प्रदर्शित किया गया है।

6.23.4. उत्क्रम अभिनति प्रयुक्त *pn* सन्धि के विभव-धारा अभिलक्षण (Voltage current characteristics of a Reverse Biased *pn* junction)

एक उत्क्रम अभिनति प्रयुक्त *pn* सन्धि परिपथ में, एक स्थिर मान वाली उत्क्रम संतृप्त धारा प्रवाहित होने का कारण यह है कि जैसे ही कोई अल्पसंख्यक आवेश वाहक उत्पन्न होता है, वह उच्च विभव रोधिका के आकर्षण द्वारा तुरन्त सन्धि के पार ड्रिफ्ट हो जाता है जिसके फलस्वरूप यह धारा प्रवाहित होती है। यदि अर्द्धचालक ताप स्थिर रहे तो इससे अल्पसंख्यक आवेश वाहकों के उत्पन्न होने की दर भी स्थिर रहती है जिससे इस धारा का मान भी लगभग स्थिर रहता है। इस धारा का मान, सिलिकॉन *pn* सन्धि में नैनो-ऐम्पियर ($1 \text{ nA} = 10^{-9}$ A) तथा जर्मेनियम *pn* सन्धि में माइक्रो ऐम्पियर ($1 \mu\text{A} = 10^{-6}$ A) क्रम में होता है।



डायोड का उत्क्रम अभिनति V-I अभिकक्षण वक्र

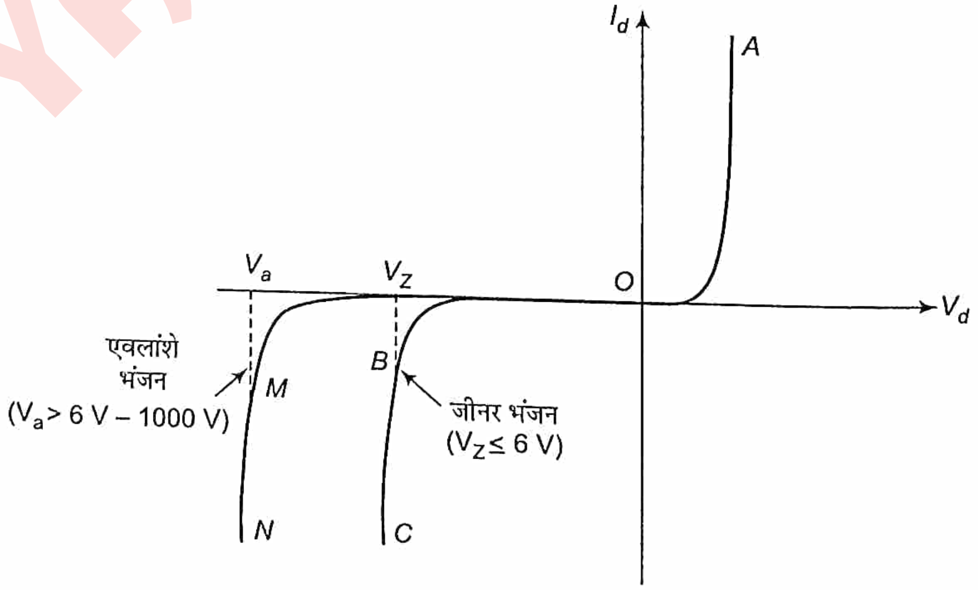
चित्र 6.28

उत्क्रम विभव का मान जब डायोड के उत्क्रम भंजन विभव (Reverse Breakdown Voltage, V_{RBO}) के बराबर पहुँचता है, तो डायोड में एवलांशे भंजन उत्पन्न होता है जिससे डायोड चालन अवस्था में आ जाता है, और धारा बड़ी तेजी से बढ़ती है तथा चित्र 6.28 में वक्र *FG* का अनुसरण करती है।

§ 6.24 जीनर तथा एवलांशे भंजन (Zener and Avalanche Breakdown)

उत्क्रम अभिनति (reverse bias) में संयोजित एक *pn* सन्धि के आर-पार, विद्युत क्षेत्र की तीव्रता जब एक नियत मान अथवा उससे अधिक होती है तो अर्द्धचालक में असंख्य विद्युत आवेश वाहक इलेक्ट्रॉन व कोटर (holes) उत्पन्न होते हैं जिसके फलस्वरूप परिपथ में धारा एकाएक बड़ी तेजी से बढ़ती है। वह उत्क्रम विभव जिस पर यह घटना घटती है, उसे उस डायोड का भंजन विभव (breakdown voltage, V_{RBO}) कहते हैं जोकि 1·5 V से कुछ सौ वोल्ट तक हो सकता है। चित्र 6.29 में जीनर एवं एवलांशे विभव को V_z एवं V_a वोल्टेज द्वारा प्रदर्शित किया गया है। *pn* सन्धि के भंजन के पश्चात् परिपथ में धारा नियन्त्रण, परिपथ में संयोजित प्रतिरोध *R* द्वारा होता है, चित्र 6.29 (c)।

6.24.1. *pn* सन्धि में एवलांशे भंजन (Avalanche Breakdown in *pn* Junction)



चित्र 6.29

YADAVRK100%

जब प्रयुक्त उत्क्रम विभव का मान pn सन्धि के भंजन विभव पर पहुँचता है तो अवक्षय परत में विद्यमान अल्पसंख्यक आवेश वाहकों की गतिज ऊर्जा बढ़ जाती है जिससे इनका वेग इतना अधिक हो जाता है कि ये अर्द्धचालक में अन्य परमाणुओं से टकराकर उनके सहसंयोजी बन्ध (Covalent bonds) को तोड़ देते हैं, इसके फलस्वरूप डायोड में नये इलेक्ट्रॉन एवं कोटर उत्पन्न हो जाते हैं; जो कि प्रयुक्त विद्युत स्रोत से ऊर्जा प्राप्त करके अधिक गतिशीलता से अर्द्धचालक के अन्य परमाणुओं से टकराकर उनके सहसंयोजी बन्ध तोड़ देते हैं, इससे और अधिक स्वतन्त्र इलेक्ट्रॉन एवं कोटर उत्पन्न हो जाते हैं; इस प्रकार धारा चालन के लिए प्राप्त इलेक्ट्रॉनों एवं काटरों की संख्या में वृद्धि संचयी (cumulative) रूप से होती है, इस घटना को एवलांशे भंजन कहते हैं तथा जिस उत्क्रम विभव के मान पर यह घटना घटती है, उसे pn सन्धि का एवलांशे भंजन विभव (Avalanche Breakdown Voltage) कहते हैं। pn सन्धि के इस अभिलक्षण को चित्र 6.29 में *OMN* वक्र द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

6.24.2. *pn* सन्धि में जीनर भंजन (Zener Breakdown in *P-N* Junction)

pn सन्धि में जीनर प्रभाव के कारण होने वाला भंजन, एवलांशे प्रभाव द्वारा होने वाले भंजन से भिन्न है, यदि प्रारम्भ में विद्यमान अल्पसंख्यक वाहक उत्क्रम विद्युत स्रोत से इतनी ऊर्जा नहीं ग्रहण कर पाते हैं कि वे परमाणुओं के बन्धों को तोड़ सकें परन्तु अवक्षय परत के दोनों सिरे पर उत्क्रम विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान अति उच्च (लगभग 30 kV/mm) होने से विद्युत क्षेत्र सीधे ही परमाणु बन्धों को तोड़ देते हैं, जिससे अर्द्धचालक में नये असंख्य विद्युतवाहक इलेक्ट्रॉन एवं कोटर उत्पन्न हो जाते हैं।

अल्प अशुद्धियुक्त pn सन्धि की अवक्षय परत मोटी होने के कारण इस परत के दोनों सिरे पर उत्क्रम वोल्टेज का मान 30 kV/mm न पहुँचने से जीनर प्रभाव द्वारा तो सन्धि भंजन नहीं हो पाता है, परन्तु एवलांशे प्रभाव द्वारा pn सन्धि में भंजन हो जाता है तथा उत्क्रम अभिनति द्वारा संयोजित pn सन्धि में एवलांशे प्रभाव द्वारा भंजन सदैव 6V से अधिक वोल्टेज ($V_{RBO} > 6$ volt) पर होता है; परन्तु यदि 6V से कम वोल्टेज पर pn सन्धि में भंजन प्राप्त करना हो तो pn सन्धि का निर्माण उच्च डोपिंग (high doping—अधिक मात्रा में अशुद्धि तत्त्व को मिलाना) द्वारा किया जाता है। इससे pn सन्धि में 6V से कम वोल्टेज ($V_{RBO} > 6$ volt) पर ही जीनर प्रभाव द्वारा भंजन हो जाता है, क्योंकि उच्च डोपिंग के कारण अवक्षय परत की मोटाई बहुत कम लगभग 5×10^{-8} m या इससे कम होती है।

जीनर डायोड 'ऋणात्मक ताप गुणांक' (negative temp. coefficient) प्रभावयुक्त होते हैं, क्योंकि ताप बढ़ने से भंजन विभव (breakdown voltage) का मान कम हो जाता है, जबकि एवलांशे, धनात्मक ताप गुणांक प्रभाव वाले होते हैं क्योंकि इनका ताप बढ़ने से भंजन विभव का मान अधिक हो जाता है।

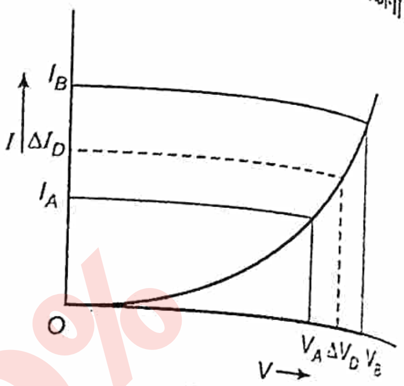
भंजन के पश्चात् जीनर अथवा एवलांशे डायोड के दोनों सिरे पर लगभग एक स्थिर एवं निश्चित वोल्टेज प्राप्त होता है। अत: इसका उपयोग हम विभव नियंत्रित पावर सप्लाई (Regulated Power Supply) में या किसी परिपथ में लोड के दोनों सिरों पर एक निश्चित तथा स्थिर वोल्टेज प्रदान करने वाली सप्लाई में करते हैं।

4 V से कम वोल्टेज पर pn सन्धि में भंजन, जीनर प्रभाव द्वारा होता है जबकि 6V से अधिक वोल्टेज पर एवलांशे प्रभाव द्वारा होता है तथा 4V से 6V तक के मध्य भंजन क्रिया जीनर एवं एवलांशे दोनों क्रियाओं के संयुक्त प्रभाव से होती हैं। चूँकि एवलांशे के भंजन सिद्धान्त से बहुत पहले से जीनर का भंजन सिद्धान्त प्रसिद्ध था कि डायोडों में भंजन जीनर प्रभाव से ही होता है। अत: इसी कारण आजकल भी भंजन क्षेत्र में प्रयोग किये जाने वाले डायोड को प्राय: जीनर डायोड ही कहते हैं।

एक डायोड का भंजन विभव (Breakdown voltage) कितना है यह केवल उसके निर्माण के समय उसमें किये गये डोपिंग स्तर (Doping Level) पर आधारित होता है। एक सिलिकॉन डायोड का ब्रेकडाउन वोल्टेज 5V से भी कम रखने के लिए निर्माणकर्त्ता एक घन मिमी (cubic mm) सिलिकॉन क्रिस्टल में लगभग 10^{14} अशुद्धि परमाणु मिलाते हैं परन्तु 100 V पर ब्रेकडाउन होने वाले डायोड के लिए, एक घन मिमी सिलिकॉन क्रिस्टल में केवल लगभग 10^{11} अशुद्धि परमाणु मिलाते हैं।

§ 6.25 अर्द्धचालक डायोड का स्थैतिक एवं गतिज प्रतिरोध (Static and Dynamic Resistance of Diode)

चित्र 6.30 में प्रदर्शित डायोड के अग्र-अभिनति अभिलक्षण वक्र के अनुसार—



चित्र 6.30

6.25.1. स्थैतिक प्रतिरोध (Static Resistance)

जब किसी डायोड में स्थिर (constant) डी०सी० धारा प्रवाहित की जाती है तब डायोड द्वारा प्रदर्शित प्रतिरोध उसका स्थैतिक प्रतिरोध (static resistance) कहलाता है। डायोड का स्थैतिक प्रतिरोध (R) प्रयुक्त विभव (V) तथा स्थिर धारा (I) के अनुपात के बराबर होता है। अर्थात्—

$$R = \frac{V}{I} \qquad \left(\text{अर्थात् } R_A = \frac{V_A}{I_A} \text{ or } R_B = \frac{V_B}{I_B}\right) \qquad \text{...(3)}$$

डायोड का अग्र दिशा में स्थैतिक प्रतिरोध 'R_F' तथा उत्क्रम दिशा में स्थैतिक प्रतिरोध 'R_R' द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

6.25.2. गतिज प्रतिरोध (Dynamic Resistance)

जब किसी डायोड में अग्र धारा का मान अपने औसत मान से परिवर्तित होता है तब अग्र दिशा (forward direction) में विभव के सूक्ष्म परिवर्तन (ΔV) तथा धारा के सूक्ष्म परिवर्तन (ΔI) के अनुपात को डायोड का गतिज प्रतिरोध (dynamic resistance) कहते हैं।

$$r_D = \frac{\Delta V_D}{\Delta I_D} \qquad \left(\text{अर्थात् } r_D = \frac{V_B - V_A}{I_B - I_A}\right) \qquad \text{...(4)}$$

§ 6.26 *pn* सन्धि डायोड के मुख्य मापदण्ड (Important Parameter of *pn* Junction Diode)

प्रत्येक *pn* सन्धि के सुरक्षित आपरेशन के लिए अधिकतम अग्र धारा, पीक इनवर्स वोल्टेज (PIV) तथा अधिकतम पावर रेटिंग के मान निर्धारित होते हैं। इन निर्धारित मानों के अन्दर डायोड सन्तोषजनक परिणाम देता है। इन मापदण्डों का मान निर्धारित मान से अधिक बढ़ने पर डायोड अत्यधिक गर्म होकर नष्ट हो सकता है।

6.26.1 अधिकतम अग्र धारा (Maximum Forward Current)

यह अधिकतम फारवर्ड धारा का मान वह क्षणिक मान है जो *pn* सन्धि में, उसे हानि पहुँचाये बिना प्रवाहित हो सकती है। निर्माता प्रायः इस रेटिंग का विवरण देते हैं। यदि *pn* सन्धि में फारवर्ड धारा इससे अधिक होती है तब सन्धि अधिक ऊष्मा के कारण नष्ट हो जायेगी।

6.26.2 पीक इनवर्स वोल्टेज (Peak Inverse Voltage 'PIV')

यह अधिकतम रिवर्स वोल्टेज का वह मान है जिसे जंक्शन पर उसे कोई हानि पहुँचाये बिना लगाया जा सकता है। यदि जंक्शन पर रिवर्स वोल्टेज का मान PIV से अधिक होता है तब सन्धि अधिक गर्म होने के कारण नष्ट हो सकती है। जब *pn* डायोड का उपयोग दिष्टकारी की भाँति किया जाता है तब *PIV* एक महत्वपूर्ण पैरामीटर होता है।

6.26.3 अधिकतम पावर रेटिंग (Maximum Power Rating)

यह वह अधिकतम पावर है जिसे डायोड, सन्धि को नष्ट किये बिना सहन कर सकता है। इसका मान सन्धि के दोनों सिरों पर वोल्टेज तथा सन्धि में प्रवाहित धारा के गुणनफल के बराबर होता है। प्रत्येक डायोड की अधिकतम पावर रेटिंग का उल्लेख निर्माता द्वारा किया जाता है।

§ 6.27 *pn* सन्धि डायोड के उपयोग (Applications of *P-N* Junction Diode)

अर्धचालक डायोड के इलेक्ट्रॉनिक कार्यों में निम्न प्रमुख उपयोग होता है—

(1) **पावर दिष्टकारी डायोडों की तरह**—ये डी०सी० पावर सप्लाई या इलेक्ट्रॉनिक परिपथ के लिए ए० सी० को डी० सी० में रूपान्तरित करते हैं।

(2) **दूर संचार परिपथों में**—मॉडयूलेशन के लिए, सिग्नल डायोडों की तरह तथा सूक्ष्म सिग्नलों के डी मॉडयूलेशन में काम आते हैं।

(3) **विभव स्थायीकरण**—विभव स्थायीकरण (Voltage Stabilization) परिपथों में जीनर डायोड के रूप में।

(4) **वैरेक्टर डायोड की तरह**—ये वोल्टेज नियन्त्रित ट्यूनिंग परिपथों में प्रयुक्त होते हैं तथा रेडियो एवं टी० वी० रिसीवरों के काम आते हैं। इस कार्य के लिए डायोड की सन्धि धारिता को किसी विशेष निश्चित सीमा में रखा जाता है।

(5) **कम्प्यूटरों के लॉजिक परिपथों** में भी अर्द्धचालक डायोडों का उपयोग किया जाता है।

§ 6.28 *pn* सन्धि डायोड दिष्टकारी के रूप में (Diode as Rectifier)

दिष्टकारी या **ऋजुकारी** या रेक्टिफायर (rectifier) एक ऐसी युक्ति है जो प्रत्यावर्ती या आवर्ती धारा (alternating current या AC) को दिष्टधारा (Direct Current या DC) में बदलने का कार्य करती है। अर्थात रेक्टिफायर, ए० सी० से डी० सी० परिवर्तक युक्ति है। दिष्टकारी बहुत उपयोगी है क्योंकि आजकल के बहुत से उपकरण (जैसे, रेडियो, टीवी, माइक्रोवेव भट्ठी आदि) दिष्टधारा से ही प्रचालित होते हैं जबकि बाहर से उन्हें प्रत्यावर्ती धारा ही दी जाती है।

विभिन्न प्रकार के दिष्टकारी (Different Types of Rectifiers)

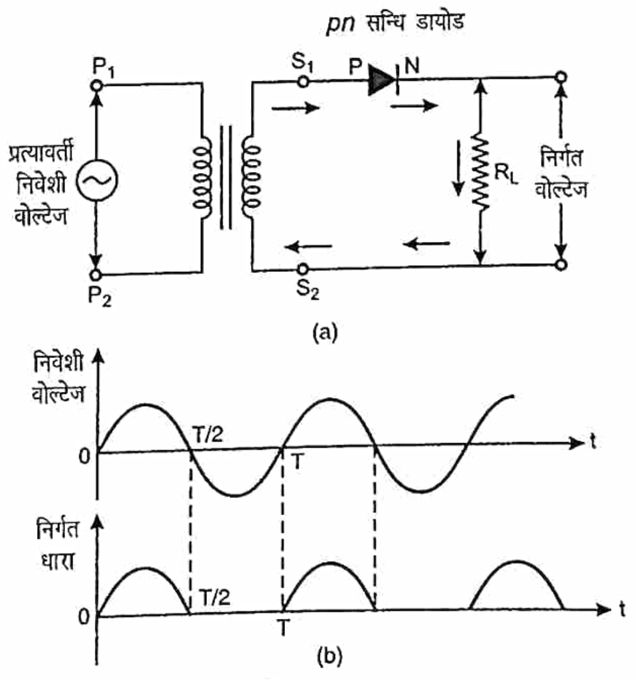
प्राय: सभी दिष्टकारी एक या अधिक डायोडों को विशेष क्रम में जोड़कर बनाये जाते हैं। अधिक डायोड के प्रयोग से प्राय: दिष्टधारा अपेक्षाकृत अधिक शुद्ध प्राप्त होती है अर्थात् इसमें (रिपिल कम होती है)

pn सन्धि डायोड मुख्यत: दो प्रकार से दिष्टकारी के रूप में प्रयोग में लाया जाता है—

1. अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी के रूप में
2. पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के रूप में

6.28.1. *pn* सन्धि डायोड अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी के रूप में (*pn* junction diode as half-wave rectifier)

p-n सन्धि डायोड मौलिक रूप से एक श्रेष्ठ दिष्टकारी के रूप में कार्य करता है। जब यह अग्र अभिनत (forward biased) होता है तो धारा-प्रवाह के लिये इसका प्रतिरोध बहुत कम होता है, परन्तु उत्क्रम अभिनत (reverse biased) होने पर इसका प्रतिरोध बहुत अधिक हो जाता है। इस प्रकार, यह धारा को केवल एक ही दिशा (कला) में प्रवाहित करता है। अत: यदि किसी सन्धि डायोड के सिरों के बीच प्रत्यावर्ती (a.c.) वोल्टेज लगायें तो वोल्टेज के केवल धनात्मक अर्द्ध-चक्रों (half-cycles) के दौरान ही सन्धि डायोड में धारा प्रवाहित होती है, ऋणात्मक चक्र के दौरान नहीं। इस प्रकार, एक अकेला सन्धि डायोड 'अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी' का कार्य करता है।



चित्र 6.31

p-n सन्धि डायोड का अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी परिपथ चित्र 6.31 (a) में तथा इसके निवेशी (input) व निर्गत (output) तरंग-रूपों (wave-forms) को चित्र 6.31 (b) में दर्शाया गया है। प्रत्यावर्ती निवेशी वोल्टेज को एक उच्चायी ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक

कुण्डली के सिरों P_1 व P_2 के बीच लगाया गया है, जिसकी द्वितीयक कुण्डली S_1S_2 है। द्वितीयक कुण्डली का एक सिरा S_1, सन्धि डायोड के p सिरे से जोड़ा गया है तथा दूसरा सिरा S_2 एक लोड-प्रतिरोध R_L के द्वारा डायोड के n सिरे से जोड़ा गया है। दिष्ट निर्गत वोल्टेज, लोड R_L के सिरों के बीच प्राप्त किया जाता है।

कार्यविधि (Working)—माना प्रत्यावर्ती निवेशी वोल्टेज के पहले अर्द्ध-चक्र के दौरान, ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली का सिरा S_1 धनात्मक है तथा सिरा S_2 ऋणात्मक है, अर्थात् सन्धि डायोड अग्र अभिनत है। अत: यह धारा प्रवाह को अनुमत करता है तथा लोड R_L में धारा तीर द्वारा प्रदर्शित दिशा में प्रवाहित होती है। निवेशी वोल्टेज के दूसरे अर्द्ध-चक्र के दौरान, द्वितीयक कुण्डली का सिरा S_1 ऋणात्मक तथा सिरा S_2 धनात्मक होता है। अब सन्धि डायोड उत्क्रम अभिनत हो जाता है तथा धारा के प्रवाह को अनुमत नहीं करता है। अत: लोड R_L में धारा लगभग शून्य होती है। यही प्रक्रिया बार-बार दोहराई जाती है। स्पष्ट है कि **अर्द्ध-तरंग दिष्टकारी में निर्गत धारा एकदिशीय** (unidirectional), **परन्तु आन्तरायिक** (intermittent) **तथा स्पंदमान** (pulsating) **होती है।** चित्र 6.31 (b) के निचले भाग में निर्गत धारा का तरंग-रूप दर्शाया गया है जिसमें थोड़ी-थोड़ी देर में धारा के एकदिशीय स्पन्द (pulses) दिखाई देते हैं।

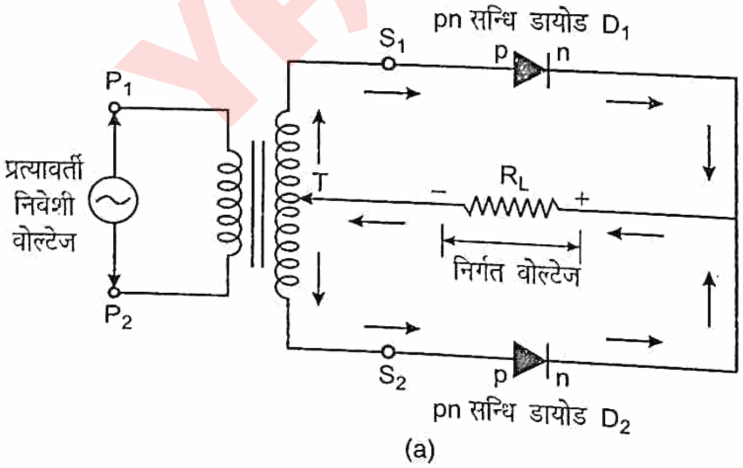
चूँकि निर्गत धारा निवेशी वोल्टेज तरंग के केवल अर्द्ध भाग में होती है, अत: इस प्रक्रिया को **'अर्द्ध-तरंग दिष्टकरण'** (half-wave rectification) कहते हैं।

ट्रांसफॉर्मर का कार्य दिष्टकारी को वोल्टेज प्रदान करना होता है। यदि दिष्टकारी से शक्ति सम्भरण हेतु दिष्ट धारा उच्च वोल्टेज पर प्राप्त करनी है तब उच्चायी ट्रांसफॉर्मर प्रयुक्त किया जाता है, परन्तु प्राय: अनेक ठोसावस्था उपकरणों के लिये निम्न वोल्टेज पर दिष्ट धारा की आवश्यकता होती है। इस दशा में, दिष्टकारी में अपचायी ट्रांसफॉर्मर प्रयुक्त किया जाता है।

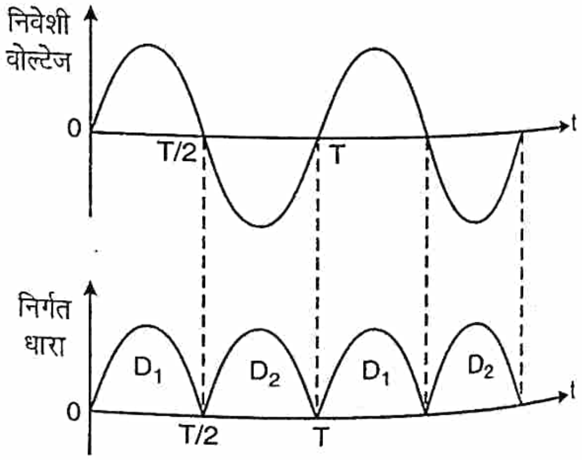
6.28.2 *p-n* सन्धि डायोड पूर्ण-तरंग दिष्टकारी के रूप में (*p-n* Junction Diode as Full-Wave Rectifier)

पूर्ण-तरंग दिष्टकरण में निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज के दोनों अर्द्ध-चक्रों के दौरान निर्गत धारा प्राप्त होती है। इसमें दो सन्धि डायोड इस प्रकार किये जाते हैं कि एक डायोड निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज के धनात्मक चक्रों का तथा दूसरा डायोड ऋणात्मक चक्रों का दिष्टकरण करता है।

पूर्ण-तरंग दिष्टकारी परिपथ चित्र 6.32 (a) में तथा इसके निवेशी (input) व निर्गत (output) तंरग-रूपों को चित्र 6.32 (b) में दर्शाया गया है। प्रत्यावर्ती निवेशी वोल्टेज को एक ट्रांसफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली के सिरों P_1 व P_2 के बीच लगाया गया है। द्वितीयक कुण्डली के सिरों S_1 व S_2 को सन्धि डायोडों D_1 व D_2 के p सिरों से जोड़ा गया है जिनके n सिरे परस्पर जुड़े हैं। लोड प्रतिरोध R_L को डायोडों के n सिरों को जोड़ने वाले तार तथा द्वितीयक S_1S_2 के केन्द्रीय-अंशनिष्कासित (central tap) टर्मिनल T के बीच जोड़ा गया है।



(a)



(b)

चित्र 6.32

* **Centre tapped transformer :** When an additional wire is connected across the exact middle point of the secondary winding of a transformer, it is called a centre tapped transformer. The wire is adjusted such that it falls in the exact middle point of the secondary winding and is thus at zero volts, forming the neutral point for the winding.

कार्यप्रणाली (Working)—माना प्रत्यावर्ती निवेशी वोल्टेज के पहले अर्द्ध-चक्र के दौरान, द्वितीयक का सिरा S_1 टर्मिनल T के सापेक्ष धनात्मक है तथा सिरा S_2 ऋणात्मक है। इस स्थिति में, सन्धि डायोड D_1 अग्र अभिनत है तथा D_2 उत्क्रम अभिनत है। स्पष्टत: D_1 में धारा-प्रवाह होता है, परन्तु D_2 में नहीं। अत: धारा डायोड D_1, लोड R_L तथा द्वितीयक कुण्डली के ऊपरी अर्द्ध-भाग में तीरों द्वारा दर्शायी गई दिशा में प्रवाहित होती है। निवेशी वोल्टेज के दूसरे अर्द्ध-चक्र के दौरान, द्वितीयक कुण्डली का सिरा S_1 टर्मिनल T के सापेक्ष ऋणात्मक है तथा S_2 धनात्मक है। अब, डायोड D_1 उत्क्रम अभिनत है तथा D_2 अग्र अभिनत है अत: अब धारा डायोड D_2, लोड R_L तथा द्वितीयक कुण्डली के निचले अर्द्ध-भाग में तीरों द्वारा दर्शायी गई दिशा में प्रवाहित होती है। स्पष्ट है कि डायोड D_1 व D_2 में बारी-बारी से धारा प्रवाहित होती है तथा निवेशी वोल्टेज के दोनों अर्द्ध-चक्रों के दौरान लोड R_L में धारा एक ही दिशा में प्रवाहित होती है। इस प्रकार, **पूर्ण तरंग-दिष्टकारी में निर्गत धारा एकदिशीय स्पंदनों** (unidirectional pulses) **की अविरत श्रेणी** (continuous series) **होती है।** चित्र 6.32 (b) में दिखाये निर्गत धारा के तरंग-रूप से यह स्पष्ट है कि निवेशी वोल्टेज के प्रत्येक चक्र में दो स्पन्द (pulses) प्राप्त होते हैं। इस निर्गत धारा को समकारी (smoothing) फिल्टरों के द्वारा लगभग स्थायी धारा में बदल जाता है।

इसके द्वारा वोल्टेज पर दिष्टधारा प्राप्त करने के लिये उच्चायी ट्रांसफॉर्मर तथा निम्न वोल्टेज पर दिष्टधारा प्राप्त करने लिये अपचायी ट्रांसफॉर्मर प्रयुक्त किया जाता है।

§ 6.29 ट्रांजिस्टर (Transistors)

ट्रांजिस्टर का आविष्कार सर्वप्रथम सन् 1948 में अमेरिकन वैज्ञानिकों बार्डीन (Bardeen), विलियम शोकले (William Shokley) तथा डब्ल्यू० एच० बेरिन (W.H. Barattain) ने किया था। इसके लिए इन्हें सन् 1956 में नोबेल पुरस्कार से सम्मानित किया गया था।

ट्रांजिस्टर का पूर्ण नाम "द्वि-ध्रुवीय सन्धि ट्रांजिस्टर" (Bipolar Junction Transistor—BJT) है, जिसे संक्षेप में "बाई-पोलर ट्रांजिस्टर" कहते हैं। चूँकि ट्रांजिस्टर में धारा प्रवाह कोटर (holes) एवं इलेक्ट्रॉन दोनों प्रकार के आवेश वाहकों (charge carriers) द्वारा होता है, इसलिए इसे बाई-पोलर ट्रांजिस्टर कहते हैं। ट्रांजिस्टर में P-टाइप एवं N-टाइप अर्द्धचालकों (Semiconductors) की दो सन्धियाँ (Junctions) होती हैं।

एक ट्रांजिस्टर में दो *pn* सन्धि होती हैं इसकी एक सन्धि (एमीटर-बेस) को अग्र-अभिनति (forward bias) देते हैं जिससे यह इनपुट संकेत (signal) को निम्न प्रतिरोध प्रदान करता है तथा दूसरी सन्धि (बेस-कलैक्टर जंक्शन) को उत्क्रम अभिनति (reverse bias) देते हैं, जिस कारण आउटपुट पर उच्च प्रतिरोध प्राप्त होता है। कमजोर (weak) संकेत (signal) को ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के निम्न प्रतिरोध परिपथ में प्रयुक्त करते हैं तथा प्रवर्धित आउटपुट संकेत (signal) को ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के उच्च प्रतिरोध परिपथ से प्राप्त करते हैं, अत: एक ट्रांजिस्टर प्रवर्धक परिपथ, संकेत (signal) को निम्न प्रतिरोध परिपथ (Low Resistance Circuit) से उच्च प्रतिरोध परिपथ में स्थानान्तरित (transfer) करता है। इसलिए Transistor शब्द Transistor → Trans + istor अथवा (Transistor → Transfer + Resistor) का शब्द संक्षेप है। यह तीन टर्मिनलों वाली अर्द्धचालक युक्ति है, जिसमें दो विशिष्ट टर्मिनलों के मध्य बहने वाली वैद्युत धारा को तीसरे टर्मिनल में प्रवाहित धारा से नियंत्रित करते हैं।

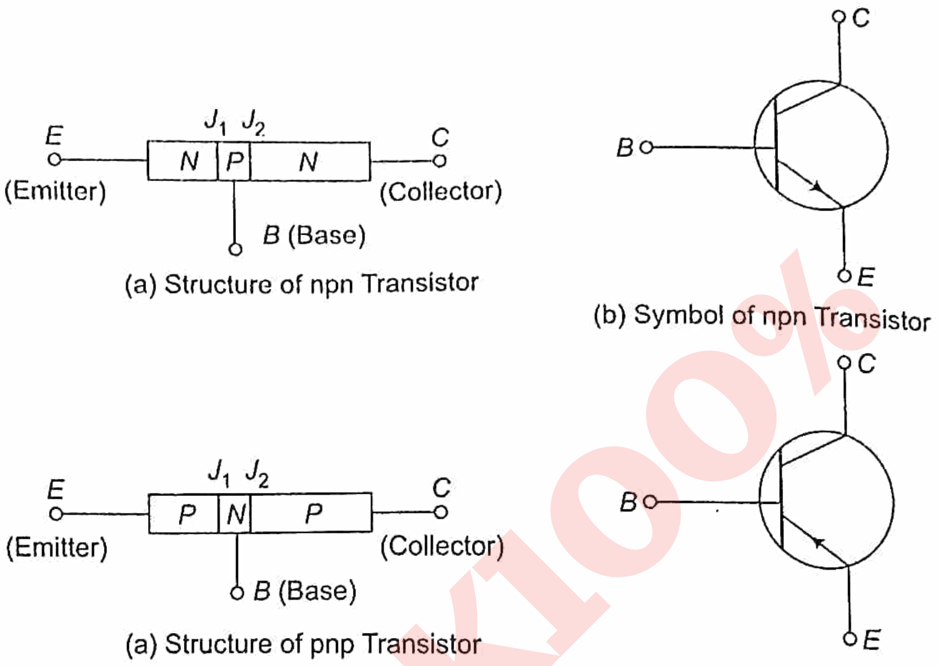
6.29.1 ट्रांजिस्टर के प्रकार (Types of Transistor)

ट्रांजिस्टर निम्न दो प्रकार के होते हैं—

(a) *npn* ट्रांजिस्टर

(b) *pnp* ट्रांजिस्टर

दोनों प्रकार के ट्रांजिस्टरों की संरचना को चित्र 8.13 में उनके प्रतीक (symbol) सहित प्रदर्शित किया गया है। प्रतीक में उत्सर्जक पर प्रदर्शित तीर की दिशा (direction of arrow) धारा प्रवाह की दिशा को प्रदर्शित करती है, जबकि उत्सर्जक आधार सन्धि अग्र अभिनति में हो।



(a) Structure of npn Transistor

(b) Symbol of npn Transistor

(a) Structure of pnp Transistor

(b) Symbol of pnp Transistor

चित्र 6.33

§ 6.30 बाई-पोलर ट्रांजिस्टर की संरचना (Construction of Bipolar Junction Transistor)

BJT के निर्माण में, सिलिकॉन (Silicon) अथवा जर्मेनियम (Germanium) क्रिस्टल में से किसी एक अर्द्धचालक के p-टाइप एवं n-टाइप पदार्थों का उपयोग किया जाता है। प्रत्येक ट्रांजिस्टर में p-टाइप एवं n-टाइप अर्द्धचालकों की तीन पर्तें (three layers) होती हैं जिसमें मध्य की परत सदैव पतली (thin) होती है, जिसे आधार (base) परत कहते हैं। इस प्रकार दो pn जंक्शन, तीन परतों के मध्य निर्मित रहते हैं तथा अर्द्धचालक की प्रत्येक परत से एक सिरा (terminal) बाहर निकला रहता है; जिन्हें प्रचलन में एमीटर, बेस एवं कलेक्टर कहते हैं।

(i) उत्सर्जक (Emitter, E)—ट्रांजिस्टर की यह परत (layer) उच्च डोप्ड (heavily doped) होती है जोकि ट्रांजिस्टर में धारा प्रवाह के लिए आवेश वाहकों (विवरों अथवा इलेक्ट्रॉनों) को प्रदान करती है अर्थात् इस परत से धारावाहक (current carriers) उत्सर्जित होते हैं, अत: इसे उत्सर्जक कहते हैं। एमीटर-बेस सन्धि (J_1, चित्र 6.33 (a)) सदैव अग्र अभिनति (forward biasing) में रखी जाती है, जिससे एमीटर अधिक संख्या में बहुसंख्य आवेश वाहकों (majority charge carriers) यदि P टाइप है तो कोटर (holes) तथा यदि N-टाइप है तो इलेक्ट्रॉन (electron) को प्रदान करता है।

(ii) आधार (Base, B)—यह परत एमीटर एवं कलेक्टर के मध्य में होती है। यह परत बहुत पतली (very thin) लगभग 0·02 mm होती है तथा बहुत कम डोप्ड (doped) होती है जिसके फलस्वरूप बेस में बहुत कम कोटरों एवं इलेक्ट्रॉनों में पुन: संयोजन (recombination) हो पाता है; अत: बेस को एमीटर से प्राप्त आवेश वाहकों में से अधिकांश कलेक्टर को प्राप्त हो जाते हैं।

(iii) संग्राहक (Collector, C)—कलेक्टर परत एमीटर परत से बड़ी होती है क्योंकि ट्रांजिस्टर की प्रचालन (operated) अवस्था में बेस कलेक्टर जंक्शन पर अधिक ऊष्मा उत्पन्न होती है; अत: कलेक्टर अधिक क्षेत्रफल का होने से सरलता से अधिक उत्पन्न ऊष्मा का विसर्जन (dissipation) कर सकता है।

कलेक्टर परत, बेस परत की अपेक्षा बहुत अधिक परन्तु एमीटर से थोड़ी कम डोप्ड होती है, अर्थात्

$$\text{Base's Doping} < \text{Collector's Doping} < \text{Emitter's Doping}$$

बेस-कलेक्टर सन्धि को सदैव उत्क्रम अभिनति में रखते हैं तथा कलेक्टर का मुख्य कार्य एमीटर के बहुसंख्यक आवेश वाहकों को बेस से ग्रहण करना होता है।

यद्यपि ट्रांजिस्टर की बाहरी परतें (एमीटर एवं कलेक्टर) एक ही प्रकार के अर्द्धचालक (p- या n-टाइप) द्वारा निर्मित रहती हैं, फिर भी ये दोनों परस्पर परिवर्तनीय (interchangeable) नहीं हैं क्योंकि एमीटर अधिक डोप्ड (doping concentration of impure material, maximum) होता है, जबकि कलेक्टर कम डोप्ड (doping concentration of impure material, minimum) होता है तथा कलेक्टर परत का आकार भी बड़ा होता है, अत: इस अधिक क्षेत्रफल के कारण ही कलेक्टर, अधिक उत्पन्न ऊष्मा को विसर्जित (dissipate) कर सकता है।

§ 6.31 ट्रांजिस्टर अभिनति (Transistor Biasing)

ट्रांजिस्टर में दो प्रकार की pn संधियाँ होती हैं—

(i) एमीटर-बेस संधि (Emitter-Base Junction), तथा

(ii) कलेक्टर-बेस संधि (Collector-Base Junction)

एमीटर-बेस संधि सदैव अग्र अभिनति (Forward bias) में तथा कलेक्टर-बेस संधि सदैव उत्क्रम अभिनति (Reverse bias) में संयोजित की जाती हैं।

चित्र 6.34 (a) में pnp ट्रांजिस्टर तथा चित्र 6.34 (b) में npn ट्रांजिस्टर की अभिनति प्रदर्शित की गई है।

चित्र में;

I_E = उत्सर्जक धारा (Emitter Current)

I_B = आधार धारा (Base Current)

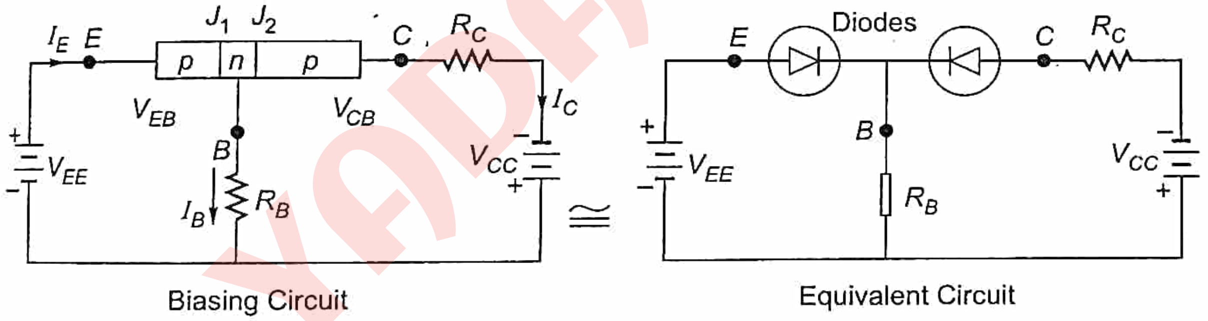
I_C = संग्राहक धारा (Collector Current)

V_{EB} = उत्सर्जक आधार सन्धि पर विभव (Potential at Emitter Base Junction)

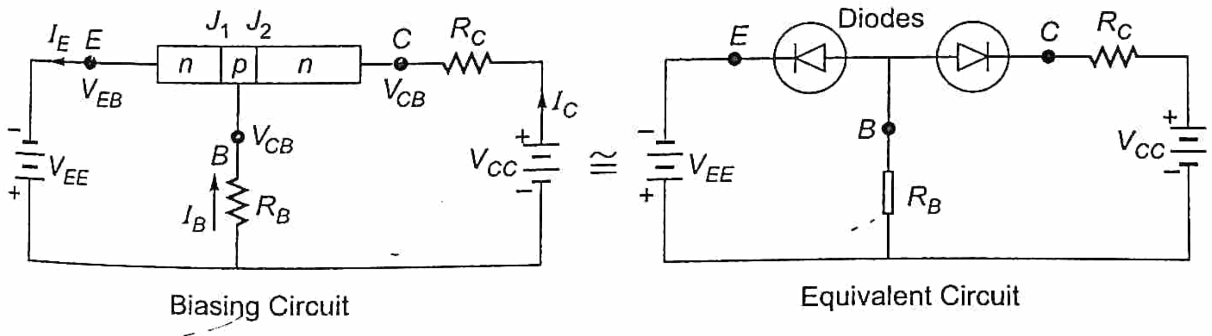
V_{CB} = संग्राहक आधार सन्धि पर विभव (Potential at Collector Base Junction)

V_{EE} = उत्सर्जक स्रोत (Emitter Source)

V_{CC} = संग्राहक स्रोत (Collector Source)



(a) pnp Transistor Biasing



(b) npn Transistor Biasing

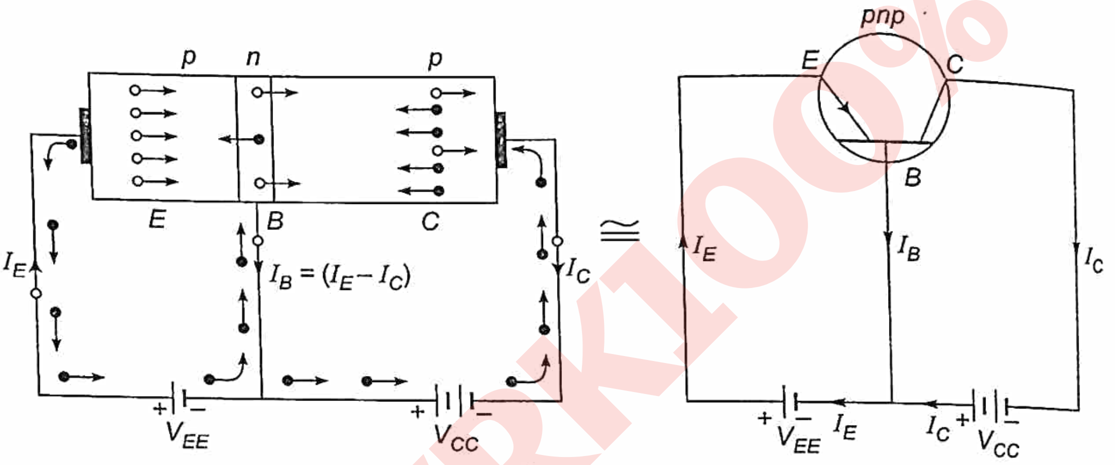
चित्र 6.34

VADAVRK100%

§ 6.32 *pnp* ट्रांजिस्टर (*pnp* Transistor)

चित्र 6.35 में एक *pnp* ट्रांजिस्टर की सेल के साथ अभिनति (Biasing) प्रदर्शित की गई है। अभिनति के नियमानुसार *E-B* सन्धि अग्र-अभिनति (Forward bias) में तथा *C-B* सन्धि उत्क्रम-अभिनति (Reverse bias) में संयोजित है।

ट्रांजिस्टर में एमीटर आवेश के स्रोत (Source of Charge) का कार्य करता है, जबकि कलेक्टर आवेश लेकर बाह्य परिपथ को देता है।



चित्र 6.35

सामान्य अवस्था में जब ट्रांजिस्टर को कोई बायस वोल्टेज नहीं दी जाती तब दोनों *pn* सन्धियों पर अवक्षय क्षेत्र (depletion zone) उत्पन्न हो जाता है।

जब ट्रांजिस्टर को चित्र (6.35) में प्रदर्शित अभिनति (bias) वोल्टेज दी जाती है तब एमीटर बेस जंक्शन पर डिप्लीशन क्षेत्र की चौड़ाई कम हो जाती है।

एमीटर बेस सन्धि अग्र अभिनति होने के कारण तथा संधि पर विभव रोधिका कम हो जाने के कारण एमीटर (*p*-Type) से कोटर, *E-B* जंक्शन को पार कर बेस क्षेत्र में आ जाते हैं। परन्तु कलेक्टर बेस जंक्शन रिवर्स बायस में होने के कारण कलेक्टर (*p*-Type) के कोटर *C-B* जंक्शन को पार कर बेस क्षेत्र में नहीं आ पाते।

एमीटर द्वारा बेस क्षेत्र में इन्जेक्ट किये गये कोटरों (Holes) में से अधिकतम बेस (*n*-अर्द्धचालक) में उपलब्ध मेजॉरिटी कैरियर इलेक्ट्रॉन से पुनर्संयोग (recombine) करते हैं तथा शेष कोटर विसरित (diffuse) होकर कलेक्टर क्षेत्र (*p*-अर्द्धचालक) में आ जाते हैं। ये कोटर कलेक्टर द्वारा तुरन्त ग्रहण (accept) कर लिये जाते हैं क्योंकि कलेक्टर पर ऋणात्मक (negative) बायस है।

एमीटर क्षेत्र से बेस क्षेत्र में आने वाले कोटर से बेस क्षेत्र के इलेक्ट्रॉन ही पुनर्संयोग करते हैं तथा इस क्रिया में लुप्त (consumed) हुये इलेक्ट्रॉनों के बराबर (equivalent) इलेक्ट्रॉन एमीटर-बेस बैटरी V_{EE} द्वारा पुनः बेस परिपथ को दे दिये जाते हैं। इस प्रकार बेस धारा I_B प्रवाहित होती है। जैसे ही बेस कलेक्टर जंक्शन से विसरित होकर एक कोटर (hole) कलेक्टर क्षेत्र में पहुँचता है, वैसे ही बैटरी V_{CC} (कलेक्टर बैटरी) द्वारा एक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित (emit) होता है, जो कोटर को उदासीन कर देता है।

प्रत्येक कोटर के इस प्रकार बेस तथा कलेक्टर क्षेत्र में पुनर्संयोग के कारण लुप्त होने पर एमीटर क्षेत्र में एक सहसंयोजी (covalent) बन्ध टूटता है और एक इलेक्ट्रॉन स्वतंत्र होकर एमीटर से धनात्मक बैटरी (V_{EE}) में प्रवेश करता है, इलेक्ट्रॉन के एमीटर छोड़ने पर एक नया कोटर उत्पन्न हो जाता है और तुरन्त एमीटर-बेस जंक्शन की ओर चलता है। इस प्रकार क्रिया चलती रहती है।

VEDAVRK100%

pnp ट्रांजिस्टर में अन्दर धारा चालन (conduction) कोटर या विवर (hole) के द्वारा होता है। कलेक्टर धारा एमीटर धारा से सदा कम होती है। कलेक्टर धारा (I_C) में यह कमी उसी अनुपात में होती है जिस अनुपात में कोटर बेस क्षेत्र में इलेक्ट्रॉन से मिलकर लुप्त होते हैं।

कलेक्टर परिपथ में उत्क्रम अभिनति के कारण कोई भी धारा बहुसंख्यक आवेश के कारण नहीं प्रवाहित होती, परन्तु जब एमीटर में कोई धारा प्रवेश कराई जाती है तब एमीटर से बेस तथा बेस से कलेक्टर में विसरित हुये आवेशों के कारण कलेक्टर धारा (I_C) प्रवाहित हो जाती है।

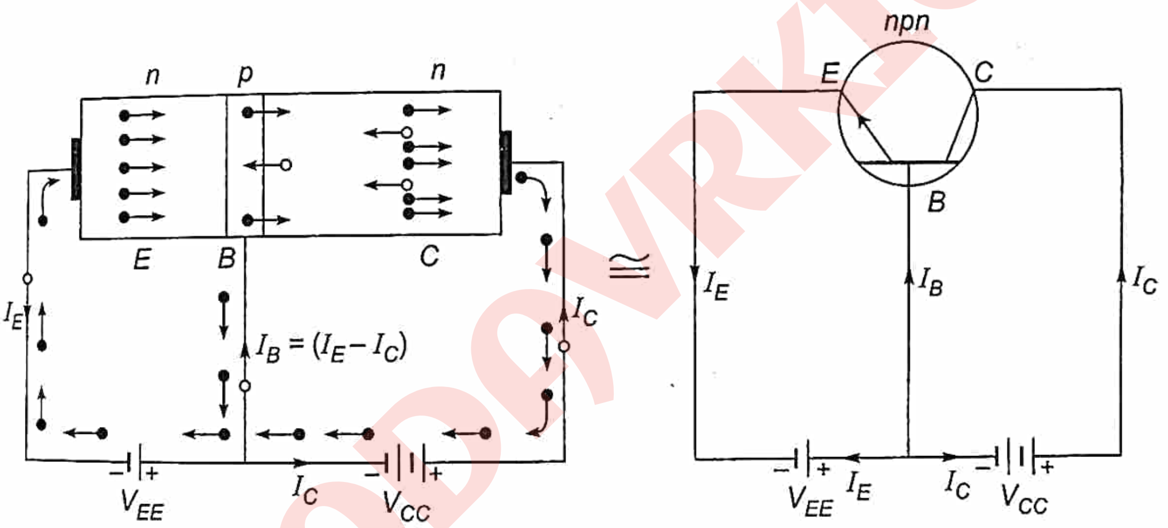
एमीटर की बायसिंग के कारण बहुत कम मात्रा में उत्क्रम धारा (reverse leakage current) प्रवाहित होती है।

pnp ट्रांजिस्टर के बाहरी परिपथ में धारा इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह के कारण बहती है। अत: बाहरी परिपथ में—

$$I_E = I_B + I_C \qquad \text{... (5)}$$

§ 6.33 *npn* ट्रांजिस्टर (*npn* Transistor)

चित्र 6.36 में एक *npn* ट्रांजिस्टर का बायसिंग परिपथ प्रदर्शित किया गया है। अभिनति के नियमानुसार एमीटर बेस संधि अग्र अभिनति में तथा कलेक्टर बेस सन्धि उत्क्रम अभिनति में संयोजित की गई है।



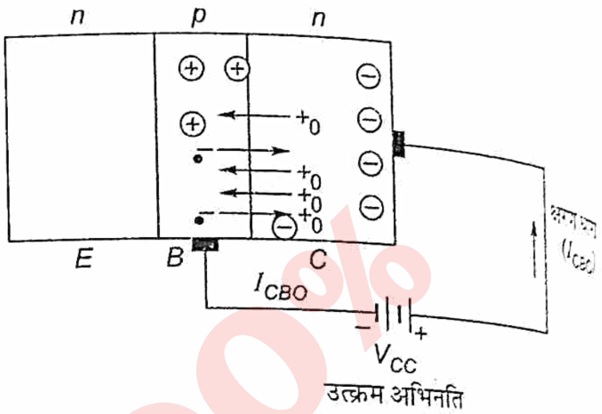
चित्र 6.36

एमीटर-बेस बैटरी V_{EE} के प्रभाव से एमीटर (*N*-Material) के इलेक्ट्रॉन जो मेजॉरिटी कैरियर हैं एमीटर-बेस जंक्शन को पार कर बेस में पहुँच जाते हैं। चूँकि बेस क्षेत्र की डोपिंग बहुत हल्की (light doping) की जाती है, अत: एमीटर से आने वाले इलेक्ट्रॉन में से कुछ बेस के कोटर से संयोग कर लुप्त हो जाते हैं। शेष इलेक्ट्रॉन बेस कलेक्टर सन्धि से विसरित (diffuse) होकर कलेक्टर क्षेत्र में आ जाते हैं जहाँ से ये कलेक्टर बैटरी V_{CC} के द्वारा तुरन्त ग्रहण कर लिए जाते हैं। कलेक्टर से बैटरी V_{CC} में जाने वाले इलेक्ट्रॉनों के कारण ही कलेक्टर धारा I_C प्रवाहित होती है। एमीटर-बेस जंक्शन में धारा (I_E) कलेक्टर-बेस जंक्शन में प्रवाहित होने वाली धारा (I_C) की तुलना में अधिक होती हैं। बेस क्षेत्र की चौड़ाई बहुत कम होती है जिसके कारण एमीटर से बेस क्षेत्र में पहुँचने वाले इलेक्ट्रॉन में से अधिकतम कलेक्टर क्षेत्र में विसरित हो जाते हैं। इस प्रकार बेस क्षेत्र में कोटर से संयोग करने वाले इलेक्ट्रॉन की संख्या बहुत कम होती है तथा बेस धारा (I_B) भी कम होती है।

npn ट्रांजिस्टर में अन्दर धारा चालन इलेक्ट्रॉनों के द्वारा होता है तथा बाहरी परिपथ में कोटर का प्रवाह होता है। अत: बाहरी परिपथ में

$$I_E = I_B + I_C$$

§ 6.34 ट्रांजिस्टर में क्षरण धारा (Leakage Current in Transistor) I_{CBO}



चित्र 6.37

ट्रांजिस्टर में कलेक्टर-बेस जंक्शन रिवर्स बायस में संयोजित किया जाता है। C-B जंक्शन पर इस रिवर्स बायस के कारण जंक्शन में एक उत्क्रम धारा (reverse current) प्रवाहित होती है। यह धारा अल्पसंख्यक आवेशवाहक के C-B जंक्शन में विसरण के कारण बहती है। कलेक्टर (n-टाइप) में कोटर (Holes) तथा बेस (p-टाइप) में इलेक्ट्रॉन अल्पसंख्यक आवेशवाहक होते हैं।

यह धारा I_{CBO} या I_{CO} द्वारा प्रदर्शित की जाती है तथा क्षरण धारा (leakage current) कहलाती है (चित्र 6.19)।

इसके अतिरिक्त ट्रांजिस्टर में E-B जंक्शन फारवर्ड बायस होने (V_{EE}) के कारण कलेक्टर धारा I_C प्रवाहित होती है जिसका मान समीकरण $\left(\alpha = \frac{I_C}{I_E}\right)$ के अनुसार αI_E है।

इस प्रकार कलेक्टर क्षेत्र में दो धाराएँ प्रवाहित होती हैं—एक αI_E तथा दूसरी I_{CBO}

अत:

$$I_C = \alpha I_E + I_{CO} \quad \text{...(6)}$$

यदि E-B जंक्शन पर कोई बायस नहीं है तब भी C-B जंक्शन में रिवर्स धारा प्रवाहित होती रहेगी, अर्थात् जब $V_{EE} = 0$ तब समीकरण (6) से

$$I_C = I_{CO}$$

§ 6.35 प्रवर्धन/लाभ (Amplification/Gain)

किसी भी ट्रांजिस्टर का प्रवर्धन/लाभ उस ट्रांजिस्टर के निर्गत (output) तथा निवेशी (input) संकेतों (signals) का अनुपात होता है।

अर्थात्

$$\text{प्रवर्धन/लाभ} = \frac{\text{निर्गत}}{\text{निवेशी}} \quad \text{...(7)}$$

ट्रांजिस्टर का प्रमुख उपयोग प्रवर्धक (amplifier) की भाँति किया जाता है। किसी निवेशी संकेत (input signal) के लिए—

(i) धारा प्रवर्धन (Current Amplification)

(ii) विभव प्रवर्धन (Voltage Amplification) तथा

(iii) शक्ति प्रवर्धन (Power Amplification)

ट्रांजिस्टर के द्वारा प्राप्त किया जाता है।

§ 6.36 ट्रांजिस्टर के अभिलक्षण एवं संयोजन प्रवर्धक के रूप में (Transistor Characteristic and Configuration as an Amplifier)

ट्रांजिस्टर में तीन टर्मिनल-उत्सर्जक, आधार तथा संग्राहक होते हैं। जब ट्रांजिस्टर को किसी परिपथ में जोड़ना होता है तो दो निवेशी तथा दो निर्गत अर्थात् चार टर्मिनलों की आवश्यकता होती है। इस कठिनाई को दूर करने के लिए ट्रांजिस्टर के एक टर्मिनल को निवेशी तथा निर्गत परिपथों में उभयनिष्ठ बनाया जाता है। निवेशी संकेत (input signal) को उभयनिष्ठ टर्मिनल तथा शेष दोनों टर्मिनलों में से किसी एक के बीच लगाया जाता है जबकि निर्गत संकेत (output signal) को उभयनिष्ठ टर्मिनल तथा शेष बचे टर्मिनल के बीच प्राप्त किया जाता है।

YADAVRK100%

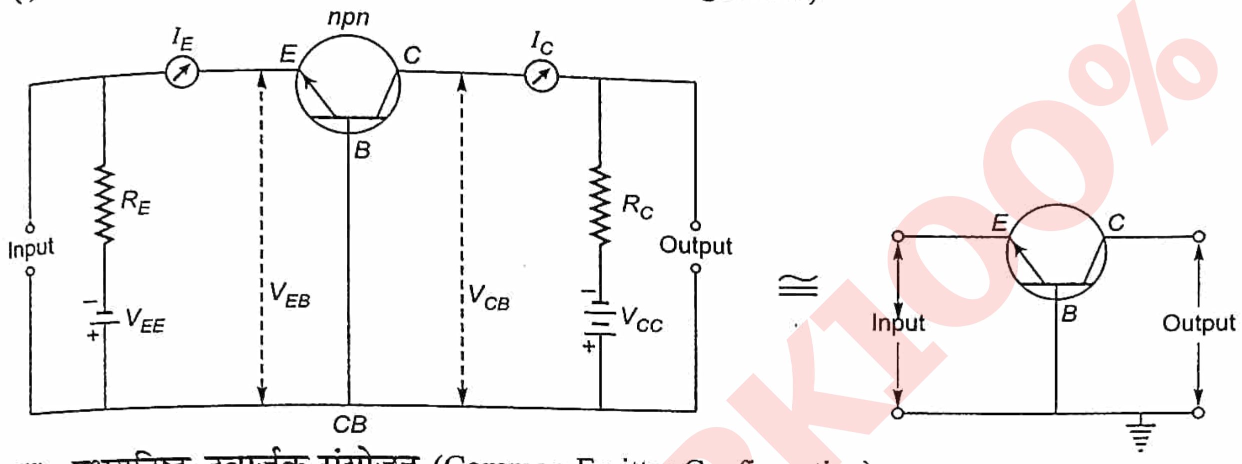
अतः किसी ट्रांजिस्टर में तीन प्रकार के परिपथ सम्बन्ध सम्भव हैं जिन्हें विन्यास अथवा संयोजन कहते हैं।

(i) उभयनिष्ठ-आधार संयोजन (Common Base Configuration-CB)

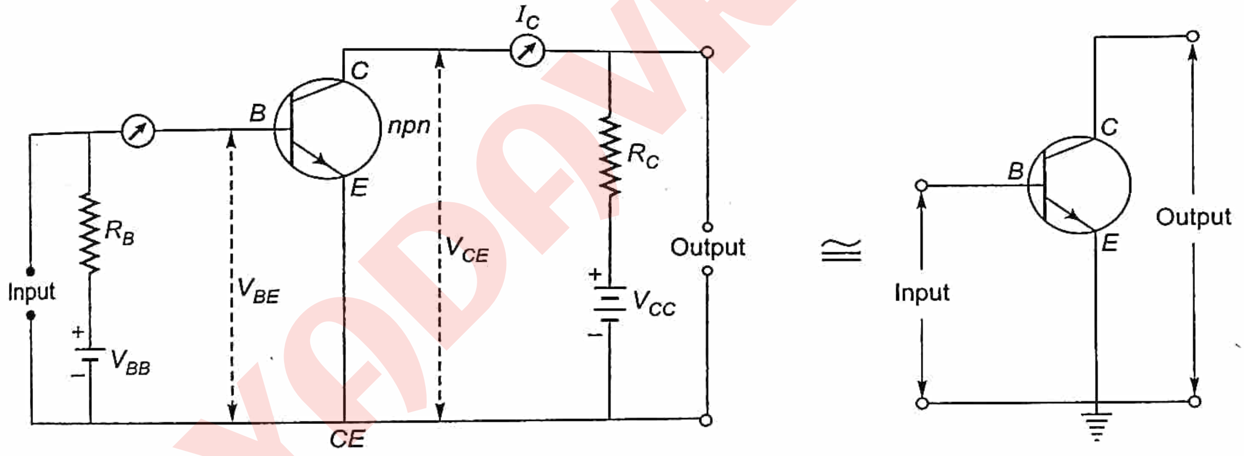
(ii) उभयनिष्ठ-उत्सर्जक संयोजन (Common Emitter Configuration-CE)

(iii) उभयनिष्ठ-संग्राहक संयोजन (Common Collector Configuration-CC)

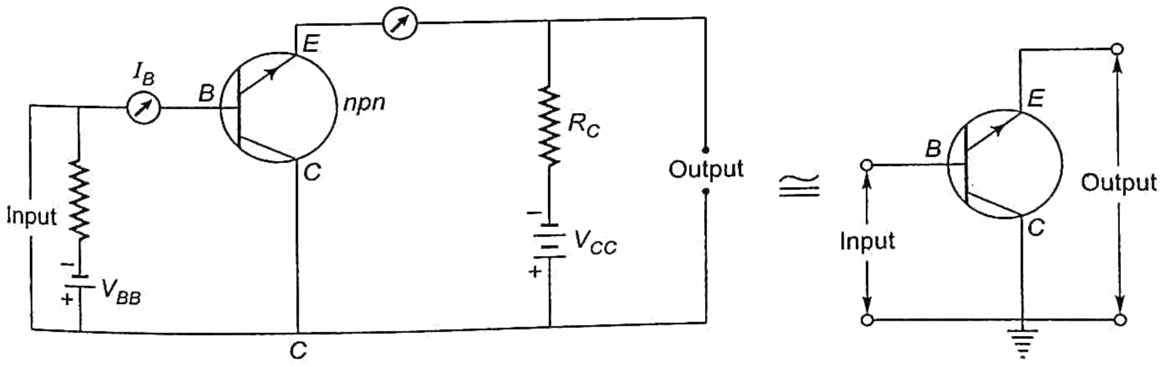
(i) **उभयनिष्ठ-आधार संयोजन** (Common Base Configuration)



(ii) **उभयनिष्ठ-उत्सर्जक संयोजन** (Common Emitter Configuration)



(iii) **उभयनिष्ठ-संग्राहक संयोजन** (Common Collector Configuration)



चित्र 6.38

YADAVRK100%

चित्र 6.38 में तीनों प्रकार के ट्रांजिस्टर संयोजन के सरल परिपथ दिखाए गए हैं। ट्रांजिस्टर को इन विभिन्न बन्धों में प्रयोग करने पर इन परिपथों द्वारा धारा, वोल्टेज एवं शक्ति प्रवर्धन (voltage and power amplification) प्राप्त किया जा सकता है। प्रत्येक संयोजन के अपने अलग अभिलक्षण होते हैं।

यदि किसी ट्रांजिस्टर का प्रयोग कर निवेशी संकेत (input signal) का धारा-प्रवर्धन किया जा रहा हो तो ट्रांजिस्टर के विभिन्न संयोजनों के लिए धारा लाभ-धारा प्रवर्धन गुणांक (current amplification factor) के रूप में प्राप्त होता है, जो इस प्रकार होता है—

(i) उभयनिष्ठ-आधार संयोजन (Common Base Configuration) के धारा प्रर्वधन गुणांक (current amplification factor) को α (alpha) कहते हैं। अत: समीकरण (7) से—

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \qquad \ldots (8)$$

(ii) उभयनिष्ठ-उत्सर्जक संयोजन के धारा प्रवर्धन गुणांक को β (Beta) कहते हैं। अत: समीकरण (7) से

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \qquad \ldots (9)$$

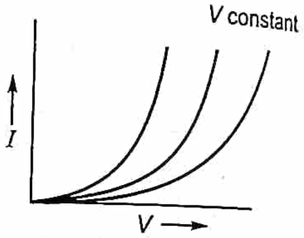
(iii) उभयनिष्ठ-संग्राहक संयोजन के धारा प्रवर्धन गुणांक को γ (gamma) कहते हैं। अत: समीकरण (7) से

$$\gamma = \frac{\Delta I_E}{\Delta I_B} \qquad \ldots (10)$$

प्रत्येक संयोजन के अपने अलग अभिलक्षण होते हैं। इन अभिलक्षणों के आधार पर ही इलेक्ट्रॉनिक परिपथ डिजाइन किए जाते हैं। प्रत्येक संयोजन की विस्तृत जानकारी निम्न अभिलक्षणों द्वारा प्राप्त की जा सकती है—

(i) निवेशी अभिलक्षण (Input Characteristics)

(ii) निर्गत अभिलक्षण (Output Characteristics)



निवेशी अभिलक्षण वक्र

चित्र 6.39 (a)

किसी भी ट्रांजिस्टर (*npn* या *pnp*) के लिए किसी भी संयोजन (*CB, CE, CC*) में निवेशी तथा निर्गत अभिलक्षण वक्र, धारा तथा विभव के मध्य खींचा जाता है चित्र 6.39 (a तथा b), इसके लिए निम्न तरीका अपनाते हैं—

(1) ट्रांजिस्टर संयोजन के अनुसार विभव *V* के विभिन्न मानों के संगत धारा *I* को प्राप्त कर उनके मध्य वक्र निम्नानुसार प्राप्त करते हैं—

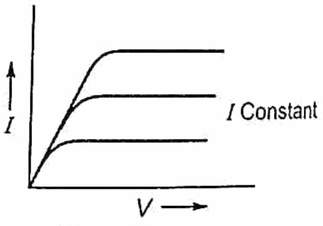
(2) अभिलक्षण वक्र का स्वरूप निम्न प्रकार होता है—

(a) निवेशी अभिलक्षण वक्र के लिए (For input characteristic curve)

$$(V_{I/P} \text{ vs } I_{I/P}) \quad V_{O/P} = \text{Constant} \qquad \ldots (11)$$

(b) निर्गत अभिलक्षण वक्र के लिए (For output characteristic curve)

$$(V_{O/P} \text{ vs } I_{O/P}) \quad I_{I/P} = \text{Constant} \qquad \ldots (12)$$



निर्गत अभिलक्षण वक्र

चित्र 6.39 (b)

उदाहरणत: उभयनिष्ठ उत्सर्जक संयोजन (*CE*) के लिए—

चित्र 6.40 के अनुसार निवेशी अभिलक्षण वक्र को निम्न चरणों (steps) में समझा जा सकता है—

YADAVRK100%

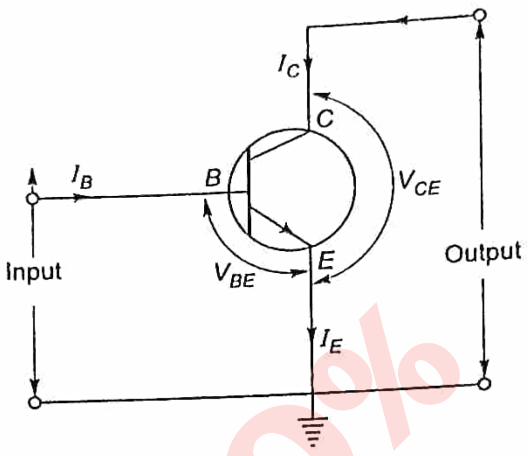
(I) सम्बन्ध में—

(i) ($V_{I/P}$ (Voltage in between I/P Terminals)) का तात्पर्य है कि I/P terminal के मध्य वोल्टेज अर्थात् V_{BE}।

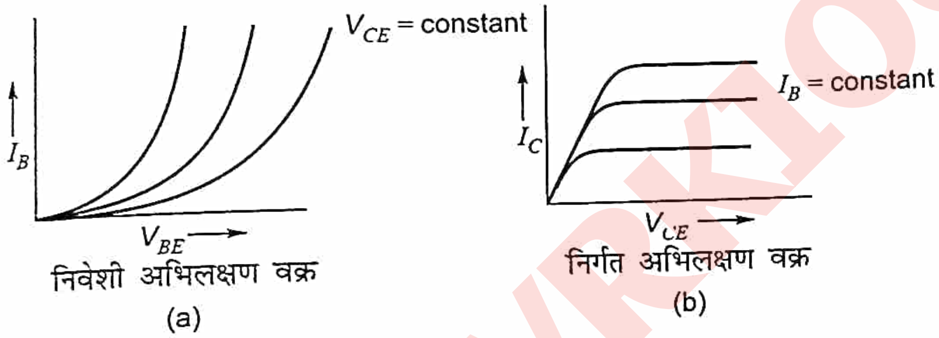
(ii) $I_{I/P}$ का तात्पर्य है कि Input होने वाली धारा अर्थात् I_B.

(iii) ($V_{O/P}$ (Voltage in between O/P terminals) = Constant का तात्पर्य है कि O/P terminals के मध्य नियत वोल्टेज अर्थात् V_{CE} नियत

अत: बताये गये तरीके के प्रथम एवं द्वितीय चरण के अनुसार निवेशी अभिलक्षण वक्र निम्न प्रकार होगा—



चित्र 6.40



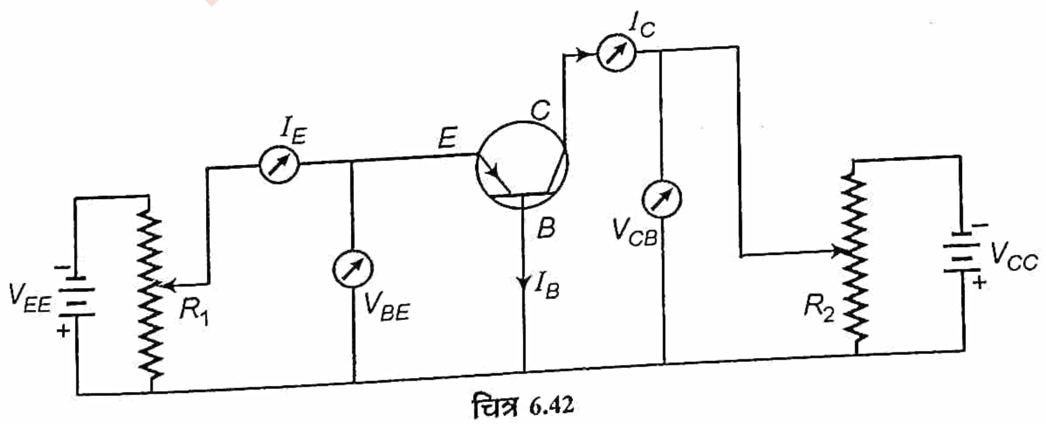
चित्र 6.41

इसी प्रकार निर्गत अभिलक्षण वक्र भी चित्र 6.41 (b) के अनुसार प्राप्त किया जा सकता है।

§ 6.37 उभयनिष्ठ आधार संयोजन (Common Base Configuration)

इसे ग्राउन्ड बेस बन्ध (ground base configuration) भी कहते हैं। कॉमन बेस परिपथ में बेस टर्मिनल आउटपुट तथा इनपुट दोनों में कॉमन होता है। चित्र 6.42 में कॉमन बेस ट्रांजिस्टर (*pnp*) के निर्गत एवं निवेशी अभिलक्षण ज्ञात करने के लिए परिपथ प्रदर्शित किया गया है। निवेशी टर्मिनल एमीटर एवं बेस है तथा निर्गत टर्मिनल कलेक्टर एवं बेस है।

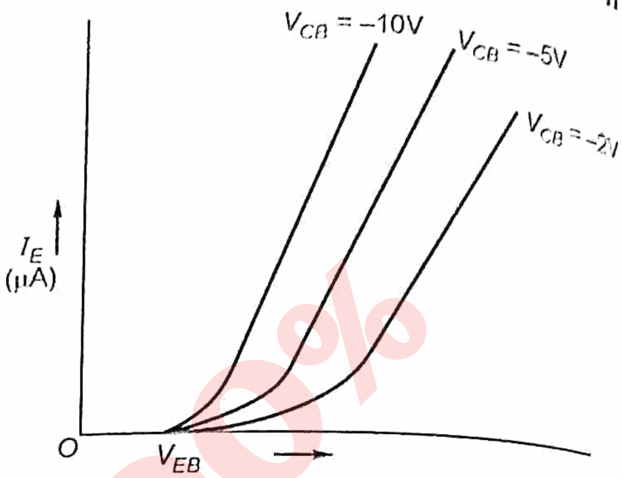
निवेशी अभिलक्षण (Input Characteristic)—निवेशी वोल्टेज (V_{EB}) तथा निवेशी धारा (I_E) के मध्य खींचा गया वक्र (स्थिर कलेक्टर वोल्टेज (V_{CB}) पर) निवेशी अभिलक्षण वक्र कहलाता है।



चित्र 6.42

चित्र 6.43 में कॉमन बेस परिपथ के निवेशी अभिलक्षण (Input Characteristics) वक्र को प्रदर्शित किया गया है।

अभिलक्षण वक्र प्राप्त करने के लिए V_{CB} को स्थिर रखा जाता है तथा इनपुट खण्ड (Input Section) में लगे परिवर्ती प्रतिरोध द्वारा V_{EB} को परिवर्तित करते हुए I_E के संगत मान प्राप्त किये जाते हैं। चित्र (6.42) से स्पष्ट है कि V_{BE} के परिवर्तन केवल E-B जंक्शन के अग्र अभिनति में परिवर्तित करते हैं। अत: कॉमन बेस परिपथ के निवेशी अभिलक्षण *pn* जंक्शन के अग्र-अभिनति अभिलक्षण (forward bias characteristics) की भाँति है। अत: निवेशी अभिलक्षणों से ट्रांजिस्टर का गतिज निवेशी प्रतिरोध (dynamic input resistance) ज्ञात किया जा सकता है।



चित्र 6.43 : निवेशी अभिलक्षण वक्र

कॉमन बेस संयोजन का गतिज निवेशी प्रतिरोध

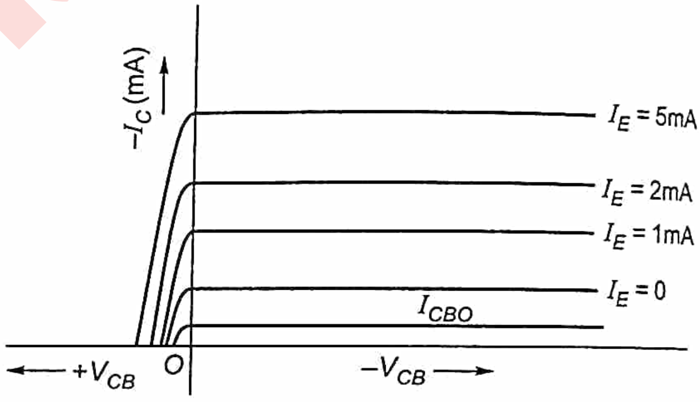
$$r_i = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_E}$$

(जब V_{CB} स्थिर है।)

चूँकि V_{BE} के मान में अल्प परिवर्तन (small change) एमीटर धारा I_E में अत्यधिक परिवर्तन उत्पन्न करता है। अत: कॉमन बेस ट्रांजिस्टर परिपथ का गतिक निवेशी प्रतिरोध का r_i का मान काफी कम होता है।

निर्गत अभिलक्षण (Output Characterstics)—कॉमन-बेस ट्रांजिस्टर में स्थिर एमीटर धारा (I_E) पर कलेक्टर-बेस वोल्टेज (V_{CB}) तथा कलेक्टर धारा (I_C) में सम्बन्ध निर्गत अभिलक्षण कहलाता है। यह अभिलक्षण चित्र 6.44 में प्रदर्शित है।

pnp ट्रांजिस्टर के प्रचालन में एमीटर से बेस क्षेत्र को इन्जेक्ट किये गये **कोटर** (holes) में से अधिकांश कोटर कलेक्टर क्षेत्र में पहुँच जाते हैं, अत: I_C लगभग I_E के बराबर ($I_C \approx I_E$) होती है। निर्गत अभिलक्षण खींचते समय I_E का मान स्थिर रखा जाता है, अत: V_{CB} के परिवर्तन का I_C पर कोई विशेष प्रभाव नहीं पड़ता है। ($\therefore I_C \approx I_E$) चित्र 6.44 में कॉमन बेस परिपथ का निर्गत अभिलक्षण वक्र प्रदर्शित किया गया है। स्पष्ट है कि कलेक्टर धारा I_C का मान V_{CB} पर निर्भर नहीं करता है तथा इसका मान I_E के तुल्य प्राप्त होता है (चित्र 6.44)। जब इनपुट धारा I_E शून्य होती है तब भी I_C धारा शून्य नहीं होती अर्थात् E-B जंक्शन पर जब कोई अभिनति नहीं होता तब $V_{CB} - I_C$ वक्र उत्क्रम संतृप्त धारा (reverse saturation current) I_{CBO} को प्रदर्शित करता है। यह धारा C-B जंक्शन पर उत्क्रम अभिनति होने के कारण प्रवाहित होती है। जब I_E का मान बढ़ाया जाता है, तब I_C जो I_E से कुछ ही कम होती है, कलेक्टर परिपथ में प्रवाहित होती है। इन दोनों धाराओं I_C तथा I_E के अन्तर के तुल्य बेस धारा $I_B = I_E - I_C$ होती है क्योंकि इन दोनों धाराओं के अन्तर के तुल्य कोटर (equivalent hole) बेस में लुप्त होते हैं। चूँकि V_{CB} के परिवर्तन का I_C पर लगभग कोई प्रभाव नहीं है, अत: कॉमन बेस परिपथ का गतिज निर्गत प्रतिरोध (dynamic output resistance) बहुत उच्च (MΩ मेगाओम के क्रम का) होता है। चित्र 6.44 से ट्रांजिस्टर का गतिज निर्गत प्रतिरोध



चित्र 6.44 : निर्गत अभिलक्षण वक्र

$$r_d = \frac{\Delta V_{CB}}{\Delta I_C} \qquad \text{(जब } I_E \text{ स्थिर है।)}$$

तथा कॉमन बेस परिपथ का धारा प्रवर्धन गुणांक (Current Amplification Factor)

$$\alpha = \frac{\text{निर्गत धारा}}{\text{निवेशी धारा}}$$

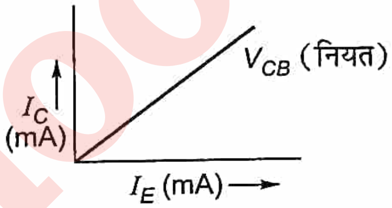
α_{dc} **(दिष्ट धारा लाभ)**—अभिलक्षण वक्र चित्र 6.44 से स्पष्ट है कि V_{CB} की ऋणात्मक स्थिति में I_C तथा I_E के मान लगभग बराबर हैं।

$$\therefore \quad \alpha_{dc} = \frac{I_C}{I_E} \approx 1$$

α_{ac} **(प्रत्यावर्ती धारा लाभ)**—ट्रांजिस्टर को प्रवर्धक की तरह प्रयुक्त किया जाता है जिसमें निवेशी संकेत (Input signal) प्रत्यावर्ती (AC) होती है।

अर्थात्
$$\alpha_{ac} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E} \qquad \text{(जब } V_{CB} \text{ स्थिर है।)} \qquad ...(13)$$

स्थानान्तरण अभिलक्षण (Transfer Characteristic)—स्थिर कलेक्टर धारा I_C तथा स्थिर एमीटर धारा I_E के मध्य वक्र जब V_{CB} नियत हो चित्र (6.45) की भाँति प्राप्त होता है।



चित्र 6.45

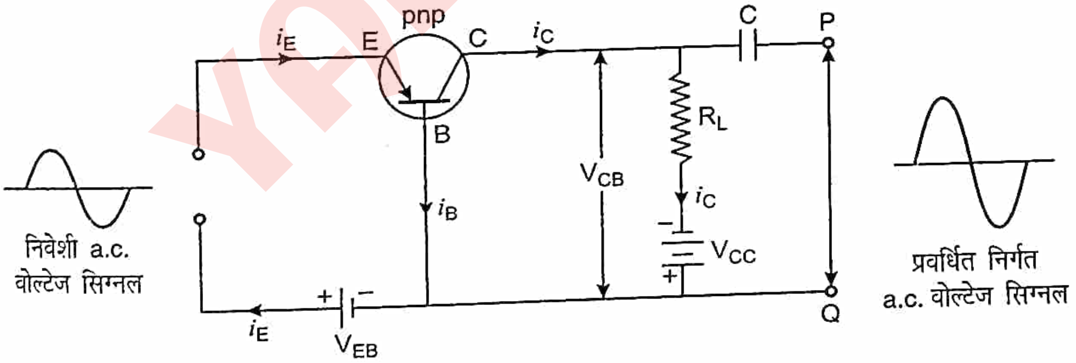
α_{dc} तथा α_{ac} में अन्तर

α_{dc}— ट्रांजिस्टर की उत्कृष्टता (good performance) की एक मुख्य माप है। एक अच्छे ट्रांजिस्टर का α_{dc} उच्च होता है।

α_{ac}—ट्रांजिस्टर में प्रचालन की अवस्था (operating condition) को सूचित करता है।

§ 6.38 उभनियष्ठ आधार प्रवर्धक (Common Base Amplifier)

जब किसी *pnp* ट्रांजिस्टर को उभयनिष्ठ-आधार विन्यास में जोड़ा जाता है तो उत्सर्जक-वोल्टेज में थोड़ा-सा ही परिवर्तन करने पर उत्सर्जक-धारा में काफी अधिक परिवर्तन हो जाता है, और इसके संगत संग्राहक-धारा में भी पर्याप्त परिवर्तन होता है। इस प्रकार, यदि किसी प्रत्यावर्ती वोल्टेज को उत्सर्जक पर लगाया जाये तो संग्राहक से जुड़े लोड के सिरों के बीच एक उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टेज उत्पन्न हो जायेगा। अत: ट्रांजिस्टर को प्रवर्धक की तरह प्रयुक्त किया जा सकता है (चित्र 6.46)।



चित्र 6.46

प्रवर्धित निर्गत सिग्नल, संग्राहक-आधार $(C-B)$ परिपथ में एक संधारित्र C जोड़कर प्राप्त किया जाता है।

माना कि निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल लगाने से पूर्व i_E, i_B तथा i_C क्रमश: उत्सर्जक-धारा, आधार-धारा तथा संग्राहक-धारा हैं। किरचॉफ के धारा-नियम से,

$$i_E = i_B + i_C \qquad ...(i)$$

संग्राहक-धारा i_C के कारण, लोड R_L में विभव-पतन $i_C R_L$ है। अत: संग्राहक C तथा आधार B के बीच विभवान्तर अर्थात् संग्राहक-आधार वोल्टेज (collector-to-base boltage) V_{CB} निम्नलिखित होगा—

YADAVRK100%

$$V_{CB} = V_{CC} - i_C R_L \quad ...(14)$$

जब उत्सर्जक-आधार (E-E) परिपथ पर निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल लगाया जाता है तो उत्सर्जक-आधार वोल्टेज V_{EB} परिवर्तित होता रहता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E में तथा इस कारण संग्राहक-धारा i_C में परिवर्तन होता रहता है। इसके फलस्वरूप, संग्राहक-आधार वोल्टेज V_{CB}, समी० (14) के अनुरूप परिवर्तित होता रहता है। निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल लगाने पर, वोल्टेज V_{CB} में होने वाले परिवर्तन (variations) ही प्रवर्धित निर्गत प्रत्यावर्ती वोल्टेज के रूप में प्राप्त होते हैं।

उभयनिष्ठ-आधार प्रवर्धक में प्राप्त धारा प्रवर्धन/लाभ (α) का मान 1 से कुछ कम होता है अर्थात् इस प्रवर्धक में कुछ धारा हानि होती है। α का प्रायोगिक मान 0.9 से 0.995 तक होता है।

निवेशी तथा निर्गत सिग्नलों में कला सम्बन्ध (Phase relationship) : उभयनिष्ठ-आधार प्रवर्धन में, निवेशी वोल्टेज सिग्नल तथा निर्गत वोल्टेज सिग्नल एक ही कला में होते हैं।

माना कि निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल का पहला अर्द्ध-चक्र धनात्मक है। चूँकि उत्सर्जक, आधार के सापेक्ष धनात्मक है, अतः पहले अर्द्ध-चक्र के दौरान उत्सर्जक-आधार परिपथ का अग्र अभिनत वोल्टेज बढ़ता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E, और इस कारण संग्राहक-धारा i_C, बढ़ती है। i_C के बढ़ने से संग्राहक-आधार वोल्टेज V_{CB} घटता है (क्योंकि $V_{CB} = V_{CC} - i_C R_L$)। चूँकि संग्राहक बैटरी V_{CC} के ऋण टर्मिनल से जुड़ा है, अतः संग्राहक वोल्टेज के घटने का अर्थ है कि संग्राहक कम ऋणात्मक हो जाता है अर्थात् लोड प्रतिरोध R_L का ρ सिरा अधिक धनात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल के धनात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान लोड प्रतिरोध R_L पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिग्नल का अर्द्ध-चक्र भी धनात्मक होता है।

निवेशी वोल्टेज सिग्नल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान उत्सर्जक-आधार परिपथ का अग्र अभिनत वोल्टेज घटता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E, और इस कारण संग्राहक-धारा i_C घटती है। i_C के घटने से संग्राहक-आधार वोल्टेज V_{CB} बढ़ता है अर्थात् संग्राहक अधिक ऋणात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान, संग्राहक पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिग्नल का अर्द्ध-चक्र भी **ऋणात्मक** होता है।

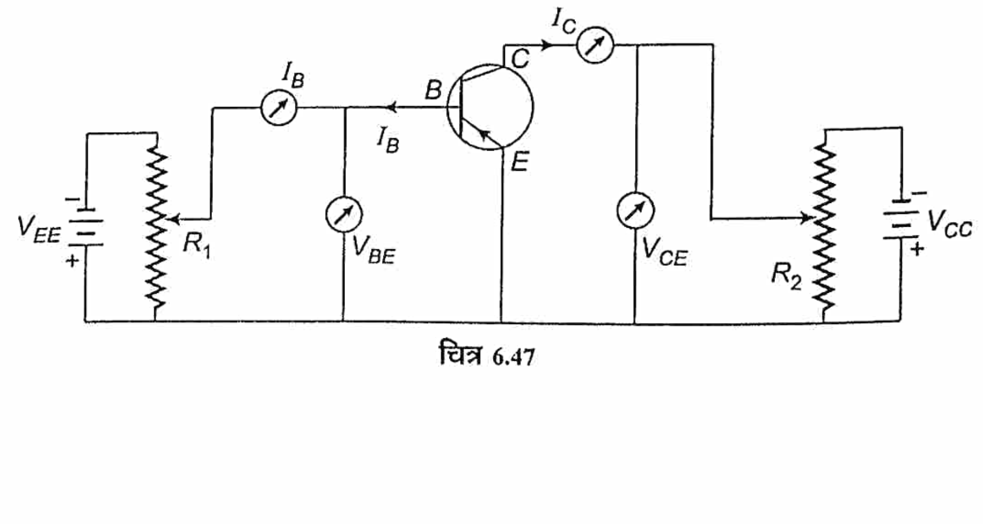
स्पष्ट है कि **उभयनिष्ठ-आधार प्रवर्धक में,** निर्गत वोल्टेज सिग्नल तथा निवेशी वोल्टेज सिग्नल समान कला में होते हैं।

§ 6.39 उभयनिष्ठ-उत्सर्जक संयोजन (Common Emitter Configuration)

कॉमन एमीटर ट्रान्जिस्टर परिपथ में एमीटर टर्मिनल निवेशी तथा निर्गत दोनों में कॉमन होता है। परिपथ में निवेशी खण्ड के टर्मिनल, बेस तथा एमीटर होते हैं एवं निर्गत खण्ड के टर्मिनल, कलेक्टर तथा बेस होते हैं।

चित्र 6.47 में एक कॉमन एमीटर ट्रांजिस्टर के अभिलक्षण ज्ञात करने हेतु परिपथ प्रदर्शित किया गया है।

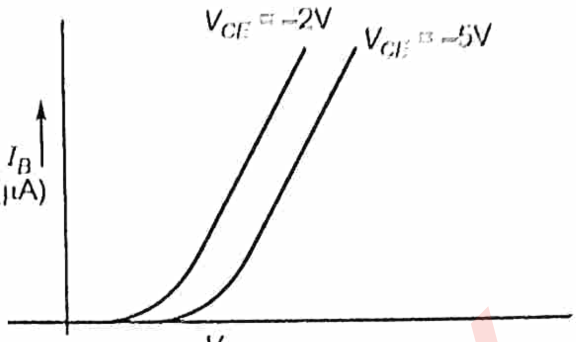
निवेशी अभिलक्षण—निवेशी साइड में बेस एमीटर वोल्टेज V_{BE} तथा निवेशी धारा (बेस धारा) I_B के मध्य खींचा गया वक्र जब निर्गत साइड में कलेक्टर एमीटर वोल्टेज V_{CE} स्थिर हो, निवेशी अभिलक्षण वक्र कहलाता है।



चित्र 6.47

यदि $V_{CE} = 0$ अर्थात् कलेक्टर बेस जंक्शन पर रिवर्स बायस वोल्टेज न प्रयुक्त की जाये तब I_B का मान अधिकतम होगा क्योंकि एमीटर से इन्जेक्ट किए गए सभी कोटर (hole) बेस क्षेत्र में धारा प्रवाह करेंगे ($\because I_B = I_E \sim I_C$)।

जैसे ही कलेक्टर पर V_{CE} (रिवर्स वोल्टेज) प्रयुक्त (apply) की जाती है, अधिकांश आवेश वाहक संग्राहक द्वारा आकर्षित कर लिए जाते हैं तथा I_B का मान बहुत कम (माइक्रो एम्पियर के क्रम में) हो जाता है। चित्र 6.48 में कॉमन एमीटर परिपथ के निवेशी अभिलक्षण वक्र प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 6.48 : निवेशी अभिलक्षण वक्र

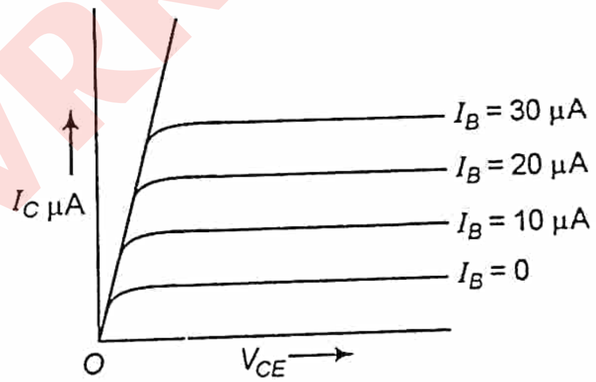
अभिलक्षणों से स्पष्ट है कि V_{BE} में थोड़ी वृद्धि से बेस धारा में काफी वृद्धि होती है।

कॉमन एमीटर संयोजन में गतिज निवेशी प्रतिरोध

$$r_i = \frac{\Delta V_{BE}}{\Delta I_B} \qquad (\text{जब } I_{CB} \text{ स्थिर हो})$$

चूँकि V_{BE} के अल्प परिवर्तन से बेस धारा I_B में अधिक परिवर्तन होता है। अत: कॉमन एमीटर ट्रांजिस्टर परिपथ का गतिज निवेशी प्रतिरोध कम होता है।

निर्गत अभिलक्षण (Output Characteristics)—कॉमन एमीटर संयोजन में निर्गत वोल्टेज (V_{CE}) तथा निर्गत धारा (I_C) के मध्य खींचा गया वक्र जब निवेशी बेस धारा (I_B) को स्थिर रखा गया हो निर्गत अभिलक्षण वक्र कहलाता है तथा चित्र (6.49) की भाँति प्राप्त होता है।



निर्गत (Output) अभिलक्षण वक्र

चित्र 6.49

अभिलक्षणों से स्पष्ट है कि कम (low) बेस धारा पर कलेक्टर वोल्टेज (V_{CE}) का, कलेक्टर धारा (I_C) पर बहुत कम प्रभाव है परन्तु उच्च बेस धारा पर यह प्रभाव बढ़ जाता है। चूँकि कॉमन एमीटर परिपथ में निर्गत धारा (I_C), निवेशी धारा (I_B) की तुलना में काफी अधिक होती है, अत: इस परिपथ का धारा लाभ (β) सदैव 1 से अधिक होता है।

धारा प्रवर्धन गुणांक $$\beta = \frac{\text{निर्गत धारा}}{\text{निवेशी धारा}}$$

अत: $$\beta_{dc} = \frac{I_C}{I_B}$$

तथा $$\beta_{ac} = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \qquad ...(15)$$

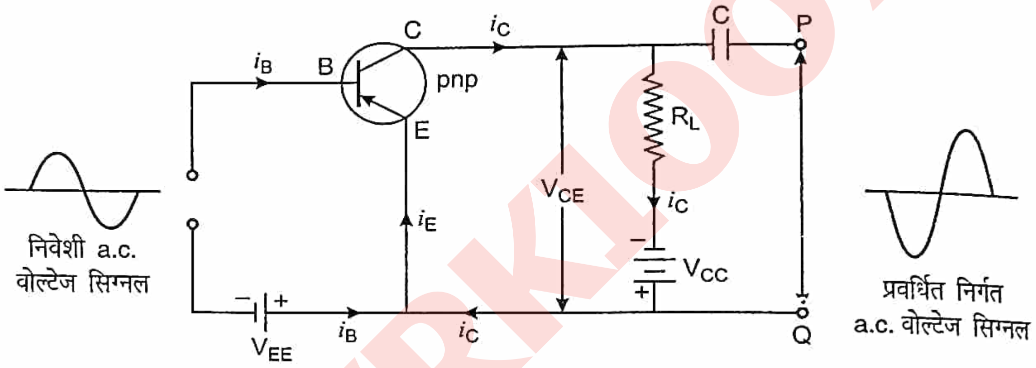
तथा **परिपथ का गतिज निर्गत प्रतिरोध** (Dynamic Output Resistance)

$$r_0 = \frac{\Delta V_{CE}}{\Delta I_C} \qquad (\text{जब } I_B \text{ स्थिर है})$$

YADAVRK100%

§ 6.40 उभयनिष्ठ-उत्सर्जक प्रवर्धक (Common-emitter amplifier)

चित्रानुसार उत्सर्जक-आधार ($B-E$) निवेशी परिपथ को एक निम्न वोल्टेज बैटरी V_{BE} के द्वारा अग्र अभिनत (forward biased) रखा जाता है जिससे कि निवेशी परिपथ का प्रतिरोध कम होता है। संग्राहक-उत्सर्जक ($C-E$) निर्गत परिपथ को एक उच्च वोल्टेज बैटरी V_{CC} के द्वारा उत्क्रम अभिनत (reverse biased) रखा जाता है जिससे कि निर्गत परिपथ का प्रतिरोध काफी अधिक होता है। एक लोड-प्रतिरोध R_L, निर्गत संग्राहक-उत्सर्जक परिपथ में चित्रानुसार जोड़ा गया है। निर्बल निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल V_i (weak input alternating voltage signal) आधार-उत्सर्जक ($B-E$) परिपथ में लगाया जाता है तथा प्रवर्धित प्रत्यावर्ती निर्गत सिग्नल (amplified alternating output signal) संग्राहक-उत्सर्जक ($C-C$) परिपथ में संधारित्र C चित्रानुसार जोड़कर बिन्दुओं P व Q के मध्य प्राप्त किया जाता है।



चित्र 6.50

माना कि निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल लगाने से पूर्व i_E, i_B तथा i_C क्रमशः उत्सर्जक-धारा (emitter current), आधार-धारा (base current) तथा संग्राहक-धारा (collector current) हैं। किरचॉफ के धारा-नियम से,

$$i_E = i_B + i_C \quad \text{...(i)}$$

संग्राहक-धारा i_C के कारण (जो कि i_E से तनिक कम है), लोड R_L में विभव-पतन $i_C R_L$ है। अतः संग्राहक C तथा उत्सर्जक E के बीच विभवान्तर अर्थात् संग्राहक-उत्जर्सक वोल्टेज (collector-to-emitter voltage) V_{CE},

$$V_{CE} = V_{CC} - i_C R_L \quad \text{...(ii)}$$

जब आधार-उत्सर्जक ($B-E$) परिपथ पर निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल लगाया जाता है तो आधार-उत्सर्जक वोल्टेज ($V_{BE} \pm V_i$) परिवर्तित होता रहता है। इससे उत्जर्सक धारा i_E में तथा इस कारण संग्राहक-धारा i_C में भी परिवर्तन होता रहता है (आधार-धारा i_B में परिवर्तन बहुत कम होता है) इसके फलस्वरूप, संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज V_{CE}, समी० (ii) के अनुरूप परिवर्तित होता है। निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज (V_i) लगाने पर, वोल्टेज (V_{CE}) में होने वाले परिवर्तन (V_0) (variations) ही प्रवर्धित निर्गत वोल्टेज के रूप में प्राप्त होते हैं।

उभयनिष्ठ-उत्सर्जक प्रवर्धक में प्राप्त प्रवर्धन/धारा लाभ (β) का मान सामान्यतः 10 से 200 तक होता है।

निवेशी तथा निर्गत सिग्नलों में कला सम्बन्ध (Phase relationship)—उभयनिष्ठ-उत्सर्जक प्रवर्धक में, **निर्गत वोल्टेज तथा निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज के बीच 180° का कलान्तर होता है।**

माना कि निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल का पहला अर्द्ध-चक्र धनात्मक है। चूँकि आधार उत्सर्जक के सापेक्ष ऋणात्मक है, अतः पहले अर्द्ध-चक्र के दौरान आधार-उत्सर्जक परिपथ का अग्र अभिनत वोल्टेज घटता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E, और इस कारण संग्राहक-धारा i_C, घटती है। i_C के घटने से संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज V_{CE} बढ़ता है (क्योंकि $V_{CE} = V_{CC} - i_C R_L$)। चूँकि संग्राहक बैटरी V_{CC} के ऋण टर्मिनल से जुड़ा है, अतः संग्राहक वोल्टेज के बढ़ने का अर्थ है कि संग्राहक अधिक ऋणात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल के **धनात्मक** अर्द्ध-चक्र के दौरान संग्राहक पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिग्नल का अर्द्ध-चक्र **ऋणात्मक** होता है।

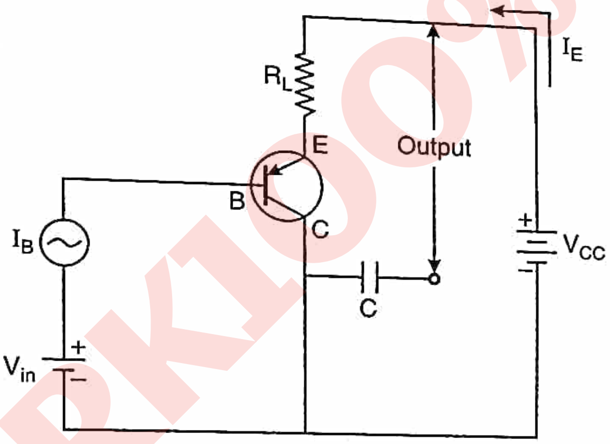
YODAVRK100%

निवेशी वोल्टेज सिग्नल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान आधार-उत्सर्जक परिपथ का अग्र अभिनत वोल्टेज बढ़ता है। इससे उत्सर्जक-धारा i_E, और इस कारण संग्राहक-धारा i_C, बढ़ती है। i_C के बढ़ने से संग्राहक-उत्सर्जक वोल्टेज V_{CE} घटता है अर्थात् संग्राहक कम ऋणात्मक हो जाता है। इस प्रकार, निवेशी प्रत्यावर्ती वोल्टेज सिग्नल के ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र के दौरान संग्राहक पर प्राप्त निर्गत वोल्टेज सिग्नल का अर्द्ध-चक्र **धनात्मक** होता है।

स्पष्ट है कि उभयनिष्ठ-उत्सर्जक में, निर्गत वोल्टेज सिग्नल तथा निवेशी वोल्टेज सिग्नल में 180° का कलान्तर होता है।

§ 6.41 उभयनिष्ठ-संग्राहक संयोजन (Common Collector Configuration)

इस संयोजन में निवेशी टर्मिनल, बेस एवं कलेक्टर तथा निर्गत टर्मिनल, कलेक्टर एवं एमीटर होता है। अर्थात् कलेक्टर टर्मिनल, निवेशी तथा निर्गत दोनों परिपथों में कॉमन होता है। चित्र 6.51 में एक *pnp* ट्रांजिस्टर को प्रयुक्त कर कॉमन कलेक्टर संयोजन प्रदर्शित किया गया है। निवेशी सिग्नल; बेस एवं कलेक्टर के मध्य लगाया जाता है जिससे निर्गत, एमीटर एवं कलेक्टर के मध्य प्राप्त होता है। परिपथ में R_L भार प्रतिरोध है जिसके सिरों के मध्य (across) निर्गत वोल्टेज प्राप्त होती है।



चित्र 6.51

कॉमन कलेक्टर ट्रांजिस्टर का निवेशी प्रतिरोध (input resistance) अति उच्च तथा निर्गत प्रतिरोध (output resistance) बहुत कम होता है। इस परिपथ का धारा लाभ (γ) उच्च परन्तु वोल्टेज प्रवर्धन (amplification) सदैव 1 से कम होता है।

कॉमन कलेक्टर प्रवर्धक (C-C amplifiers) का उपयोग प्रतिबाधा मिलान (impedance matching) तथा बफर स्टेज (buffer stage) में किया जाता है। परिपथ की निर्गत धारा I_E तथा निवेशी धारा I_B है। अत: धारा प्रवर्धन (current amplification)

$$\gamma_{dc} = \frac{I_E}{I_B}$$

तथा
$$\gamma_{ac} = \frac{\Delta I_E}{\Delta I_B} \quad \ldots(16)$$

§ 6.42 α एवं β में सम्बन्ध (Relation between α and β)

∵
$$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

या
$$I_C = \alpha I_E$$

तथा
$$\beta = \frac{I_C}{I_B}$$

या
$$\beta = \frac{\alpha I_E}{I_B}$$

या
$$\beta = \frac{\alpha I_E}{I_E - I_C} \quad [\because I_E = I_B + I_C]$$

$$= \frac{\alpha I_E}{I_E - \alpha I_E}$$

YADAVRK100%

$$= \frac{\alpha I_E}{(1-\alpha) I_E}$$

या $$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha} \qquad ...(17)$$

§ 6.43 α, β एवं γ में सम्बन्ध (Relation between α, β and γ)

ट्रान्जिस्टर की ऐमीटर, बेस तथा कलेक्टर धाराओं में निम्न सम्बन्ध होता है—

$$I_E = I_B + I_C$$

या $$\frac{I_E}{I_B} = 1 + \frac{I_C}{I_B}$$ (दोनों पक्षों को I_B से भाग देने पर)

अत: $\because$ $$\gamma = \frac{I_E}{I_B} \quad \text{तथा} \quad \beta = \frac{I_C}{I_B}$$

$\therefore$ $$\gamma = 1 + \beta \qquad ...(18)$$

समीकरण को I_E से भाग देने पर

$$1 = \frac{I_B}{I_E} + \frac{I_C}{I_E}$$

या $$1 = \frac{1}{\gamma} + \alpha$$

या $$(1-\alpha) = \frac{1}{\gamma}$$

या $$\gamma = \frac{1}{1-\alpha} \qquad ...(19)$$

§ 6.44 दोलित्र (Osicillator)

इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों के संचालन के लिए उच्च मान के प्रत्यावर्ती धारा की आवश्यकता होती है जो अल्टरनेटर द्वारा उत्पन्न नहीं की जा सकती है। इसलिए उच्च मान की प्रत्यावर्ती धारा पैदा करने में जो युक्ति कार्य करती है उसे दोलित्र कहते हैं।

दोलित्र परिपथ में विभिन्न प्रकार के संधारित्र, प्रतिरोध, ट्रांजिस्टर, आई० सी० आदि उपयोग किये जाते हैं। दोलित्र परिपथ डीसी विद्युत को उच्च आवर्ती की एसी विद्युत में बदल देता है।

इस प्रकार "दोलित्र एक ऐसा इलेक्ट्रॉनिक परिपथ है जो दिष्टधारा ऊर्जा स्रोत से प्राप्त ऊर्जा को आवर्ती विद्युत निर्गत में बदल देता है" यदि निर्गत विभव समय के सापेक्ष ज्या-तरंग के रूप में होती है तो ऐसे जनित्र को साइनोसोइडल (sinusoidal) या हार्मोनिक दोलित्र (harmonic oscillator) कहते हैं। यदि निर्गत विभव तरंग में अनिश्चित परिवर्तन होता है जैसे इसमें कोई अवांछित स्पन्द (pulse) या वर्ग तरंग (square wave) आदि हो तो जनित्र को गैर-साइनोसोइडल (non-sinusoidal) या रिलेक्सेशन दोलित्र (relaxation oscillator) कहते हैं।

Oscillator is an electronic circuit that converts energy from a direct-current source into a periodically varying electrical output. It the output voltage is a sine-wave function of time, the generator is called a sinusoidal, or harmonic, oscillator.

If the output waveform contains abrupt changes in voltage, such as occur in a pulse or square wave, the device is called a relaxation oscillator.

दोलित्र के प्रकार (Kinds of oscillator)

इलेक्ट्रॉनिक दोलित्र मुख्यत: दो प्रकार के होते हैं—

1. हार्मोनिक दोलित्र (Harmonic oscillator)—यह दोलित्र भी कई प्रकार के होते हैं—

(i) आर्मस्ट्रांग दोलित्र (Armstrong oscillator)

(ii) हार्टले दोलित्र (Hartley oscillator)

(iii) कोल्पिट्स दोलित्र (Colpitts oscillator)

(iv) आर० सी० दोलित्र (RC oscillator)

a-वेन-ब्रिज दोलित्र (Wien-bridge oscillator)

b-ट्विन-टी दोलित्र (Twin-T oscillator)

(v) क्रॉस कपल एल सी दोलित्र (Cross coupled LC oscillator)

(vi) ऑप्टो इलेक्ट्रॉनिक दोलित्र (Opto-electronic oscillator)

(vii) फेज-शिफ्ट दोलित्र (Phase shift oscillator), आदि।

2. रिलेक्सेशन दोलित्र—यह दोलित्र भी कई तरह के होते हैं—

(i) मल्टीवाइब्रेटर (Multivibrator)

(ii) रिंग दोलित्र (Ring oscillator), आदि।

6.44.1 ट्रांजिस्टर दोलित्र का मूल सिद्धान्त (Basic principle of transistor oscillator)

यदि किसी टैंक परिपथ (tank circuit) के निर्गत अवमन्दित विद्युत दोलनों (output damped oscillations) को ट्रांजिस्टर प्रवर्धक के निवेशी (input) में ट्रांजिस्टर के आधार (base) टर्मिनल पर लगाते हैं तो परिणामस्वरूप दोलनों के पुनर्प्रवर्धन के कारण संग्राहक परिपथ में प्रवर्धित दोलन प्राप्त होते हैं।

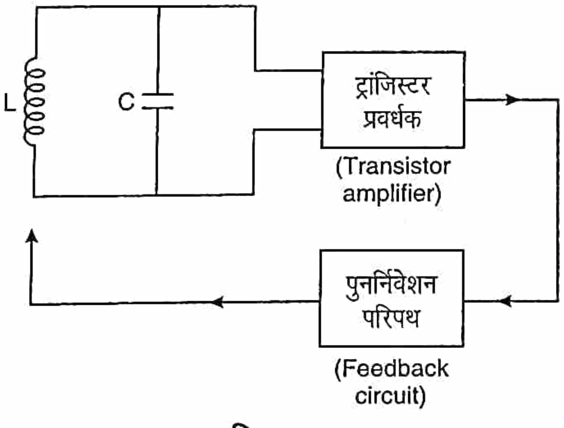
इस प्रवर्धन के फलस्वरूप संग्राहक परिपथ (collector circuit) में आधार परिपथ (base circuit) के सापेक्ष अधिक ऊर्जा की तरंग प्राप्त होती है। यदि इस संग्राहक परिपथ ऊर्जा के एक हिस्से को समुचित कला (proper phase) में आधार परिपथ में पुनर्निवेशन (feedback) किया जाये तो टैंक परिपथ से प्राप्त अवमन्दित दोलन, सतत् एवं बिना अवमन्दन के प्राप्त होते हैं।

6.44.2 ट्रांजिस्टर दोलित्र हेतु आधारभूत आवश्यकतायें (Essentials of transistor oscillator)

ट्रांजिस्टर दोलित्र का ब्लॉक डायग्राम (block diagram) चित्र 6.52 द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। इस परिपथ की मूल आवश्यकतायें निम्न हैं—

(i) टैंक परिपथ (Tank circuit)—इस परिपथ में एक प्रेरकत्व कुण्डली (inductance coil) L एक संधारित्र (capacitor) C के साथ समानान्तर क्रम में जुड़ा होता है। इस परिपथ के दोलन की आवृत्ति प्रेरकत्व कुण्डली एवं संधारित्र के द्वारा निर्धारित होती है।

(ii) ट्रांजिस्टर प्रवर्धक (Transistor amplifier)—ट्रांजिस्टर प्रवर्धक, बैटरी से प्राप्त दिष्ट-धारा शक्ति को प्रत्यावर्ती धारा शक्ति में परिवर्तित कर टैंक परिपथ को उपलब्ध कराता है। टैंक परिपथ में उत्पन्न वैद्युत दोलन प्रवर्धक के निवेशी पर उपलब्ध होते हैं। इस प्रकार इन दोलनों के प्रवर्धित निर्गत प्राप्त होते हैं। इसका कुछ अंश पुनर्निवेशन परिपथ द्वारा अवमन्दन के प्रतिपूर्ति में किया जाता है।



चित्र 6.52

(iii) पुनर्निवेशन परिपथ (Feedback circuit)—संग्राहक परिपथ से प्राप्त ऊर्जा के कुछ अंश को यह परिपथ धनात्मक पुनर्निवेशन (positive feedback) करते हुए टैंक परिपथ में अवमन्दित दोलन के क्षय ऊर्जा के प्रतिपूर्ति हेतु उपलब्ध कराता है।

§ 6.45 ताप का ट्रांजिस्टर की क्रियाविधि पर प्रभाव (Effect of Temperature on the Working of Transistor)

अर्द्धचालक की चालकता, चाहे वह p-टाइप हो अथवा n-टाइप, ताप बढ़ने पर बढ़ती है। इसका कारण यह है कि तापीय प्रक्षोभ (thermal agitation) बढ़ने पर अधिकाधिक सहसंयोजक बन्ध टूटने लगते हैं तथा और अधिक इलेक्ट्रॉन व कोटर उत्पन्न हो जाते हैं। अतः ताप बढ़ने पर ट्रांजिस्टर के निवेशी व निर्गत दोनों परिपथों में वैद्युत धारा बढ़ जाती है। इससे आधार धारा का संग्राहक धारा पर नियंत्रण कम हो जाता है तथा ट्रांजिस्टर के कार्य पर प्रतिकूल प्रभाव पड़ता है।

यह प्रभाव संचयी (cumulative) हो सकता है। उच्च ताप से धारा बढ़ेगी जिससे ताप और बढ़ जायेगा। ताप बढ़ने से पुनः धारा बढ़ेगी, फलस्वरूप ताप और बढ़ जाएगा। यही क्रम चलता रहेगा। इस प्रकार, आवेशवाहक इतने गतिशील हो जाते हैं कि वे दूसरे क्षेत्रों में विसरित हो जाते हैं तथा *pnp* अथवा *npn* संरचना ही नष्ट हो जाती है। इस प्रकार 'तापीय पलायन' (thermal run away) के कारण ट्रांजिस्टर पूर्णतया क्षतिग्रस्त हो जाता है।

§ 6.46 ट्रांजिस्टर का उपयोग, गुण एवं दोष

उपयोग (Uses)—ट्रांजिस्टर के निम्न उपयोग हैं—

- प्रवर्धक (amplifier) के रूप में।
- डिजिटल परिपथ के रूप में।
- दोलित्र (oscillator) परिपथ के रूप में।
- Analog से Digital और Digital से Analog कन्वर्टर के रूप में।
- मल्टीवाइब्रेटर के रूप में।

गुण (Merits)—ट्रांजिस्टर के निम्न लाभ होते हैं—

- ये अपेक्षाकृत सस्ते होते हैं।
- ट्रांजिस्टर में शक्ति क्षय कम होता है।
- इनकी जीवन आयु अधिक होती है।
- ये वजन में हल्के व आकार में छोटे होते हैं।
- इनके प्रचालन में समय पश्चता नहीं होती है।
- ऊर्जा हानि कम होती है।

दोष (Demerits)—ट्रांजिस्टर के दोष निम्नलिखित हैं—

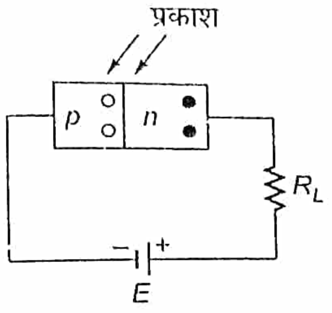
- Power ट्रांजिस्टर में शोर अपेक्षाकृत अधिक होता है।
- ये ताप में परिवर्तन के प्रति अधिक सुग्राही होते हैं।
- पैरामीटर के अल्प परिवर्तन से परिपथ में ट्रांजिस्टर बदलने पर प्रचालन बिन्दु में उल्लेखनीय परिवर्तन आ सकता है।

§ 6.47 फोटो डायोड (Photo Diode)

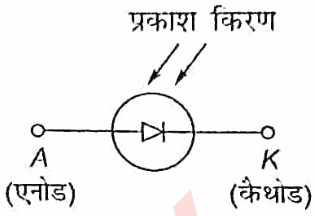
यह एक विशेष प्रकार का अर्द्धचालक डायोड है जिसके उत्क्रम-बायस में इस पर प्रकाश डालकर चालित किया जाता है चित्र 6.53 (a, b)। जब उत्क्रम अभिनति *pn* सन्धि डायोड पर, प्रकाश डाला जाता है तो p तथा n दोनों क्षेत्रों में अतिरिक्त इलेक्ट्रॉन-कोटर युग्म (Electron-hole pair) उत्पन्न हो जाते हैं जिससे बहुसंख्यक वाहकों के सान्द्रण में अल्प परिवर्तन तथा अल्पसंख्यक वाहकों के सान्द्रण में दीर्घ परिवर्तन हो जाता है। ये अतिरिक्त अल्पसंख्यक आवेशवाहक उत्क्रम धारा (reverse current) में वृद्धि कर देते हैं।

प्रकाश तीव्रता बढ़ाने पर डायोड की उत्क्रम धारा में रेखीय वृद्धि होती है, अर्थात् उत्पन्न विद्युत धारा प्रकाश तीव्रता के समानुपाती होती है।

इस सिद्धान्त पर आधारित अर्द्धचालक डायोड को फोटो डायोड कहते हैं, इसे प्रतीक चिन्ह चित्र 6.53 (c) की भाँति प्रदर्शित करते हैं। इस प्रकार के डायोडों का प्रयोग प्रकाश के संसूचन (detection), प्रकाश चलित स्विचों तथा कम्प्यूटर के पंच कार्डों व टेप्स को पढ़ने आदि में किया जाता है।



(a)



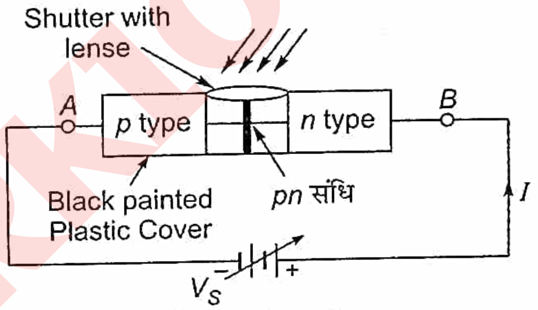
(b) फोटो डायोड का प्रतीक

§ 6.48 सोलर सेल (Solar Cell)

सोलर सेल मूलत: एक *pn* संधि फोटो डायोड होता है जो सूर्य के प्रकाश को सीधे विद्युत ऊर्जा (धारा) में परिवर्तन कर देता है। उत्पन्न विद्युत धारा सूर्य के प्रकाश की तीव्रता के अनुक्रमानुपाती होती है।

सोलर सेल का उपयोग अधिकतर उपग्रहों (satellites) तथा अंतरिक्ष यानों (space vehicles) में सूर्य के प्रकाश से विद्युत ऊर्जा प्राप्त करने में किया जाता है। इन्हें सिलिकॉन, गैलियम आर्सेनाइड, कैडियम सल्फाइड तथा अन्य अर्द्धचालकों से बनाया जाता है।

वैकल्पिक ऊर्जा स्रोत के रूप में सौर ऊर्जा का वृहद् उपयोग सोलर सेल के विशेष समुच्चय-आव्यूहन, सोलर पैनल के माध्यम से किया जाता है।



(c) फोटो डायोड की बाह्य संरचना एवं परिपथ

चित्र 6.53

§ 6.49 प्रकाश-उत्सर्जक डायोड (Light Emitting Diode) LED

जिस प्रकार इलेक्ट्रॉन-होल युग्म के उत्पादन के लिए बाह्य ऊर्जा आवश्यक होती है, उसी प्रकार जब एक इलेक्ट्रॉन एक कोटर के साथ संयोग करता है तो ऊर्जा मुक्त होती है। कुछ अर्द्धचालकों जैसे—गैलियम आर्सेनाइड फास्फाइड (Ga As P), गैलियम-आर्सेनाइड (Ga-As) अथवा गैलियम फास्फाइड (Ga-P) में, जब एक इलेक्ट्रॉन चालन बैण्ड (उच्च ऊर्जा स्तर) से संयोजी वैण्ड (निम्न ऊर्जा स्तर) में आता है तो यह ऊर्जा (दोनों ऊर्जा स्तरों के अन्तर के बराबर) अवरक्त विकिरणों (Infrared Radiation) के रूप में मुक्त होती है। इनसे उत्पन्न प्रकाश का रंग इस तथ्य पर निर्भर करता है कि डायोड के निर्माण में उपरोक्त में से कौन-सा पदार्थ उपयोग में लाया गया है तथा परस्पर मिश्रित तत्त्वों (Ga, As, P) की मात्रा कितनी है। उदाहरण के लिए

Ga As P द्वारा निर्मित डायोड $\Rightarrow$ लाल या पीला रंगयुक्त प्रकाश,

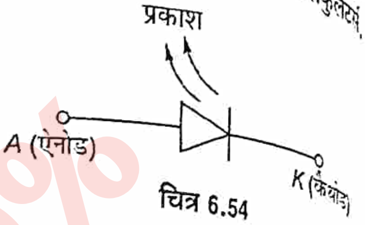
Ga P $\Rightarrow$ हरा या नारंगी रंगयुक्त प्रकाश, तथा

Ga As $\Rightarrow$ अदृश्य (invisible) प्रकाश उत्पन्न होता है।

इस प्रकार के अर्द्धचालकों से बनाये गए *p-n* संधि डायोड को प्रकाश उत्सर्जक डायोड (Light Emitting Diode) या संक्षेप में LED कहते हैं (चित्र 6.54)। जब डायोड अग्र अभिनति में होता है तो इलेक्ट्रॉन *p*-क्षेत्र की ओर गति करते हैं और बहुसंख्यक कोटर के सम्पर्क में आते हैं जिससे इलेक्ट्रॉनों के कोटर के साथ संयोग करने की सम्भावना बढ़ जाती है जिसके फलस्वरूप विकिरण ऊर्जा का उत्सर्जन होता है।

गैलियम आर्सेनाइड अदृश्य इन्फ्रारेड प्रकाश का उत्सर्जन करता है, अत: इसका उपयोग चोर घण्टी (burglar alarm) सर्किटों में किया जाता है। जो LED दृश्य प्रकाश का उत्सर्जन करते हैं उनका प्रयोग डिजिटल घड़ियों, कैलकुलेटरों, मल्टीमीटरों, टेलीफोन स्विचों तथा इन्डीकेटरों आदि में किया जाता है।

LED के गुण



चित्र 6.54

LED के निम्नलिखित लाभ हैं—

- LED सस्ते होते है।
- LED आकार में बहुत छोटे व वजन में हल्के होते हैं।
- LED में क्षय शक्ति बहुत कम होती है।
- LED का जीवन काल अत्यधिक होता है।
- LED गरम होने के लिए समय नहीं लेता है, अत: परिपथ में तुरन्त कार्य करने लगता है।

विभिन्न धाराओं तथा विभवों पर आधारित मल्टी-कलर्ड LED रेलवे सिग्नल तथा वाणिज्य विज्ञापन, TV इत्यादि इस्तेमाल किया जाता है।

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 1 : ट्रांजिस्टर का α-gain 0·95 है। इसका β-gain ज्ञात कीजिए। (UPBTE 2001, 07)

हल—दिया है : $\alpha = 0{\cdot}95$

अत: $$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

या $$\beta = \frac{0{\cdot}95}{1-0{\cdot}95}$$

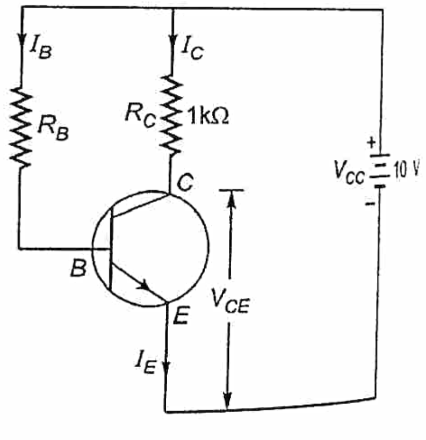
या $$\beta = \frac{0{\cdot}95}{0{\cdot}05}$$

∴ $$\beta = \mathbf{19}$$

उदाहरण 2 : दर्शाये गये ट्रांजिस्टर परिपथ में यदि gain β का मान 100 और $V_{CE} = 5\text{ V}$ हो तो आधार प्रतिरोध में धारा I_B की गणना कीजिए। (UPBTE 2008)

हल—आउटपुट परिपथ में किरचॉफ के लूप नियम से—

$$V_{CC} = I_C \times R_C + V_{CE}$$



∴ संग्रहक धारा, $$I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

$$= \frac{10-5}{1 \times 10^3}$$

$$I_C = 5 \times 10^{-3} \text{ amp.}$$

$$I_C = 5 \text{ mA}$$

चूँकि $$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

अत: $$I_B = \frac{I_C}{\beta}$$

YADAVRK100%

या

$$I_B = \frac{5 \text{ mA}}{100}$$

या

$$\mathbf{I_B = 0 \cdot 05 \text{ mA}}$$

उदाहरण 3 : एक ट्रांजिस्टर के आधार में 20 μA वैद्युत प्रवाहित होती है, यदि उत्सर्जक द्वारा उत्सर्जित कुल आवेश वाहकों में से केवल 98 % संग्राहक में पहुँच पाते हैं तो उत्सर्जक धारा ज्ञात कीजिए। (UPBTE 2010)

हल—दिया है : $I_B = 20 \mu A = 20 \times 10^{-6}$ A; माना उत्सर्जक द्वारा 100 % आवेशवाहक भेजे जाते हैं जिसमें से 98 % संग्राहक में पहुँचते हैं। इसलिए धारा लाभ $\alpha = 0 \cdot 98$ अत: $\alpha = I_C / I_E$ से,

$$I_c = \alpha I_E = 0 \cdot 98\, I_E$$

इसलिए उत्सर्जक धारा—

$$I_E = I_B + I_C$$

या

$$I_E = (20 \times 10^{-6}) + 0 \cdot 98\, I_E$$

$$I_E = \frac{20 \times 10^{-6}}{0 \cdot 02}$$

$$I_E = 1 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$\mathbf{I_E = 1 \text{ mA}}$$

उदाहरण 4 : एक ट्रांजिस्टर में उत्सर्जक धारा 10 mA है। यदि 5% आवेश वाहक आधार में नष्ट हो जाते हैं तो संग्राहक धारा की गणना कीजिए। (UPBTE 2011)

हल—दिया है : $I_E = 10$ mA

चूँकि 5 % आवेश वाहक आधार में नष्ट हो जाते हैं तो आधार धारा

$$I_B = 10 \times 10^{-3} \times \frac{5}{100} = 0 \cdot 5 \times 10^{-3} \text{ A} = 0 \cdot 5 \text{ mA}$$

इसलिए संग्राहक धारा,

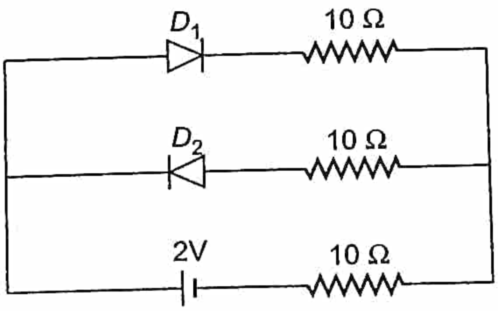
$$I_C = I_E - I_B$$

$$I_C = 10 - 0 \cdot 5$$

$$\mathbf{I_C = 9 \cdot 5 \text{ mA}}$$

उदाहरण 5 : दर्शाये गये चित्र में (i) सेल से ली गयी धारा, और (ii) डायोड D_2 के विभवान्तर की गणना कीजिए। (UPBTE 2012)

हल—बैटरी +ve सिरा डायोड D_1 के p सिरे से तथा डायोड D_2 के n सिरे से जुड़ा है। इसलिए डायोड D_1 फारवर्ड वायस में तथा D_2 रिवर्स वायस में है। अत: धारा डायोड D_1 से प्रवाहित होती है, परन्तु D_2 से नहीं। अत:



(i) सेल से ली गयी धारा,

$$I = \frac{E}{R} = \frac{2}{10 + 10} = 0 \cdot 1 \text{ A}$$

(ii) चूँकि डायोड D_2 से कोई भी धारा प्रवाहित नहीं होती है, इसलिए D_2 के सिरों के मध्य विभवान्तर = 2V

YADAVRK100%

उदाहरण 6 : एक *n-p-n* ट्रांजिस्टर में 10^{-6} सेकेण्ड में 10^{10} में इलेक्ट्रॉन उत्सर्जक में प्रवेश करते हैं। 2 % इलेक्ट्रॉन आधार में क्षय हो जाते हैं। I_E व I_B के मान ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है : $t = 10^{-6}$ सेकेण्ड, $n = 10^{10}$, क्षय = 2 %

∵ $$I_E = \frac{q}{t}$$

$$I_E = \frac{ne}{t}$$

$$I_E = \frac{10^{10} \times 1 \cdot 6 \times 10^{-19}}{10^{-6}}$$

$$\mathbf{I_E = 1 \cdot 6 \text{ mA}}$$

तथा $$I_B = I_E \times 2\ \%$$

$$I_B = 1 \cdot 6 \times 10^{-3} \times \frac{2}{100}$$

$$\mathbf{I_B = 0 \cdot 032 \text{ mA}}$$

उदाहरण 7 : यदि ट्रांजिस्टर में धारा लाभ 100 है तो आधार धारा में 100 μA परिवर्तन के लिए संग्राहक धारा में कितना परिवर्तन होगा ?

हल—दिया है : $\beta = 100, \Delta I_B = 100\,\mu A = 100 \times 10^{-6}$ A

∵ $$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

या $$\Delta I_C = \beta \times \Delta I_B$$

$$\Delta I_C = 100 \times 100 \times 10^{-6}$$

$$\mathbf{\Delta I_C = 1 \times 10^{-2} \text{ A}}$$

उदाहरण 8 : किसी कॉमन आधार ट्रांजिस्टर परिपथ के लिए $I_E = 3$ mA तथा $I_B = 140\,\mu A$ है। I_C तथा धारा प्रवर्धन गुणांक α की गणना कीजिए।

हल—दिया है : $$I_E = 3 \text{ mA} = 3 \times 10^{-3} \text{ A}$$

$$I_B = 140\,\mu A = 140 \times 10^{-6} \text{ A}$$

∵ $$I_E = I_B + I_C$$

∴ $$I_C = I_E - I_B$$

$$I_C = 3 \times 10^{-3} - 140 \times 10^{-6}$$

$$\mathbf{I_C = 2 \cdot 86 \times 10^{-3} \text{ A}}$$

धारा प्रवर्धन गुणांक,

$$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

$$\alpha = \frac{2 \cdot 86 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}}$$

$$\alpha = \mathbf{0 \cdot 95}$$

उदाहरण 9 : धारा लाभ β के 50 मान के लिए संग्राहक धारा का मान ज्ञात कीजिए यदि उत्सर्जक धारा 50 mA हो।

हल—दिया है : $\beta = 50,\ I_E = 50\text{ mA}$

α, β के सम्बन्ध से,

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

$$50 - 50\alpha = \alpha$$

या $$\alpha = \frac{50}{51}$$

या $$\alpha = 0{\cdot}98$$

इसलिए, $$\alpha = \frac{I_C}{I_E}$$

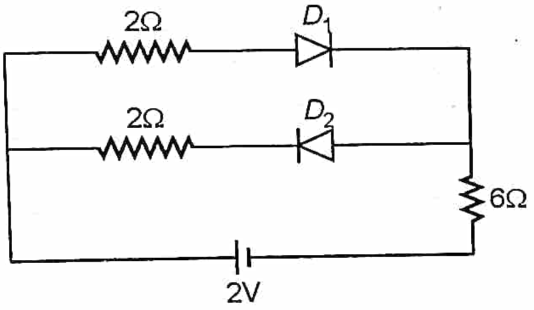
या $$I_C = \alpha\, I_E$$

$$I_C = 0{\cdot}98 \times 50 \times 10^{-3}\text{ A}$$

∴ $$\mathbf{I_C = 49 \times 10^{-3}\ A}$$

उदाहरण 10 : *p*-type और *n*-type अर्द्धचालक में भेद कीजिए। दर्शाये गये परिपथ में 6 Ω प्रतिरोध के सिरों पर विभवान्तर ज्ञात कीजिए। मान लीजिए कि डायोड का अग्र-अभिनति प्रतिरोध 4 Ω तथा पश्च-अभिनति प्रतिरोध अनन्त है।

(UPBTE 2013)



हल—आंकिक प्रश्न का हल—

प्रश्नानुसार, परिपथ में डायोड D_1 अग्र-अभिनति में तथा D_2 पश्च-अभिनति में है। अतः D_2 में कोई धारा प्रवाहित नहीं होगी केवल D_1 चालित होगा।

दिया है : परिपथ प्रतिरोध 2 Ω एवं 6 Ω तथा डायोड अग्र प्रतिरोध = 4 Ω, वि० वा० बल = 2 V

अतः परिपथ में कुल धारा,

$$I = \frac{2}{2+6+4}$$

$$I = \frac{2}{12}$$

$$I = \frac{1}{6}\text{ A}$$

अतः 6 Ω प्रतिरोध के सिरों पर उत्पन्न विभवान्तर—

$$V = IR$$

$$V = \frac{1}{6} \times 6$$

$$V = \mathbf{1\ V}$$

YADAVPK100%

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. परमाणु का समस्त भार परमाणु के नाभिक में होता है तथा ऋणात्मक इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर घूमते रहते हैं।
2. परमाणु संरचना ${}_{Z}X^{A}$ जिसमें—

   X = तत्त्व का नाम

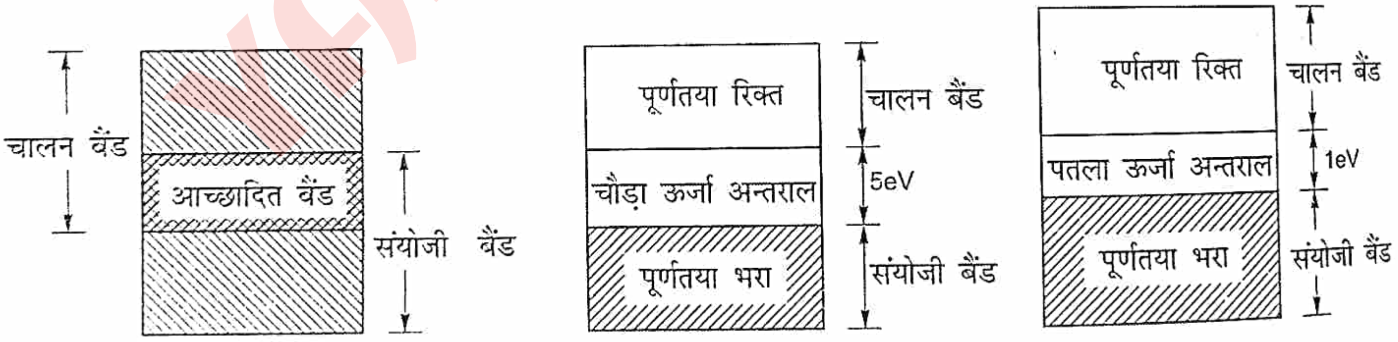
   A = परमाणु भार

   Z = प्रोटॉनों की संख्या = इलेक्ट्रॉनों की संख्या

   $A - Z$ = न्यूट्रॉनों की संख्या
3. कक्षा में इलेक्ट्रॉनों की ऊर्जा, $E = -\dfrac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2 n^2 h^2}$
4. अर्द्धचालकों जैसे—Ge, Si की विद्युत चालकता चालकों की विद्युत चालकता व कुचालकों की विद्युत-चालकता के मध्य होती है।
5. सिलिकॉन (Si) का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $= 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^2$

   जर्मेनियम (Ge) का इलेक्ट्रॉनिक विन्यास $= 1s^2, 2s^2 2p^6, 3s^2 3p^6 3d^{10}, 4s^2 4p^2$
6. चालकों में मुक्त इलेक्ट्रॉन सबसे अधिक, कुचालक में सबसे कम तथा अर्द्धचालक में चालकों से कम व कुचालकों से अधिक होते हैं।
7. चालकों में चालन बैंड या तो आंशिक रूप से भरे होते हैं या बैंड के साथ ओवरलैप कर जाते हैं। इनमें ऊर्जा बैण्ड अन्तराल नहीं होता है।
8. कुचालकों में ऊर्जा अन्तराल इतना अधिक रहता है कि संयोजी इलेक्ट्रॉन चालन बैण्ड तक नहीं पहुँच पाते।
9. अर्द्धचालक 0 K ताप पर कुचालक की तरह होते हैं, परन्तु सामान्य ताप पर ये विद्युत का चालन करते हैं। ताप बढ़ाने पर अर्द्धचालक की चालकता बढ़ती है—

   $$n_i \propto e^{-E_g/2KT}$$
10. चालक, कुचालक तथा अर्द्धचालक का ऊर्जा बैंड के आधार पर वर्गीकरण—



चालक — कुचालक — अर्द्धचालक

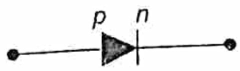
11. अर्द्धचालक
    - → निज अर्द्धचालक
    - → बाह्य अर्द्धचालक
      - → p–टाइप अर्द्धचालक
      - → n–टाइप अर्द्धचालक

12. **बाह्य अर्द्धचालक**—शुद्ध अर्द्धचालक में त्रिसंयोजी या पंच-संयोजी वाली अशुद्धि के परमाणु मिलाने पर क्रमशः p-टाइप या n-टाइप अर्द्धचालक का निर्माण होता है। p-टाइप में कोटर बहुसंख्यक आवेश वाहक तथा n-टाइप में इलेक्ट्रॉन बहुसंख्यक आवेश वाहक होते हैं।

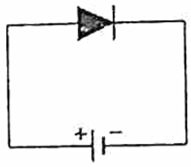
13. **अवक्षय परत**—सन्धि डायोड का वह क्षेत्र जिसमें गतिशील आवेश वाहक नहीं होते हैं।

14. **विभव प्राचीर**—सन्धि के पास आन्तरिक विद्युत क्षेत्र के कारण उत्पन्न विभव जो इलेक्ट्रॉन-कोटर के विसरण का विरोध करता है।

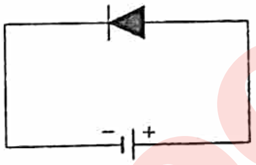
15. **डायोड का संकेत**—



प्रतीक चिन्ह



अग्र-अभिनति

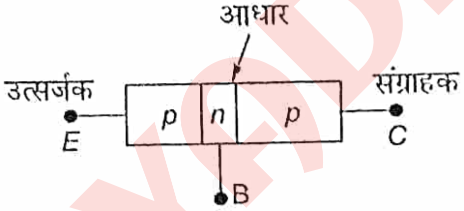


उत्क्रम-अभिनति

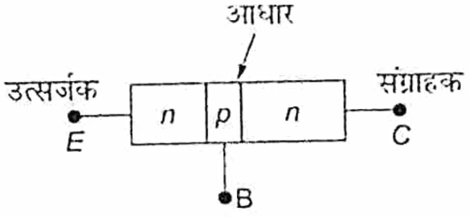
16. **दिष्टकारी**—वह युक्ति जो निवेशी को एकदिश DC निर्गत में परिवर्तित करती है। यह दो प्रकार की होती हैं—
   (i) **अर्द्ध तरंग दिष्टकारी**—इसमें केवल एक डायोड का प्रयोग किया जाता है।
   (ii) **पूर्ण तरंग दिष्टकारी**—इसमें दो डायोड का प्रयोग किया जाता है।

17. **ट्रांजिस्टर**—"एक ही प्रकार के दो अर्द्धचालकों (दोनों p-टाइप या दोनों n-टाइप) के मध्य दूसरे अर्द्धचालक की पतली सतह बना देने पर तैयार युक्ति ट्रांजिस्टर कहलाती है।"

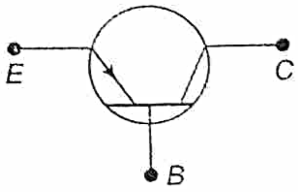
ट्रांजिस्टर
- → *pnp* ट्रांजिस्टर
- → *npn* ट्रांजिस्टर



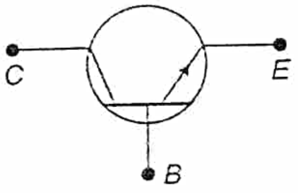
pnp ट्रांजिस्टर



npn ट्रांजिस्टर



संकेत



संकेत

18. किसी भी ट्रांजिस्टर (*npn* व *pnp*) के लिए—

$$I_E = I_B + I_C$$

19. उभयनिष्ठ आधार (Common Base) ट्रांजिस्टर का धारा लाभ—

$$\alpha = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_E}$$

(α का मान 0·95 से 0·99 के मध्य होता है।)

YADAVRK100%

20. उभयनिष्ठ उत्सर्जक (Common Emitter) ट्रांजिस्टर का धारा लाभ—

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$$

21. उभयनिष्ठ-संग्राहक ट्रांजिस्टर का धारा लाभ

$$\gamma = \frac{\Delta I_E}{\Delta I_B}$$

22. α व β मे सम्बन्ध—

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

23. β व γ मे सम्बन्ध—

$$\gamma = 1 + \beta$$

24. α व γ में सम्बन्ध—

$$\gamma = \frac{1}{1-\alpha}$$

25. ट्रांजिस्टर, ऑसीलेटर व एम्लीफायर के रूप में प्रयुक्त किये जाते हैं।

26. LED (Light Emitting Diode)—वह युक्ति जो विद्युत ऊर्जा को प्रकाश ऊर्जा में बदल देता है LED कहलाता है। यह एक अग्र-अभिनति सन्धि डायोड है।

अभ्यास (Exercise)

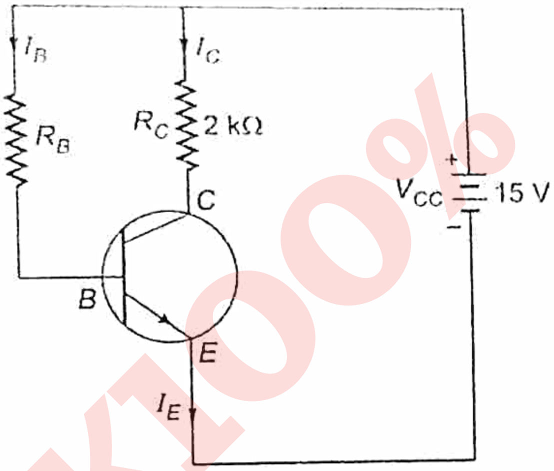
1. चालक, कुचालक व अर्द्धचालक में ऊर्जा-स्तर के आधार पर भेद बताइए। **(UPBTE 2007, 08, 09)**
2. निज अर्द्धचालक व बाह्य अर्द्धचालक में अन्तर स्पष्ट कीजिए।
3. p-टाइप और n-टाइप अर्द्धचालक से आप क्या समझते हैं? अर्द्धचालक पर ताप के प्रभाव की विवेचना कीजिए।
4. डोपिंग का क्या तात्पर्य है?
5. pn सन्धि डायोड क्या होता है? इससे अवक्षय परत के बनने का वर्णन कीजिए।
6. pn सन्धि डायोड पर अग्र-अभिनति तथा उत्क्रम-अभिनति पर टिप्पणी लिखिए।
7. pn सन्धि डायोड का धारा तथा विभव के मध्य ग्राफ खींचिए। **(UPBTE 2004, 06)**
8. pn सन्धि पर विभव प्राचीर किस प्रकार बनता है? **(UPBTE 2012)**
9. ट्रांजिस्टर क्या है? आधार, उत्सर्जक व संग्राहक धारा से आप क्या समझते हैं? इसमें क्या सम्बन्ध है? **(UPBTE 2002, 07)**
10. pnp तथा npn ट्रांजिस्टर का वर्णन कीजिए तथा आवश्यक चित्रों की सहायता से कार्यविधि समझाइए।
11. pnp ट्रांजिस्टर का वर्णन कीजिए। इसका परिपथ खींचकर अभिलक्षणिक वक्र प्रदर्शित कीजिए। **(UPBTE 2007)**
12. उभयनिष्ठ उत्सर्जक npn ट्रांजिस्टर का परिपथ बनाते हुए धारा लब्धि का सूत्र प्राप्त कीजिए।
13. ट्रांजिस्टर के लिए α तथा β के मध्य सम्बन्ध के सूत्र को लिखिए।
14. LED (Light Emitting Diode) का सचित्र वर्णन कीजिए तथा उपयोग बताइए। **(UPBTE 2009)**
15. एक ट्रांजिस्टर का उभयनिष्ठ आधार परिपथ में धारा लाभ 0·9 है। यदि इसी ट्रांजिस्टर को उभयनिष्ठ उत्सर्जक में जोड़ दे तो धारा लाभ क्या होगा? [उत्तर : 9]
16. उभयनिष्ठ उत्सर्जक ट्रांजिस्टर में धारा लाभ 69 है व उत्सर्जक धारा 7 mA है तो I_C का मान ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 6·9 mA]

YADAVRK100%

17. एक *npn* ट्रांजिस्टर धारा का लाभ (उभयनिष्ठ बेस विन्यास मे) 0·98 है। उत्क्रम क्षरण धारा 12·5 μA है। संग्राहक तथा आधार धारा का मान ज्ञात कीजिए, यदि उत्सर्जक धारा का मान 2 mA हो। [उत्तर : 1·97 mA, 30 μA]

18. एक उभयनिष्ठ आधार व्यवस्था में एक ट्रांजिस्टर का धारा प्रवर्धन गुणांक $\alpha = 0{\cdot}97$ है, यदि उत्सर्जक धारा I_E का मान 50 mA हो तो संग्राहक धारा I_C आधार धारा I_B तथा β–लाभ का मान ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 48·5 mA, 1·5 mA, 32·33]

19. एक *npn* ट्रांजिस्टर का परिपथ चित्र में प्रदर्शित है। यदि ट्रांजिस्टर का gain α का मान 0·98 तथा $V_{CE} = 5$ V हो तो आधार प्रतिरोध में धारा I_B की गणना कीजिए। [उत्तर : 0·1 mA]



20. कॉमन आधार ट्रांजिस्टर के लिए धारा लाभ α का मान 0·96 तथा उत्सर्जक धारा I_E का मान 3mA है। संग्राहक धारा I_C तथा आधार धारा I_B का मान ज्ञात कीजिए। [उत्तर : 2·88 mA, 0·12 mA]

आंकिक प्रश्नों के संक्षिप्त हल

(15) ∵ $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} = \dfrac{0\cdot 9}{1-0\cdot 9} = 9$

(16) दिया है $\beta = 69, I_E = 7$ mA तो $I_B = ?$

∵ $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} = \dfrac{69}{1-69} \Rightarrow 69 - 69\alpha = \alpha$

या $\alpha = \dfrac{69}{70} = 0\cdot 98$

∵ $I_C = \alpha I_E$ अतः $I_C = 0\cdot 98 \times 7 \times 10^{-3}$ A $= 6\cdot 9 \times 10^{-3}$ A

(17) दिया है $\alpha = 0\cdot 98, I_{Co} = 12\cdot 5\,\mu$A तो I_B तथा $I_C = ?$

∵ $I_C = \alpha I_E + I_{Co}$

अतः $I_C = (0\cdot 98 \times 2 \times 10^{-3}) + (12\cdot 5 \times 10^{-6})$ A $= 1\cdot 97 \times 10^{-3}$ A

अब $I_E = I_B + I_C \Rightarrow I_B = I_E - I_C = (2 \times 10^{-3}) - (1\cdot 97 \times 10^{-3})$ A $= 3 \times 10^{-5}$ A $= 30\,\mu$A

(18) ∵ $I_C = \alpha \times I_E = 0\cdot 97 \times 50 = 48\cdot 5$ mA

$I_B = I_E - I_C = 50 - 48\cdot 5 = 1\cdot 5$ mA

तथा $\beta = \dfrac{\alpha}{1-\alpha} = \dfrac{0\cdot 97}{1-0\cdot 97} = 32\cdot 33$

(19) आउटपुट परिपथ में किरचॉफ के वोल्टेज के नियम से,

$$V_{CC} = I_C \times R_C + V_{CE} \Rightarrow I_C = \frac{V_{CC} - V_{CE}}{R_C}$$

$$I_C = \frac{15-5}{2 \times 10^3} = 5 \text{ mA}$$

∵ $\beta = \dfrac{I_C}{I_B} \Rightarrow \dfrac{0\cdot 98}{1-0\cdot 98} = \dfrac{5}{I_B} \Rightarrow I_B = 0\cdot 1$ mA

(20) $\alpha = \dfrac{I_C}{I_E} \Rightarrow I_C = \alpha \times I_E = 0\cdot 96 \times 3 = 2\cdot 88$ mA

$I_B = I_E - I_C = 3 - 2\cdot 88 \Rightarrow I_B = 0\cdot 12$ mA

YADAVRK100%

7

Chapter

आधुनिक भौतिकी (MODERN PHYSICS)

Syllabus

Modern Physics

- Lasers : concept of energy levels, ionizations and excitation potentials; spontaneous and stimulated emission; laser and its characteristics, population inversion, Types of lasers; Ruby and He-Ne lasers, engineering and medical applications of lasers.
- Fibre optics : Total internal reflection and its applications, critical angle and conditions for total internal reflection, introduction to optical fibres, light propagation, types, acceptance angle and numerical aperture, types and applications of optical fibre in communication.
- Introduction to nanotechnology, nanoparticles and nanomaterials.

(अ) लेसर (Laser)

§ 7.1 परिचय (Indroduction)

प्रकृति के रहस्यों को समझने तथा सुलझाने के लिए प्राकृतिक दर्शनशास्त्र (Natural Philosophy) अस्तित्व में आया। इस दर्शनशास्त्र के अनुसार प्रकृति में दृश्यमान सभी वस्तुएँ पदार्थ के अत्यन्त छोटे कणों से मिलकर बने हैं। इन छोटे कणों को परमाणु कहते हैं। परमाणु सिद्धान्त का प्रारम्भ भारतीय तथा ग्रीक दर्शनशास्त्र से हुआ था, परन्तु परमाणुवाद मुख्यतः यूनानी दार्शनिकों की देन है।

भारत के कणाद ऋषि ने सर्वप्रथम परमाणु को अति सूक्ष्म परिमाण वाला सृष्टि के निर्माण का बुनियादी कण स्थापित किया था।

§ 7.2 विभिन्न परमाण्वीय मॉडल (Various Atomic Models)

सर्वप्रथम, सन् 1803 में जॉन डाल्टन ने परमाणु के सम्बन्ध में पूर्व से स्थापित परमाणु की परिकल्पना को वैज्ञानिक तथ्यों के आधार पर उपयोगी सिद्ध किया था, वास्तव में डाल्टन ने परमाणु के सिद्धान्त के विषय में कोई मौलिक विचार नहीं दिया था, बल्कि उन्होंने केवल परमाणु की अभिलाक्षणिक संकल्पना दी थी।

सन् 1834 में फैराडे ने बताया कि विद्युत भी अन्य पदार्थों की तरह परमाण्विक है तथा वैद्युत आवेश के लिए $\frac{F}{N}$* एक इकाई है जिसको सन् 1891 में स्टोने (Stoney) ने इलेक्ट्रॉन कहा था।

सर जे०जे० टॉमसन ने सन् 1897 में इलेक्ट्रॉन की तथा लगभग उसी समय बेकुरेल ने रेडियोऐक्टिवता की खोज की थी। उनके प्रयोगों द्वारा यह सिद्ध हुआ था कि प्रत्येक तत्त्व के परमाणुओं में ऋण आवेशित कण (इलेक्ट्रॉन) होते हैं, इसका $\frac{e}{m} = 1 \cdot 76 \times 10^{-11}$C/kg, $e = -1 \cdot 6 \times 10^{-19}$C तथा $m_e = 9 \cdot 1 \times 10^{-31}$ kg होता है।

* F को फैराडे नियतांक (Faraday Constant) कहते हैं।

(Faraday Constant (F)—The electric charge carried by one mole of electrons or singly ionized ions *i.e.* the product of the Avogadro constant and the charge on an electron (disregarding sign). It has the value $9 \cdot 648\ 670 \times 10^4$ coulomb per mole. This number of coulombs is sometimes treated as a unit of electric charge called the faraday.)

चूँकि इलेक्ट्रॉन परमाणु का अनिवार्य अवयव है तथा परमाणु पूर्णतया उदासीन होता है, अत: परमाणु में निश्चित रूप से इलेक्ट्रॉन के आवेश के बराबर धनात्मक आवेश होना चाहिए।

परमाणु के भीतर इलेक्ट्रॉन, धन आवेश तथा द्रव्यमान वितरण के सम्बन्ध में उस समय तक कोई ज्ञान नहीं था, परन्तु कालान्तर में विभिन्न सैद्धान्तिक एवं प्रयोगात्मक तथ्यों के आधार पर वैज्ञानिकों द्वारा परमाणु संरचना के सम्बन्ध में एक के बाद एक प्रारूप (मॉडल) प्रस्तुत किया गया, जो निम्न है—

(i) परमाणु का टॉमसन मॉडल (Thomson's Model of Atom)
(ii) रदरफोर्ड का नाभिकीय परमाण्वीय मॉडल (Rutherford's Nuclear Atomic Model)
(iii) बोहर मॉडल (Bohr's Model)
(iv) सोमरफेल्ड परमाणु मॉडल (Sommerfeld's Atom Model)
(v) वेक्टर परमाणु मॉडल (Vector Atom Model)
(vi) तरंग यान्त्रिकी मॉडल (दी-ब्रोगली परिकल्पना) (Wave Mechanical Model)

§ 7.3 परमाणु का बोहर मॉडल (Bohr's Model of Atom)

सन् 1913 में प्रो० नील बोहर (Niels Bohr) (1885-1962) ने एक परमाणु मॉडल प्रस्तुत किया जो प्लांक तथा आइन्सटीन द्वारा प्रतिपादित विकिरण के क्वान्टम सिद्धान्त (Quantum Theory) पर आधारित था। उन्होंने रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल में मैक्स प्लांक के सिद्धान्त की अवधारणा का प्रयोग कर, रदरफोर्ड मॉडल की कमियों को दूर किया था। इसके लिए उन्होंने निम्नलिखित परिकल्पनायें (Postulates) प्रस्तुत की थीं—

(i) **बोहर की प्रथम परिकल्पना** (Bohr' First Postulate)—**परमाणु में इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर विभिन्न स्थायी अथवा अविकिरणी (non-radiating) बन्द कक्षाओं में घूमते हैं।** इलेक्ट्रॉन को बन्द वृत्ताकार कक्षा में रखने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल इलेक्ट्रॉन तथा नाभिक के बीच लगने वाले स्थैतिक वैद्युत आकर्षण बल से प्राप्त होता है।

अत: यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m, वेग v तथा वृत्ताकार कक्षा की त्रिज्या r हो तो वृत्ताकार कक्षा में घूमने के लिए आवश्यक अभिकेन्द्र बल का मान $\frac{mv^2}{r}$ होगा। यह बल नाभिक के आवेश $+Z_e$ तथा इलेक्ट्रॉन के आवेश $(-e)$ के बीच कार्यरत वैद्युत आकर्षण बल $= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Z_e^2}{r^2} = K\frac{Z_e^2}{r^2}$ से प्राप्त होता है, जहाँ $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9{\cdot}0 \times 10^9 \text{N m}^2/\text{C}^2$ होता है।

अत: बोहर की प्रथम परिकल्पना के अनुसार

$$\frac{mv^2}{r} = K\frac{Z_e^2}{r^2} \qquad \ldots (1)$$

(ii) **बोहर की द्वितीय परिकल्पना** (Bohr's Second Postulate)—नाभिक के चारों ओर इलेक्ट्रॉनों के घूमने के लिए केवल वे ही कक्षाएँ सम्भव होती हैं जिनमें इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग (अथवा रेखीय संवेग का आघूर्ण) $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्ण गुणक हो, जहाँ h प्लांक नियतांक (Planck's Constant) है। यदि इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m हो तथा यह त्रिज्या r की वृत्ताकार कक्षा में वेग v से घूम रहा हो तो इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग mvr होगा। बोहर की इस परिकल्पना के अनुसार, $mvr = n\frac{h}{2\pi}$ जहाँ n एक पूर्णांक, $n = 1, 2, 3, \ldots\ldots$ है। n को कक्षा की **क्रम संख्या** अथवा **मुख्य क्वान्टम संख्या** (Principal quantum number) कहते हैं।

● $mvr = \frac{nh}{2\pi}$ से $2\pi r = n\frac{h}{mv} = n\frac{h}{p} = n\lambda$, अथवा $s = n\lambda$, यहाँ s, n वीं कक्षा की परिधि तथा λ, इस कक्षा के इलेक्ट्रॉन से सम्बद्ध दी-ब्रोगली तरंगदैर्घ्य है। अत: परमाणु के भीतर किसी स्थायी कक्षा की परिधि, इसके संगत दी-ब्रोगली तरंगदैर्घ्य का पूर्ण गुणक होती है।

इस प्रकार, परमाणु के बोहर मॉडल में इलेक्ट्रॉन केवल कुछ निश्चित त्रिज्याओं वाली कक्षाओं में ही घूम सकते हैं, सभी में नहीं। इन कक्षाओं को **स्थायी कक्षायें** (stable orbits) कहते हैं।

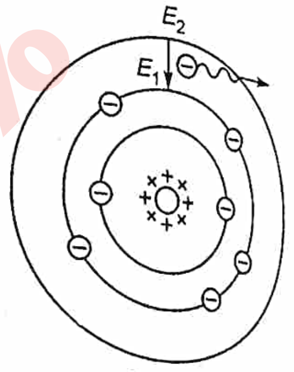
(iii) **बोहर की तृतीय परिकल्पना** (Bohr's Third Postulate)—स्थायी कक्षा में घूमते समय इलेक्ट्रॉन कोई ऊर्जा उत्सर्जित नहीं करता है। ऊर्जा का उत्सर्जन अथवा अवशोषण तभी होता है जबकि इलेक्ट्रॉन एक स्थायी कक्षा से दूसरी स्थायी कक्षा में संक्रमित (Transit) होता है।

जब किसी परमाणु को बाहर से ऊर्जा मिलती है तो उसका कोई इलेक्ट्रॉन निम्न ऊर्जा वाली अपनी निश्चित कक्षा को छोड़कर किसी उच्च ऊर्जा वाली ऊँची कक्षा में चला जाता है, परन्तु इलेक्ट्रॉन ऊँची कक्षा में 10^{-8} सेकण्ड ठहरकर, तुरन्त नीची कक्षा में वापस लौटता है तथा लौटते समय वैद्युत-चुम्बकीय तरंगों के रूप में ऊर्जा उत्सर्जित करता है, चित्र 7.1 ।

यदि किसी ऊँची कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_2 तथा नीची कक्षा में ऊर्जा E_1 हो तो उत्सर्जित तरंगों की आवृत्ति निम्न समीकरण के अनुसार होती है—

$$h\nu = E_2 - E_1$$

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$



चित्र 7.1

या तरंग संख्या (Wave Number)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{(E_2 - E_1)}{hc} \quad ...(2)$$

बोहर मॉडल के आधार पर आधुनिक भौतिकी की अनेक समस्याओं का समाधान किया जाना सम्भव हो सका। इसके लिए बोहर को सन् 1922 में नोबेल पुरस्कार से सम्मानित किया गया। कालान्तर में बोहर के मॉडल में सोमरफेल्ड (Sommerfeld) तथा दी-ब्रोगली (De-Broglie) ने अनेक सुधार किए।

§ 7.4 परमाणु के विविक्त ऊर्जा स्तर (Discrete Energy Levels of the Atom)

प्लांक के क्वान्टम सिद्धान्त (Planck's Quantum Theory) के अनुसार, विकिरण ऊर्जा अथवा प्रकाश का विनिमय (उत्सर्जन अथवा अवशोषण) सतत् (continuous) न होकर, ऊर्जा के छोटे-छोटे बण्डलों के रूप में होता है। इस ऊर्जा के बण्डल को 'क्वान्टा' (quanta) अथवा 'फोटॉन' (photon) कहते हैं। यदि किसी विकिरण की आवृत्ति ν है तो उसके संगत फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ होती है, जहाँ h प्लांक का सार्वत्रिक नियतांक* है।

प्रकाश का उत्सर्जन एवं अवशोषण पदार्थ के परमाणुओं द्वारा ही होता है। अतः किसी पदार्थ द्वारा अवशोषित अथवा उत्सर्जित ऊर्जा, $h\nu$ की पूर्ण गुणज (integral multiple) होनी चाहिए। अतः किसी पदार्थ द्वारा अवशोषित अथवा उत्सर्जित ऊर्जा $h\nu, 2h\nu, 3h\nu,$......... ही हो सकती है, इनके बीच (जैसे $1 \cdot 5h\nu, 2 \cdot 4h\nu, 2 \cdot 5h\nu,$ .... इत्यादि) नहीं हो सकती अर्थात् परमाणुओं की ऊर्जा के कुछ सुनिश्चित मान ही हो सकते हैं। इसलिए परमाणु में विविक्त ऊर्जा स्तर (Discrete Energy States) होते हैं। परमाणु के ऊर्जा स्तर सम्बन्धी यह तथ्य परमाणु की ऊर्जा अवस्थाओं का क्वान्टीकरण (Quantization) कहलाता है।

§ 7.5 कुछ महत्वपूर्ण पदों की व्याख्या (Explanation of some important terms)

7.5.1 मूल ऊर्जा तथा मूल ऊर्जा स्तर (Ground Energy and Ground Energy Level)

परमाणु की वह अवस्था जिसमें उसके नाभिक तथा इलेक्ट्रॉनों के बीच स्थिर वैद्युत आकर्षण बल के कारण इसकी स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम होती है, परमाणु की मूल अवस्था अथवा निम्नतम अवस्था (ground state) कहलाती है। इसके संगत परमाणु का ऊर्जा स्तर मूल ऊर्जा स्तर (Ground Energy Level) कहलाता है।

*Planck Constant—Symbol h. The fundamental constant equal to the ratio of the energy of a quantum of energy to its frequency. It has the value $6 \cdot 626196 \times 10^{-34}$ J s. It is named after Max Planck (1858-1947).

The state of atom in which nucleus and electron possess minimum potential energy due to electrostatic force between them, is known as ground state energy of the atom and the corresponding energy level of atom is known as ground energy state.

साधारणत: सभी परमाणु अपनी निम्नतम ऊर्जा अवस्था में पाये जाते हैं। इसके लिए क्वान्टम संख्या $n = 1$ का प्रयोग करते हैं। हाइड्रोजन-सदृश परमाणुओं के लिए मूल ऊर्जा $-13 \cdot 6\, Z^2$ eV होती है जहाँ Z तत्त्व का परमाणु क्रमांक है। पारे के लिए मूल ऊर्जा $-10 \cdot 4$ eV होती है।

7.5.2 उत्तेजन ऊर्जा, उत्तेजन विभव तथा उत्तेजित ऊर्जा स्तर (Excitation energy, excitation potential and excited energy level)

जब परमाणु को किसी बाहरी स्रोत से उपयुक्त ऊर्जा मिलती है, तो इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था छोड़कर अधिक ऊर्जा वाले किसी सुनिश्चित ऊर्जा स्तर (अवस्था) में पहुँच जाता है। इस समय परमाणु उत्तेजित (excited state) अवस्था में कहा जाता है।

इस उत्तेजित अवस्था में संगत परमाणु का ऊर्जा-स्तर उत्तेजित ऊर्जा स्तर कहलाता है। इनकी क्वान्टम संख्या प्रथम उत्तेजित ऊर्जा स्तर के लिए $n = 2$, द्वितीय उत्तेजित ऊर्जा स्तर के लिए $n = 3$, ... आदि होती है।

किसी परमाणु के मूल ऊर्जा स्तर में संक्रमण के लिए जो ऊर्जा आवश्यक होती है, उसे उस ऊर्जा स्तर की उत्तेजन ऊर्जा (excitation energy) कहते हैं तथा किसी परमाणु के उत्तेजन के लिए जितने इलेक्ट्रॉन वोल्ट (eV) ऊर्जा आवश्यक होती है, उत्तेजन विभव उतने ही वोल्ट होता है।

Excitation is process in which a nucleus, electron, atom, ion or molecule acquires energy that rises it to a quantum state (excited state) higher than that of its ground state. The difference between the energy in the ground state and that in the excitation state is called excitation energy. The atom is said to be in excited state. Energy (eV) required for excitation of an atom is known as excitation potential.

जैसे पारे को विभिन्न ऊर्जा स्तरों तक उत्तेजित करने के लिए $4 \cdot 86$ eV, $6 \cdot 67$ eV तथा $8 \cdot 84$ eV ऊर्जा की आवश्यकता होती है, अत: इसके विभिन्न उत्तेजन विभव क्रमश: $4 \cdot 86$ वोल्ट, $6 \cdot 67$ वोल्ट तथा $8 \cdot 84$ वोल्ट हैं।

7.5.3 आयनन अवस्था, आयनन ऊर्जा स्तर, आयनन ऊर्जा तथा आयनन विभव (Ionisation state, ionisation energy level, ionisation energy and ionisation potential)

जब परमाणु बाहर से इतनी ऊर्जा प्राप्त कर लेता है कि उसका कोई बाह्य कक्षीय इलेक्ट्रॉन परमाणु त्यागकर बाहर निकल जाता है तो यह कहा जाता है कि परमाणु आयनित (ionised) हो गया है। परमाणु की यह अवस्था **आयनन अवस्था** (ionisation state) कहलाती है तथा इसके संगत परमाणु ऊर्जा स्तर आयनन ऊर्जा स्तर कहलाता है।

वह न्यूनतम ऊर्जा जो किसी परमाणु के बाहरी कक्षा के किसी इलेक्ट्रॉन को नाभिक के बन्धन से मुक्त करने के लिए आवश्यक हो, आयनन ऊर्जा (Ionisation Energy) कहलाती है।

Minimum energy required to release electron from its orbit under force of attraction of nucleus is known as ionisation energy.

यह पारे के लिए $10 \cdot 4$ eV होती है, हाइड्रोजन के लिए $13 \cdot 6$ eV होती है। सभी उत्तेजन विभव तथा आयनन विभवों को क्रान्तिक विभव (critical potential) कहते हैं।

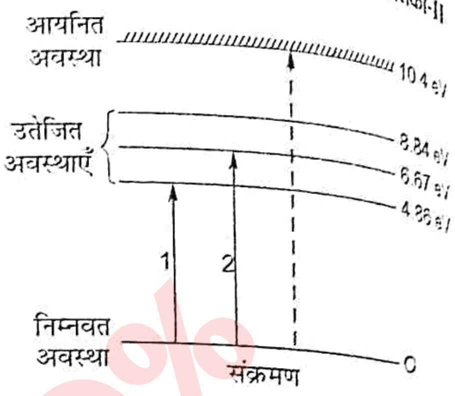
किसी परमाणु के लिए उत्तेजन विभव अनेक तथा आयनन विभव केवल एक होता है।

The excitation potential of an atom is more than one but ionisation potential is only one or unique.

7.5.4 ऊर्जा स्तर आरेख (Energy Level Diagram)

यदि परमाणु के मूल ऊर्जा स्तर अर्थात् निम्नतम् ऊर्जा स्तर को शून्य ऊर्जा स्तर माना जाए तो पारे के परमाणु के अन्य उत्तेजित ऊर्जा स्तरों की ऊर्जायें क्रमश: $4 \cdot 86$ eV, $6 \cdot 67$ eV, $8 \cdot 84$ eV तथा $10 \cdot 4$ eV होगी। इनमें अन्तिम ऊर्जा-स्तर पारे के

परमाणु का आयनन ऊर्जा स्तर होगा। परमाणु के सभी ऊर्जा स्तर एक उपयुक्त पैमाना मानकर चित्र 7.2 की भाँति आरेखित किये जा सकते हैं। इस प्रकार के आरेख को परमाणु का **ऊर्जा स्तर आरेख** (energy level diagram) कहते हैं।



चित्र 7.2

7.5.5 संक्रमण (Transition)

इलेक्ट्रॉन या परमाणु का, एक ऊर्जा अवस्था से दूसरी ऊर्जा अवस्था में जाना ही संक्रमण (transition) कहलाता है।

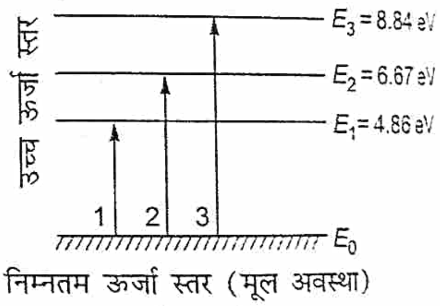
"The change in position of electron or atom from one energy state to another is known as Transition."

इस क्रिया को ऊर्जा स्तर आरेख में उन दो ऊर्जा अवस्थाओं के बीच प्राय: तीर खींचकर दिखाया जाता है। चित्र 7.2 में प्रदर्शित पारे के ऊर्जा स्तर आरेख में परमाणु का मूल ऊर्जा स्तर से प्रथम तथा द्वितीय उत्तेजित अवस्था में जाना क्रमशः संक्रमण 1($1 \to 2$) तथा संक्रमण 2 ($1 \to 3$) द्वारा दर्शाया गया है। इन संक्रमणों में परमाणु क्रमशः 4·86 eV तथा 6·67 eV ऊर्जा अवशोषित करता है। इस आरेख में पारे के परमाणु के आयनन संक्रमण को बिन्दुवत् संक्रमण (बिन्दुदार रेखा) ($1 \to \infty$) द्वारा दर्शाया गया है। इस संक्रमण में परमाणु 10·4 eV ऊर्जा का अवशोषण करता है।

§ 7.6 परमाणुओं द्वारा प्रकाश ऊर्जा का अवशोषण एवं उत्सर्जन (Absorption and Emission of high energy by Atoms)

7.6.1 प्रकाश ऊर्जा का अवशोषण (Absorption of Light Energy)

यदि परमाणु की मूल अवस्था में ऊर्जा E_0 तथा उत्तेजित अवस्थाओं में ऊर्जाएँ क्रमशः E_1, E_2, E_3, ... आदि हों तो परमाणु केवल उन प्रकाश फोटॉनों का अवशोषण करेंगे जिनकी ऊर्जा $E_1 - E_0, E_2 - E_0, E_3 - E_0$,...... आदि हों। इसके अतिरिक्त परमाणु अन्य ऊर्जा के प्रकाश फोटॉनों का अवशोषण नहीं करेगा। यदि परमाणु $E_1 - E_0$ ऊर्जा का प्रकाश फोटॉन अवशोषित करता है तो मूल अवस्था में स्थित परमाणु का इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था से निकलकर उत्तेजित अवस्था E_1 में चला जायेगा। इसी प्रकार यदि परमाणु $E_2 - E_0$ या $E_3 - E_0$ ऊर्जा के प्रकाश फोटॉनों को अवशोषित करता है तो परमाणु का इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था से निकल कर उत्तेजित अवस्था से निकलकर क्रमशः E_2 या E_3 ऊर्जा स्तर में चला जायेगा।



अवशोषण संक्रमण
चित्र 7.3

चित्र (7.3) में पारे के परमाणु का संक्रमण मूल अवस्था से अन्य उत्तेजित अवस्थाओं में तीर द्वारा प्रदर्शित किया गया है। **अवशोषण संक्रमण केवल मूल अवस्था से उच्चतर अवस्था में ही होता है। कुछ दिये गये ऊर्जा स्तरों के मध्य उत्सर्जन संक्रमणों की संख्या अवशोषण संक्रमणों की संख्या से अधिक होती है।**

Absorption transition occurs only from ground state to higher state. For some given energy levels the number of transition lines becomes more in emission spectra than absorption spectra.

7.6.2 प्रकाश ऊर्जा का उत्सर्जन (Emission of light energy)

साधारणतया परमाणु अपनी निम्नतम ऊर्जा-अवस्था (मूल अवस्था) में ही रहते हैं। जब इन्हें बाहर से किसी प्रकार की उपयुक्त ऊर्जा मिल जाती है तो इनके इलेक्ट्रॉन मूल अवस्था को छोड़कर किसी ऊँचे ऊर्जा स्तर वाली उत्तेजित अवस्था में चले जाते हैं। परन्तु परमाणु इस उत्तेजित अवस्था में बहुत कम समय (लगभग 10^{-8} सेकण्ड) तक ही रहकर, तुरन्त अपनी मूल अवस्था अथवा अपेक्षाकृत नीची ऊर्जा अवस्था में वापस लौट आता है।

इलेक्ट्रॉन का इस प्रकार का संक्रमण चित्र 7.4 में तीरों द्वारा प्रदर्शित किया गया है। **जब परमाणु का इलेक्ट्रॉन किसी ऊँचे स्तर से लौटता है तो वह ऊर्जा को प्रकाश (विद्युत-चुम्बकीय विकिरण) के रूप में उत्सर्जित करता है।**

When electron of an atom comes back from higher energy level to any lower energy level it emits energy as light (electromagnetic radiation).

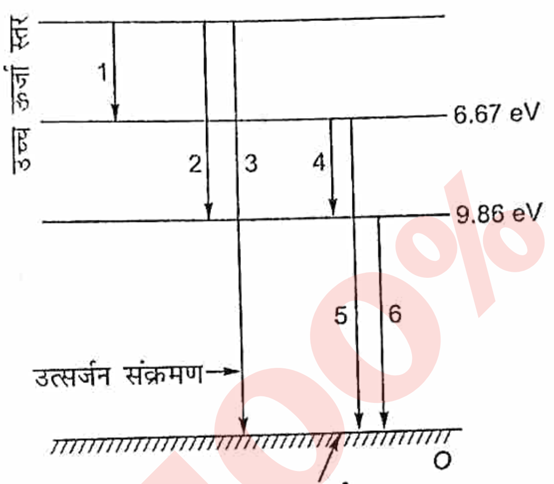
उत्सर्जित प्रकाश की निश्चित तरंगदैर्ध्य होती है जिसकी गणना निम्न सूत्र से की जा सकती है—

$$\Delta E = h\nu \quad \text{... (3)}$$

$\Delta E = E_2 - E_1$ = दो ऊर्जा स्तरों की ऊर्जाओं का अन्तर

जहाँ, h = प्लांक नियतांक

$\because \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$ जहाँ c प्रकाश की चाल तथा λ उत्सर्जित प्रकाश की तरंगदैर्ध्य है।



उत्सर्जन संक्रमण
चित्र 7.4

$$\Delta E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \quad \text{...(4)}$$

कार्यकारी सूत्र : यदि ΔE, electron-volt (eV) में हो, तो—

$$\lambda = \frac{(6{\cdot}67\times10^{-34} \text{ जू॰ से॰})\times(3{\cdot}0\times10^{8} \text{ मी॰/से॰})}{(\Delta E \text{ इलेक्ट्रॉन वोल्ट}) \times (1{\cdot}6\times10^{-19} \text{ जूल / इलेक्ट्रॉन वोल्ट})} = \frac{12375\times10^{-10}}{\Delta E}$$

$$\lambda = \frac{12375 \text{ Å}}{\Delta E} \quad \text{... (5)}$$

चित्र 7.3 तथा चित्र 7.4 से स्पष्ट है कि मूल अवस्था तीन ऊर्जा स्तरों के मध्य 6 उत्सर्जन संक्रमण सम्भव है जबकि अवशोषण संक्रमण केवल 3 ही हो सकते हैं।

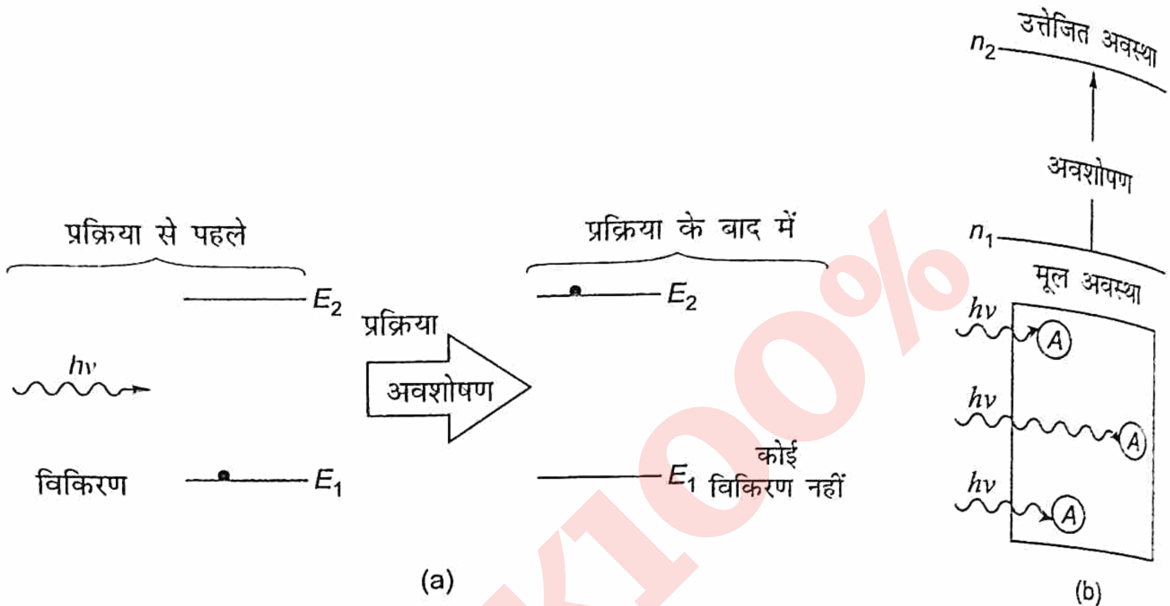
§7.7 लेसर (Laser)

लेसर की खोज सन् 1960 में टी॰ एच॰ माइमन (T.H. Maiman) ने की थी। **LASER** शब्द अंग्रेजी वाक्य 'Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation' का संक्षिप्त रूप है, जिसका अर्थ है—**विकिरण के उद्दीप्त उत्सर्जन द्वारा प्रकाश का प्रवर्धन।** यह एक युक्ति है जिससे एक **अति तीव्र** (highly intense), **एकवर्णी** (monochromatic) **समान्तर** (collimated) तथा **उच्च कला सम्बद्ध** (highly coherent) प्रकाशपुंज प्राप्त किया जाता है।

सिद्धान्त—लेसर का कार्य-सिद्धान्त समझने के लिए निम्नलिखित कुछ परिघटनाओं को समझना अति आवश्यक है।

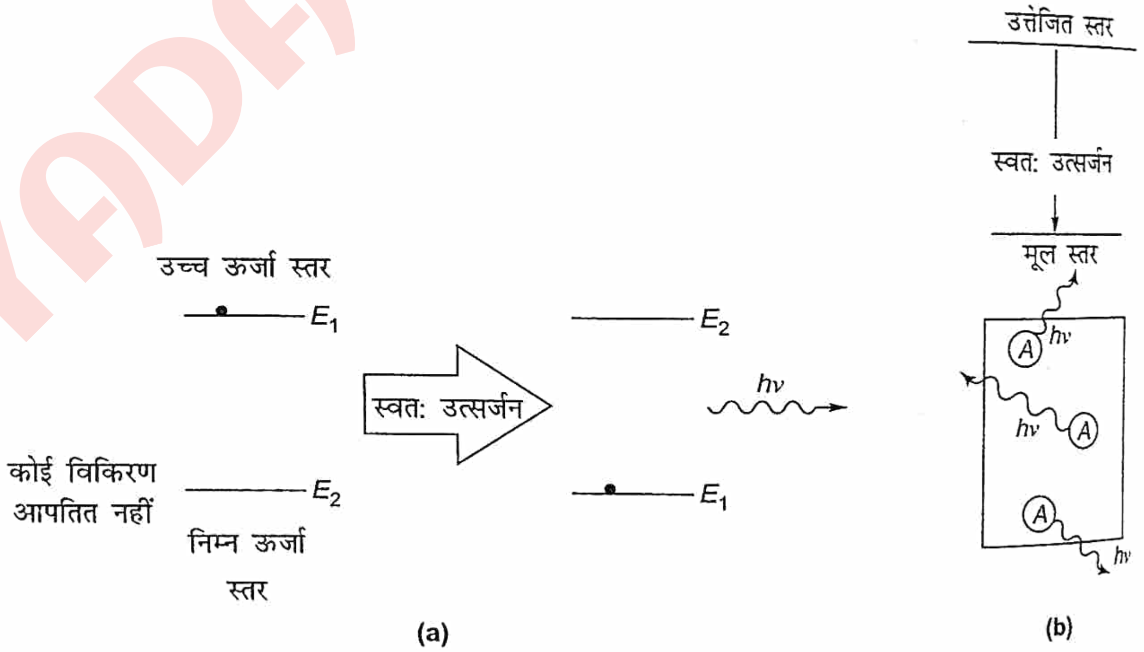
7.7.1 स्वतः उत्सर्जन (Spontaneous Emission)

सामान्यतः किसी पदार्थ के परमाणु अपनी मूल क्वान्टम अवस्था (ground quantum state) में होते हैं। जब पदार्थ को किसी ऊर्जा स्रोत द्वारा ऊर्जा दी जाती है, तो उसके परमाणु उत्तेजित होकर उच्च ऊर्जा अवस्था में आ जाते हैं जैसे कि चित्र 7.5 (a) में एक परमाणु $h\nu$ ऊर्जा अवशोषित करने के बाद उत्तेजित अवस्था E_2 में आ जाता है तथा 10^{-8} सेकण्ड तक इसी अवस्था में बना रहता है। यह 10^{-8} सेकण्ड तक कोई उत्सर्जन नहीं करता है। यह घटना तीन परमाणुओं (A) के लिए चित्र 7.5 (b) में दर्शायी गयी है। कोई परमाणु उत्तेजित अवस्था में केवल 10^{-8} सेकण्ड तक ही रह सकता है। इसके बाद पुनः निम्न ऊर्जा स्तर में लौट आता है जैसा कि चित्र 7.6 (a) में प्रदर्शित किया गया है।



चित्र 7.5

इस प्रक्रिया में परमाणु (A) ν आवृत्ति के प्रकाश फोटॉन का उत्सर्जन करता है, जबकि $h\nu = E_2 - E_1$, जहाँ E_2 व E_1 परमाणु की क्रमशः उच्च व निम्नतम ऊर्जा (या मूल ऊर्जा) अवस्थाएँ हैं। इस प्रक्रिया को **स्वतः उत्सर्जन** (spontaneous emission) कहते हैं। चित्र 7.6 (b) में तीन परमाणुओं से उत्सर्जन दर्शाया गया है जिसमें उत्सर्जित फोटॉनों की दिशा अनियमित हैं।



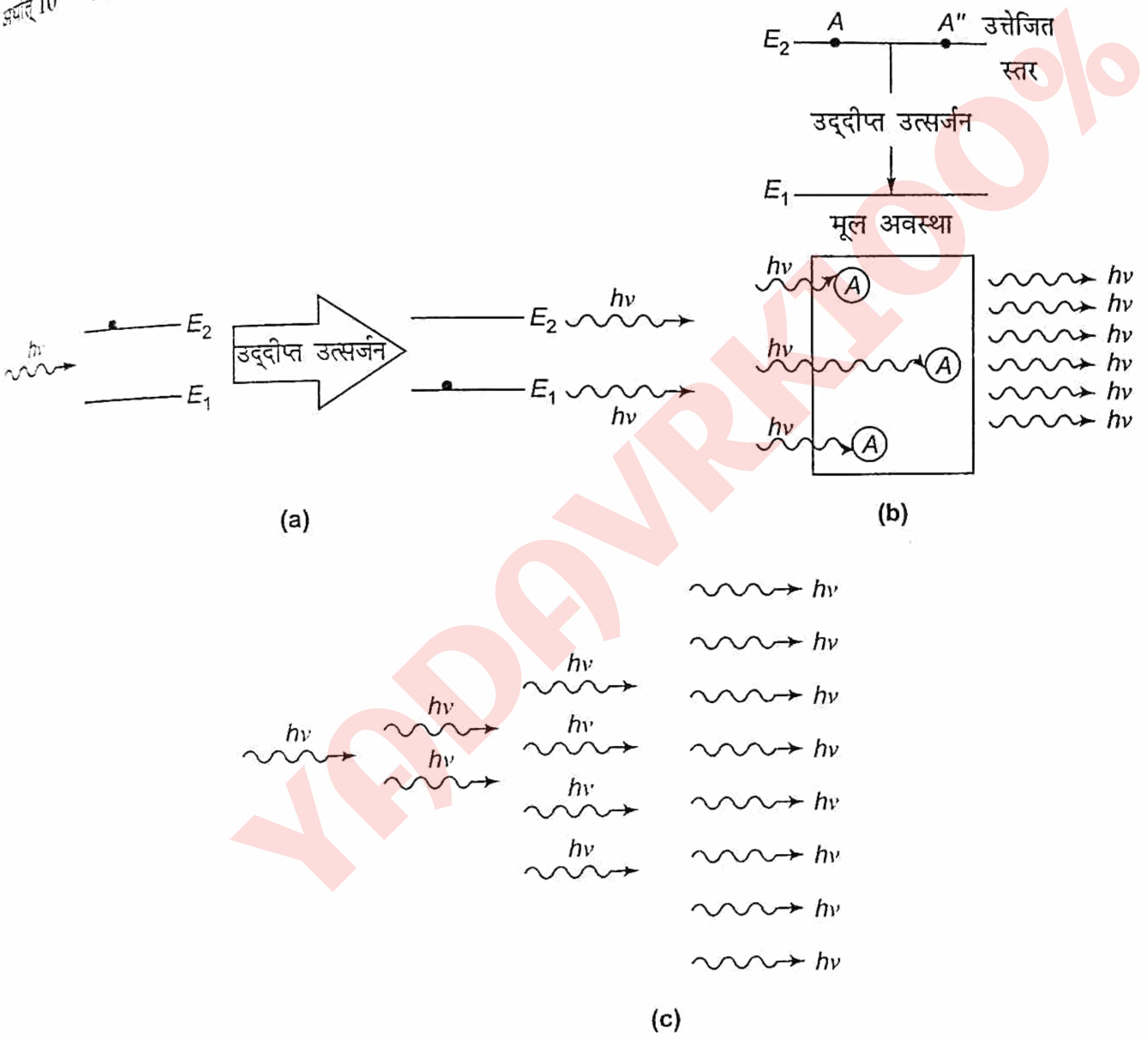
चित्र 7.6

अतः स्वतः उत्सर्जन में उत्सर्जन अनियमित होता है तथा विभिन्न परमाणुओं के लिए विभिन्न समयों पर होता है। अतः **विभिन्न परमाणुओं में स्वतः उत्सर्जन द्वारा प्राप्त प्रकाश कला असम्बद्ध (incoherent) होता है।**

YADAVRK100%

7.7.2 उद्दीप्त उत्सर्जन (Stimulated emission or Induced emission)

यदि किसी परमाणु से, जब यह उत्तेजित अवस्था E_2 में हो, उसी आवृत्ति का प्रकाश फोटॉन टकराये, जो कि उस परमाणु द्वारा उत्सर्जित होने वाला है, तो वह परमाणु तुरन्त ही निम्न ऊर्जा अवस्था E_1 में आ जाता है तथा ठीक उसी आवृत्ति का प्रकाश फोटॉन उत्सर्जित करके अपने ऊपर गिरने वाले प्रकाश को उद्दीप्त (stimulate) कर देता है। यह घटना चित्र 7.7 (a) में दर्शायी गयी है। इस प्रकार के उत्सर्जन को उद्दीप्त उत्सर्जन (stimulated emission) कहते हैं। यह स्वत: उत्सर्जन से पहले (अर्थात् 10^{-8} सेकण्ड से पहले) हो जाता है।



चित्र 7.7

चित्र 7.7 (b) में तीन परमाणुओं द्वारा उत्पन्न 6 फोटॉन दर्शाये गये हैं जिनकी दिशा वही है जो आपतित फोटॉनों की है। इसकी विशेषता यह है कि **उत्सर्जित उद्दीप्त प्रकाश आपतित प्रकाश के कला सम्बद्ध होता है।** अब उद्दीप्त तथा आपतित प्रकाश फोटॉन मिलकर अन्य उत्तेजित परमाणुओं से उद्दीप्त कला सम्बद्ध प्रकाश का उत्सर्जन करते हैं। यदि प्रकाश में पर्याप्त उत्तेजित परमाणु उपस्थित हों तो यह क्रिया प्रवर्धित होती रहती है। इस प्रकार उस पदार्थ से प्रकाश का तीव्र व कला सम्बद्ध पुंज निकलता है, चित्र 7.7 (c)।

7.7.3 मितस्थायी अवस्था (Metastable State)

कुछ पदार्थों के परमाणुओं में इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से सीधे निम्न ऊर्जा स्तर पर नहीं आते हैं बल्कि उच्च तथा निम्न ऊर्जा स्तर के मध्य पड़ने वाली मितस्थायी अवस्था (metastable state) पर आकर ठहरते हैं। मितस्थायी अवस्था में इलेक्ट्रॉन उच्च ऊर्जा स्तर से 10^5 गुना अधिक समय अर्थात् 10^{-3} सेकण्ड तक ठहरते हैं। चूँकि जिन पदार्थों के परमाणु में इलेक्ट्रॉन मितस्थायी अवस्था में अधिक समय तक रहते हैं उनमें जनसंख्या व्युत्क्रमण (population inversion) अधिक समय तक बना रहता है, जिससे प्रकाश प्रवर्धन हेतु एक अन्य आधार प्राप्त होता है। क्रोमियम तथा नियॉन में मितस्थायी अवस्था पायी जाती है। **अतः सामान्यतः किसी परमाणु की उच्च ऊर्जा स्तर की औसत आयु 10^{-8} सेकण्ड होती है परन्तु कुछ पदार्थों के परमाणु निकाय में कुछ ऐसी अवस्थायें होती हैं जिनकी औसत आयु (mean life) 10^{-3} सेकण्ड या उससे भी अधिक होती है उन्हें मितस्थायी अवस्था कहते हैं।**

A condition of a system in which it has a precarious stability that can easily be disturbed. "Life time of the higher energy state is usually 10^{-8} second, but those states in an atomic system, whose mean life is 10^{-3} second or more, are called metastable state."

7.7.4 जनसंख्या व्युत्क्रमण (Popluation Inversion)

सामान्यतया किसी तत्त्व में उच्च ऊर्जा के परमाणुओं की जनसंख्या (N_2) निम्न ऊर्जा स्तरों के परमाणुओं की जनसंख्या (N_1) से कम होती है अर्थात् सामान्यतया $N_2 < N_1$। यदि पम्पिंग प्रक्रिया द्वारा $N_2 > N_1$ कर दिया जाए अर्थात् उच्च ऊर्जा स्तरों के परमाणुओं की संख्या निम्न ऊर्जा स्तरों के परमाणुओं की संख्या से अधिक कर दें तो इस प्रक्रिया को **'जनसंख्या व्युत्क्रमण'** (Population Inversion) कहते हैं। किसी निकाय की उन अवस्थाओं को जिनमें उच्च ऊर्जा स्तरों के परमाणुओं की संख्या निम्न ऊर्जा स्तरों के परमाणुओं की संख्या से अधिक होती है, **ऋणात्मक ताप अवस्था** (Negative Temperature State) भी कहते हैं।

प्रकाश के प्रवर्धन (Amplification) के लिए जनसंख्या व्युत्क्रमण होना अत्यावश्यक है।

7.7.5 पम्पिंग (Pumping)

पदार्थ के परमाणुओं में जनसंख्या व्युत्क्रमण बनाये रखने की प्रक्रिया को पम्पिंग कहते हैं। इसमें परमाणु निम्न ऊर्जा स्तरों से उच्च ऊर्जा स्तरों में पम्प किए जाते हैं। पम्पिंग की क्रिया कई प्रकार से की जाती है, परन्तु सबसे प्रचलित तरीका प्रकाशीय पम्पिंग (Optical Pumping) है।

7.7.6 सक्रिय पदार्थ (Active Material)

वह पदार्थ जिसमें पम्पिंग प्रक्रिया द्वारा जनसंख्या व्युत्क्रमण प्राप्त कर लिया जाता है उसे सक्रिय पदार्थ कहते हैं।

§ 7.8 लेसर के प्रकार (Types of Laser)

सक्रिय पदार्थ (Active Material) की प्रकृति के आधार पर लेसर को निम्न प्रकार से वर्गीकृत करते हैं—

(i) ठोस अवस्था लेसर (Solid State Laser)

(ii) गैस लेसर (Gas Laser)

(iii) अर्द्धचालक लेसर (Semiconductor Laser)

§ 7.9 ठोस अवस्था लेसर (Solid State Laser)

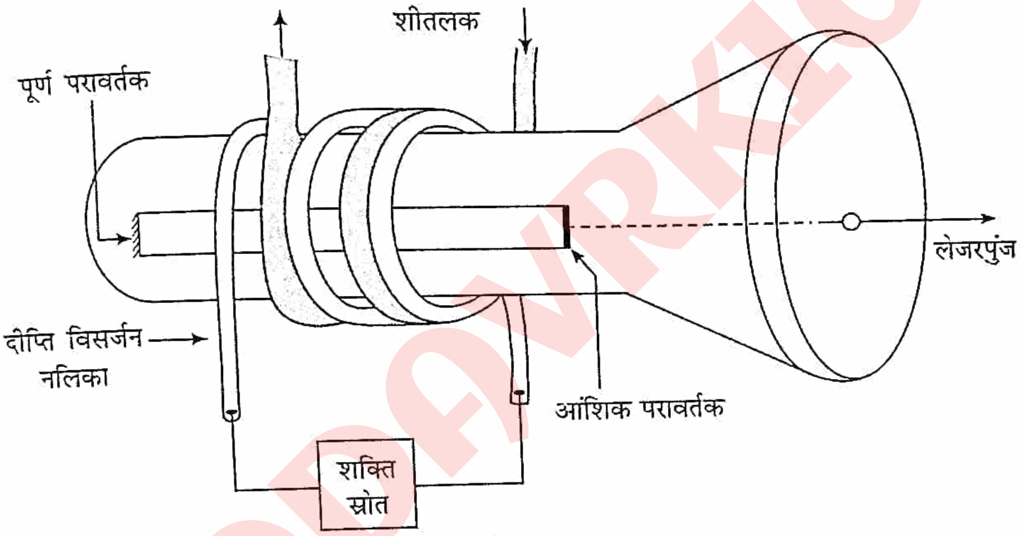
रूबी लेसर, ठोस अवस्था लेसर का एक उदाहरण है। ठोस अवस्था लेसर, उत्पादन प्रक्रिया में परमाणु के उच्च ऊर्जा एवं मूल ऊर्जा स्तरों के बीच एक मितस्थायी ऊर्जा स्तर प्राप्त होता है।

7.9.1 रूबी लेसर (Ruby Laser)

रूबी क्रिस्टल (Ruby Crystal) का प्रयोग सर्वप्रथम टी०एच० माइमन (T.H. Maiman) नामक वैज्ञानिक ने किया था। रूबी ऐल्यूमिनियम डाइऑक्सइड (Al_2O_3) का क्रिस्टल होता है जिसमें 0·05% क्रोमियम ऑक्साइड (Cr_2O_3) अपद्रव्य (Impurity) के रूप में मिला होता है।

इस प्रकार रूबी के क्रिस्टल लेटिस (crystal lattice) में ऐल्यूमिनियम के कुछ परमाणुओं का स्थान क्रोमियम के आयन (Cr^{+++}) ले लेते हैं जो उसे गुलाबी रंग प्रदान करते हैं।

प्रयुक्त रूबी छड़ एक 5 सेमी लम्बी तथा 1 सेमी व्यास की गुलाबी रंग की छड़ होती है। इसके सिरे प्रकाशत: समतल (optically flat), पूर्णतया समान्तर तथा चाँदी की कलई (silver polished) किये हुए होते हैं। इस छड़ का एक सिरा पूर्ण परावर्तक (100%) तथा दूसरा आंशिक परावर्तक (8%) होता है। यह काँच की नली के अन्दर रखी रहती है, जिस पर एक कुण्डलित दीप्ति विसर्जन नलिका (Flash- Discharge Tube) लिपटी रहती है। इस नली में जीनॉन (Zenon) गैस (चित्र 7.8) भरी रहती है।

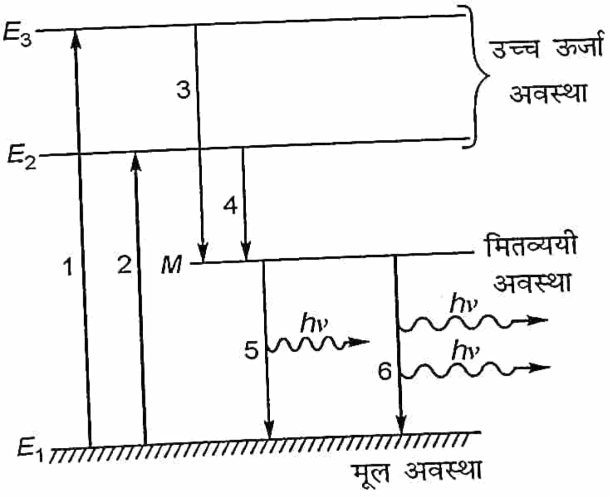


चित्र 7.8

प्रचालन (Operation)—क्रोमियम के आयन में मूल अवस्था E_1 के ऊपर दो मुख्य ऊर्जा अवस्थाएँ E_2 व E_3 होती हैं। E_2 के कुछ नीचे एक मितस्थायी अवस्था (Metastable State) M होती है, जिसका जीवन काल 10^{-3} सेकण्ड होता है जोकि उच्च ऊर्जा अवस्थाओं के जीवन काल (10^{-8} सेकेण्ड) का 5 गुना होता है। यहाँ परमाणु उत्तेजित अवस्था में काफी समय तक रुक जाते हैं (चित्र 7.9)।

जब प्रकाश की एक फ्लैश (flash) रूबी छड़ पर गिरती है तो हरे व पीले प्रकाश को क्रोमियम के आयन अवशोषित कर लेते हैं तथा उत्तेजित होकर उच्च ऊर्जा अवस्था E_2 व E_3 में आ जाते (संक्रमण 1 व 2) हैं। उत्तेजित आयन क्रिस्टल को कुछ ऊर्जा देकर मितस्थायी अवस्था में उतर आते हैं (संक्रमण 3 व 4)।

जब कोई उत्तेजित आयन स्वत: उत्सर्जन द्वारा मितस्थायी अवस्था M से मूल अवस्था E_1 में आता है तो वह ऊर्जा स्तर के अन्तर के तुल्य एक 6943Å का लाल प्रकाश के फोटॉन का



चित्र 7.9

YADAVRK100%

उत्सर्जन करता है (संक्रमण 5) यह फोटॉन रूबी-छड़ के समान्तर गतिमान होकर छड़ के सिरों से बार-बार परावर्तित होता रहता है। इसी दौरान यह किसी अन्य उत्तेजित आयन से टकराकर उद्दीप्त उत्सर्जन द्वारा अपने ही समान दूसरा फोटॉन उत्पन्न कर देता (संक्रमण 6) है। यह फोटॉन भी पहले फोटॉन से कला सम्बद्ध होने के कारण रूबी छड़ के अक्ष के समान्तर गतिमान होकर इसके सिरों से बार-बार परावर्तित होता रहता है। यही प्रक्रिया आगे दोहराई जाती है इस प्रकार छड़ की अक्ष के समान्तर गतिमान होकर इसके सिरों से बार-बार परावर्तित होता रहता है। यही प्रक्रिया आगे दोहराई जाती है। इस प्रकार छड़ की अक्ष के समान्तर एक लाल फोटॉन पुंज स्थापित हो जाता है।

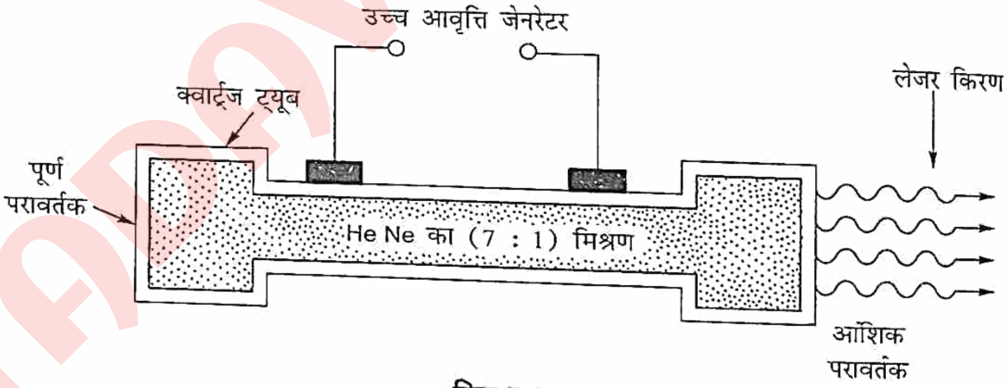
जब इस पुंज की तीव्रता अत्यधिक हो जाती है तो इसका एक अंश रूबी छड़ के अंश-परावर्तक सिरे से परावर्तित होकर बाहर निकल आता है। यही किरणपुंज लेजरपुंज है। रूबी लेसर में जनसंख्या व्युत्क्रमण तीन स्तरों में प्राप्त होता है।

§ 7.10 गैस लेसर (Gas Laser)

सर्वप्रथम सन् 1961 में ए० जीवान (A. Jawan), डब्लू० बैनेट (W.Bannet) तथा डी० हैरिएट (D. Harriot) ने गैस लेसर प्राप्त किया था। गैस लेसर, उत्पादन प्रक्रिया में परमाणु के उच्च एवं मूल ऊर्जा स्तरों के बीच दो मित स्थायी ऊर्जा स्तर प्राप्त होता है। रूबी लेसर (Ruby Laser) से प्राप्त होने वाली लेसर-किरणें तीव्र होने के बावजूद भी पल्स में होने के कारण सतत् (continuous) नहीं होतीं। सतत्-लेसर हेतु He-Ne लेसर प्रयुक्त किया जाता है।

7.10.1 हीलियम-निऑन लेसर (He-Ne Laser)

हीलियम निऑन लेसर गैस लेसर का एक उदाहरण है। इस हेतु एक काँच की नली में पारे के 1 मिमी दाब पर He एवं Ne गैसों का (7 : 1) मिश्रण भरा जाता है, चित्र 7.10।



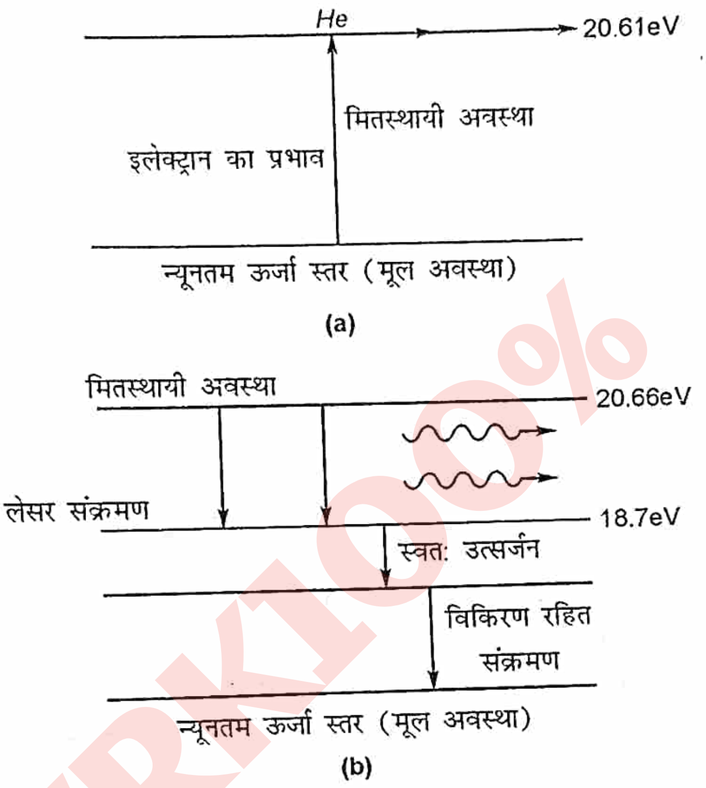
चित्र 7.10

प्रचालन (Operation)—जैसे ही क्वार्ट्ज ट्यूब में भरी He-Ne गैस के मिश्रण में उच्च आवृत्ति जेनरेटर से अल्प समय के लिए विद्युत ऊर्जा की पल्स भेजी जाती है तो इलेक्ट्रोडों द्वारा क्वार्टज ट्यूब में इलेक्टॉनों का विसर्जन होता है। फलस्वरूप विसर्जन से प्राप्त इलेक्ट्रॉन, He तथा Ne के परमाणुओं से टकराते हैं तथा उन्हें उनकी मूल अवस्थाओं (ground state) से क्रमश: 20·61 eV तथा 20·66 eV वाली मितस्थायी अवस्था तक पम्पित (pumped) कर देते हैं। हीलियम (He) -निऑन (Ne) लेसर के ऊर्जा स्तर चित्र 7.11 (a) व (b) में दर्शाये गये हैं।

जब उत्तेजित He परमाणु अपने मितस्थायी अवस्था (20·66 eV) से स्वत: उत्सर्जन द्वारा एक नीची उत्तेजित अवस्था (18·7 eV) में आता है तो एक 6328 Å का फोटॉन उत्सर्जित करता है। यह फोटॉन He-Ne गैस मिश्रण में गति करता है जब तक कि किसी उत्तेजित Ne परमाणु को उद्दीपित नहीं कर देता। इस प्रकार यह फोटॉन Ne परमाणु से 6328 Å का फोटॉन उत्सर्जित करता है जो उद्दीप्त फोटॉन से कला सम्बद्ध (coherent) होता है।

ऊर्जा स्तरों 20·66 eV तथा 18·7 eV के मध्य यह उद्दीप्त संक्रमण लेसर संक्रमण है। यह प्रक्रिया लगातार चलती रहती है और क्वाट्र्ज ट्यूब में एक कला सम्बद्ध किरणपुंज प्राप्त होता है, जो कि काफी तीव्र (Intense) होता है। इस तीव्र किरणपुंज का एक भाग, ट्यूब के दायें सिरे पर लगे आंशिक परावर्तक से बाहर निकल जाता है।

Ne परमाणु 18·7 eV ऊर्जा स्तर से स्वत: उत्सर्जन द्वारा निम्न मितस्थायी अवस्था में उतरकर ट्यूब की दीवारों से टकराता हुआ अन्तत: मूल अवस्था में पहुँच जाता है। यह विकिरणरहित संक्रमण होता है।



चित्र 7.11

§ 7.11 अर्द्धचालक लेसर (Semiconductor Laser)

अर्द्धचालक एवं अन्य सॉलिड स्टेट लेसरों में मुख्य अन्तर कार्यकारी पदार्थ की मात्रा का है। अर्द्धचालक लेसर में समस्त पदार्थ एक्टिव हो जाता है जबकि अन्य में कार्यकारी पदार्थ का लगभग 1% ही एक्टिव होता है।

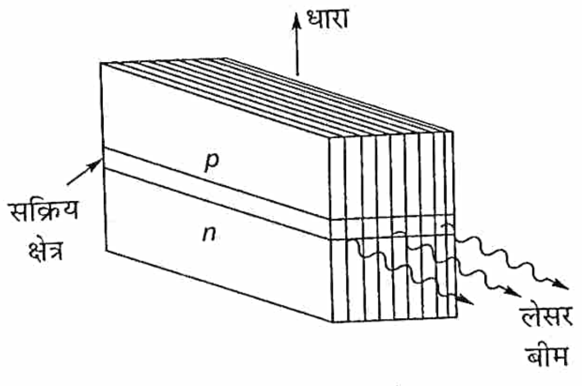
अर्द्धचालक लेसर उत्पादन के लिए निम्न दो शर्तों की पूर्ति होना आवश्यक होता है—

(1) अर्द्धचालक पदार्थ ऐसा होना चाहिए जिसमें चालन तथा संयोजन गैप (conduction and valence gap) में विकिरण संक्रमण की प्रायिकता उच्च हो तथा यह परमाणुओं में ऊर्जा के विकिरणविहीन (non-radiative) संक्रमण से अधिक हो।

(2) लेसर संक्रमण के समय पॉपुलेशन में हुई वृद्धि बनी रहे।

7.11.1 अर्द्धचालक लेसर युक्ति (Semiconductor Laser System)

सन् 1961 में प्रथम अर्द्धचालक लेसर Ga As को डिफ्यूज्ड *pn* होमोजंक्शन (homojunction) के रूप में प्रयुक्त कर बनाया गया। *pn* सन्धि बनाने के लिए किसी स्वीकारक पदार्थ (acceptor) उदाहरणत: Al को *N*–टाइप Ga As की पर्तों में डिफ्यूज* कर इसे वेफर्स की छोटी–छोटी चिप्स में इस प्रकार काटा जाता है कि वे चिप्स प्रकाशीय रूप से फ्लैट हों तथा उनके तल परस्पर समान्तर एवं संधि के लम्बवत् हों (चित्र 7.12)। सतह की परावर्तकता (reflectivity) बढ़ाने के लिए उन पर कोटिंग भी की जाती हैं।



चित्र 7.12 : *pn* सन्धि लेसर

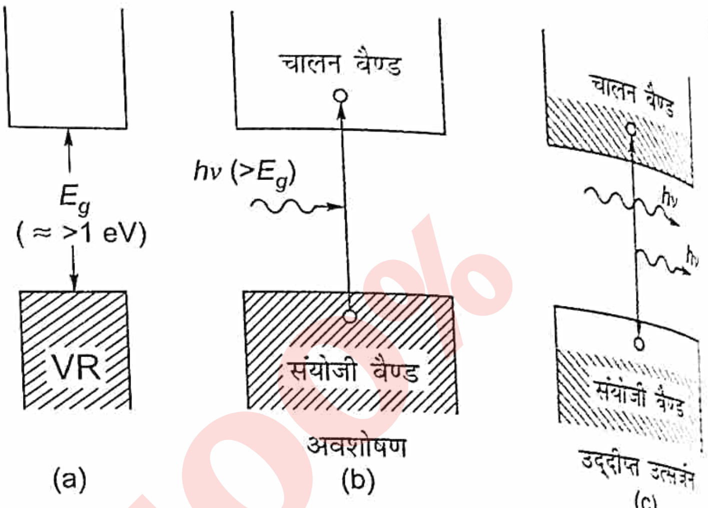
pn डायोड की शेष सतहों को खुरदुरा बनाया जाता है जिससे लेसर बीम लीक न कर सके। जनसंख्या व्युत्क्रमण हेतु अर्द्धचालक लेसर में आप्टिकल पम्पिंग, इलेक्ट्रॉन बीम पम्पिंग तथा एवेलान्शे ब्रेकडाउन पम्पिंग विधियों का उपयोग किया जाता है।

* Diffusion of Al (trivalent impurity) to *n*-type Ga As slab makes *pn*-junction. The process is called alloying. In this method, a small block of Al is placed on *n*-type Ga As slab. The system is then heated to a temperature of about 500 °C. The Al and some of Ga As melt to form a small puddle of molten Al Ga As. The temperature is then lowered to form a single crystal.

प्रचालन (Operation)

अर्द्धचालक में संयोजी बैण्ड (Valence Band) (जिसमें इलेक्ट्रॉनों द्वारा अधिग्रहीत ऊर्जा स्तर है) तथा रिक्त चालन-बैण्ड (Conduction Band) के बीच लगभग 1 eV कोटि का अल्प ऊर्जा अन्तराल E_g होता है, चित्र 7.13 (a) परन्तु सामान्य ताप पर कुछ संयोजी इलेक्ट्रॉन E_g से अधिक ऊष्मीय ऊर्जा अर्जित करके चालन बैंड में चले जाते हैं जिससे संयोजी बैण्ड में कोटर बन जाते हैं।

यदि एक प्रकाश फोटॉन, जिसकी ऊर्जा E_g से अधिक है, इलेक्ट्रॉनों से पारस्परिक क्रिया करता है तो निम्न दो में किसी एक प्रक्रम के होने ही सम्भावना होती है—



चित्र 7.13

(i) संयोजी बैंड का एक इलेक्ट्रॉन इस फोटॉन को अवशोषित कर ले और उत्तेजित होकर चालन बैंड में पहुँच जाए तथा संयोजी बैंड में एक कोटर बन जाए, चित्र 7.13 (b)।

(ii) फोटॉन चालन बैंड में पहले से ही उत्सर्जित किसी इलेक्ट्रॉन को उद्दीपित (stimulate) करे और संयोजी बैंड में गिर कर एक नए फोटॉन को उत्सर्जित करे जो उद्दीपक फोटॉन से कला सम्बद्ध हो, चित्र 7.13 (c)। इन दोनों प्रक्रमों में से किस प्रक्रम की प्रायिकता अधिक है; यह इस बात पर निर्भर करता है कि अधिकांश इलेक्ट्रॉन संयोजी बैंड में हैं अथवा चालन बैंड में।

ऊष्मीय संतुलन में, उच्च-ऊर्जा अवस्थाओं (चालन बैंड) में इलेक्ट्रॉनों की संख्या निम्न ऊर्जा अवस्थाओं (संयोजी बैंड) की तुलना में बहुत कम होती है। अतः अवशोषण की अपेक्षा उद्दीप्त उत्सर्जन बहुत कम होता है। परन्तु यदि पम्पिंग विधि से उच्च ऊर्जा अवस्थाओं में बहुत बड़ी संख्या में इलेक्ट्रॉन प्राप्त कराये जा सकें तो उद्दीप्त उत्सर्जन बढ़ सकता है। यह जनसंख्या व्युत्क्रमण (population inversion) कहलाता है। जनसंख्या व्युत्क्रमण की स्थिति एक बार प्राप्त कर लेने पर, बार-बार उद्दीप्त उत्सर्जन के कारण फोटॉनों की संख्या तेजी से बढ़ती है तथा अर्द्धचालक से प्रकाश का एक तीव्र कला-सम्बद्ध किरणपुंज प्राप्त होता है।

7.11.2 अर्द्धचालक लेसर की अन्य लेसरों से तुलना

सामान्यतः अर्द्धचालक लेसर तीव्रता, एकवर्णी, दिशीय तथा आकाशीय (spatial) एवं कालिक (temporal) रूप में, अति कला सम्बद्धता में अन्य लेसरों के समान होते हैं। परन्तु फिर भी अर्द्धचालक लेसर अन्य लेसरों से निम्न बातों में भिन्न होते हैं—

(i) अर्द्धचालक लेसरों में इलेक्ट्रॉन संक्रमण पदार्थ की बैण्ड संरचना से सम्बद्ध होते हैं, जबकि अन्य लेसरों में संक्रमण विविक्त (discrete) ऊर्जा स्तरों के बीच होते हैं। इसके फलस्वरूप अर्द्धचालक लेसर से प्राप्त विकिरण (तरंगदैर्घ्यों के कुछ एंगस्ट्रॉम परास में) अन्य लेसरों से प्राप्त विकिरणों (1 एंगस्ट्रॉम की भिन्न के बराबर) की अपेक्षा कम एकवर्णी होते हैं।

(ii) अर्द्धचालक लेसर में सक्रिय क्षेत्र बहुत संकीर्ण ($\approx 1\,\mu$m मोटाई का) होता है। अर्द्धचालक लेसर किरणपुंज का अपसरण (divergence) अन्य लेसरों के तुलना में बहुत अधिक होता है।

(iii) अर्द्धचालक लेसर का आकार बहुत छोटा (< 1 mm) होता है।

(iv) अर्द्धचालक लेसर के स्पेक्ट्रमी अभिलक्षण (जैसे बैण्ड अन्तराल तथा अपवर्तनांक) संधि के गुणों पर बहुत निर्भर करते हैं।

(v) p-n संधि लेसर में लेसर अभिक्रिया, संधि में अग्र-धारा प्रवाहित करने से उत्पन्न होती है जिससे उत्सर्जित लेसर प्रकाश का प्रकाश स्पन्दों में मॉडुलन केवल वैद्युत धारा को मॉडुलित करके हो सकता है।

(vi) अर्द्धचालक लेसरों में फोटॉनों का आयुकाल अल्प होता है जिससे उच्च आवृत्तियों पर भी हम मॉडुलन प्राप्त कर सकते हैं।

§7.12 लेसरपुँज के गुण (Properties of Laser Beam)

लेसरपुँज में कुछ अभिलाक्षणिक गुण होते हैं जोकि अन्य प्रकाश स्रोतों से प्राप्त पुँजों में नहीं पाए जाते।

(i) लेसरपुँज पूर्णत: आकाशीय सम्बद्ध (spatially coherent) होता है तथा समस्त तरंगें ठीक एक ही कला में होती हैं न केवल एक ही लेसरपुंज के पथ में स्लिटें रखकर, बल्कि दो विभिन्न लेसरों से प्राप्त पुंजों का उपयोग करके भी व्यतिकरण प्रतिरूप (interference pattern) प्राप्त किया जा सकता है।

(ii) लेसर प्रकाश लगभग पूर्ण एकवर्णी (perfectly monochromatic) होता है अर्थात् इसमें उच्च कालिक सम्बद्धता (temporal coherence) होती है।

(iii) लेसर किरणें लगभग पूर्णत: समान्तर होती हैं। अत: लेसरपुंज अत्यन्त संकीर्ण होता है तथा बिना विस्तारित हुए (without spreading) लम्बी दूरियों तक जा सकता है। यह एक अति तीक्ष्ण (sharp) बिन्दु पर फोकस किया जा सकता है।

(iv) लेसरपुंज अत्यधिक तीव्र (intense) होता है। यह कठोरतम धातु को भी वाष्पीकृत कर सकता है। लेसरपुँज अपने उच्च ऊर्जा घनत्व तथा दिशिक गुण (directional property) के कारण किसी बिन्दु पर फोकस होकर 10^4 °C की कोटि का ताप उत्पन्न कर सकता है।

§7.13 लेसर के अनुप्रयोग (Applications of Laser)

चूँकि लेसरपुँज संकीर्ण, तीव्र समान्तर, एकवर्णी तथा उच्च सम्बद्धता का होता है, अत: इसके विभिन्न क्षेत्रों के अनुप्रयोग निरन्तर बढ़ रहे हैं—

(1) तकनीकी तथा औद्योगिक क्षेत्र में—

(i) लेसरपुँज कपड़ों के धागे (fabric) को काटने, स्टील की चादरों को काटने के काम आता है।

(ii) दाँत में तथा हीरे जैसे कठोर पदार्थों में अत्यन्त सूक्ष्म छिद्र (ड्रिल) करने में उपयोग किया जाता है।

(iii) लेसरपुँज की सहायता से धात्विक छड़ों को पिघला कर जोड़ा जा सकता है (लेसर वेल्डिंग)।

(iv) अर्द्धचालक चिप्स पर इलेक्ट्रॉनिक परिपथों के बनाने के दौरान अनावश्यक पदार्थों को लेसरपुँजों द्वारा वाष्पित (vaporize) करके हटाया जाता है।

(v) इंजन के क्रैंक-शाफ्ट तथा सिलिण्डर की दीवारें लेसर द्वारा ऊष्मीय उपचार (heat treatment) से कठोर बनायी जाती हैं।

(2) चिकित्सा के क्षेत्र में—

(i) लेसरपुँज का उपयोग अत्यन्त सूक्ष्म शल्य क्रिया (Surgery), जैसे कॉर्निया ग्रैफ्टिंग (cornea grafting) में किया जाता है।

(ii) लेसरपुँजों के उपयोग से शल्य क्रिया (surgery) काफी कम समय में की जाती है।

(iii) इसका उपयोग गुर्दे की पथरी, कैंसर, ट्यूमर तथा मस्तिष्क के ऑपरेशन में सूक्ष्म नलिकाओं को काटने व बन्द करने में भी किया जाता है।

(3) युद्ध काल में—

(i) लेसरों का उपयोग शत्रु की मिसाइलों को पहचान कर नष्ट करने में किया जाता है। आजकल लेसर राइफलें, लेसर-पिस्तौलें तथा लेसर बम भी बनाये जाते हैं जिनसे रात्रि में भी दुश्मन पर प्रहार किया जा सकता है।

VKDAVKR100%

(ii) अन्तरिक्ष में लेसर का उपयोग रॉकेटों तथा उपग्रहों को नियन्त्रित करने में किया जाता है।

(iii) फाइबर-प्रकाशिकी टेलीफोनी (fibre optic telephony) जैसे दिशिक रेडियो संचार माध्यमों में किया जाता है।

(4) **लेसर विज्ञान तथा शोध में**

(i) लेसर का उपयोग माइकेल्सन-मोरले के प्रयोग में भी किया गया है जोकि आइन्सटीन के सापेक्षता सिद्धान्त का आधार स्तम्भ है।

(ii) इसकी सहायता से प्लाज्मा का ताप तथा इलेक्ट्रॉन का घनत्व ज्ञात किया जा सकता है।

(iii) लेसर टॉर्च का उपयोग अति दूर स्थित वस्तुओं को देखने में किया जाता है।

(5) लेसर का उपयोग त्रिविमीय फोटोग्राफी (holography) तथा अरेखीय प्रकाशिकी (non-linear optics) में किया जाता है।

(6) चूँकि लेसर किरणें अत्यधिक समान्तर होती हैं, अत: इनका उपयोग संचार साधनों में तथा लम्बी दूरियों के मापन में किया जाता है। लेसर किरणों की सहायता से पृथ्वी तथा चन्द्रमा के बीच की दूरी का मापन 15 सेमी की यथार्थता तक किया गया है।

(7) लेसर किरणें नाभिकीय विस्फोटों तथा भूकम्पों के संसूचन (detection) में, रॉकेटों के ठोस ईंधन के वाष्पन में तथा दूर-स्थित ग्रहों व उपग्रहों के अध्ययन में अत्यन्त उपयोगी सिद्ध हुयी हैं।

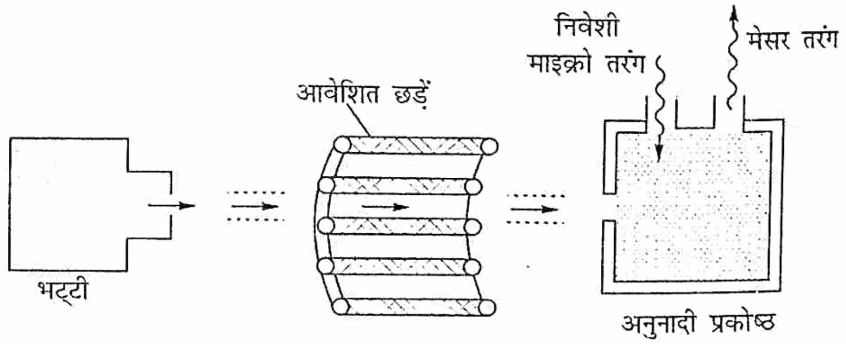
§ 7.14 मेसर (Maser)

MASER शब्द अंग्रेजी वाक्य Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation का संक्षिप्त रूप है; जिसका अर्थ है 'विकिरण के उद्दीप्त उत्सर्जन द्वारा माइक्रो-तरंगों का प्रवर्धन'। लेसर द्वारा दृश्य प्रकाश तरंगों का कला सम्बद्ध, एकवर्णी, संकीर्ण तथा अति तीव्र पुँज होता है। ऐसा ही पुँज मेसर द्वारा अदृश्य माइक्रो तरंगों का प्राप्त होता है। इसीलिए लेसर को 'प्रकाशकीय मेसर' (Optical Maser) भी कहते हैं।

लेसर के समान, मेसर में भी किसी माध्यम में जनसंख्या व्युत्क्रमण (population inversion) द्वारा उत्तेजित अणुओं की संख्या बढ़ाकर, उन पर उपयुक्त आवृत्ति की माइक्रो तरंगें गिरायी जाती हैं जिससे माइक्रो तरंगों का उद्दीप्त उत्सर्जन (stimulated emission) होने लगता है।

अमोनिया गैस मेसर

पहला मेसर सन् 1954 में गोर्डन (Gorden), जीगर (Zeiger) तथा टाउन्स (Townes) ने बनाया था जिसे 'अमोनिया मेसर' कहते हैं। अमोनिया का अणु एक नाइट्रोजन परमाणु तथा तीन हाइड्रोजन परमाणुओं से बनता है तथा इसमें दो ऐसे ऊर्जा स्तर (energy levels) होते हैं जिनका अन्तर 23870 मेगाहर्ट्स आवृत्ति वाले विकिरण-फोटॉन की ऊर्जा के तुल्य होता है। इस मेसर में अमोनिया गैस के अणुओं को एक भट्टी (oven) में उत्तेजित किया जाता है (चित्र 7.14)। उत्तेजित तथा कुछ सामान्य अणु भट्टी में बने एक छिद्र से बाहर निकल कर एक बेलनाकार पृथक्कारी (separator) में प्रवेश करते हैं।



चित्र 7.14

YADAVRK100%

पृथक्कारी की दीवार पर आवेशित छड़ें लगी होती हैं जिनके बीच उत्पन्न वैद्युत क्षेत्र सामान्य (normal) अणुओं को आकर्षित करता है जबकि उत्तेजित (excited) अणुओं को प्रतिकर्षित करता है। पृथक्कारी की बेलनाकार आकृति के कारण, दीवारों से प्रतिकर्षित होकर उत्तेजित अणु पृथक्कारी की अक्ष के अनुदिश गति करते हैं। इस प्रकार अमोनिया अणुपुँज में से सामान्य अणु पृथक् हो जाते हैं तथा केवल उत्तेजित अणु एक अनुनादी प्रकोष्ठ में प्रवेश कर जाते हैं। इन उत्तेजित अणुओं पर प्रकोष्ठ में बने एक छिद्र द्वारा 23870 मेगाहर्ट्स की माइक्रो तरंगें गिरायी जाती हैं। इसके फलस्वरूप इन अणुओं से उद्दीप्त उत्सर्जन होने लगता है। उत्सर्जन से प्राप्त फोटॉन प्रकोष्ठ की दीवारों से बार-बार परावर्तित होते हैं तथा अन्य उत्तेजित अणुओं से टकराकर तीव्र उद्दीप्त उत्सर्जन करते हैं। इस प्रकार यह शृंखला चलती रहती है और एक तीव्र कला सम्बद्ध माइक्रो तरंग विकिरण पुँज प्रकोष्ठ में बने दूसरे छिद्र से बाहर निकलता है।

उपयोग—मेसरपुँज द्वारा अन्तरिक्ष में दूर-दूर तक तथा गहरे समुद्र के भीतर संदेश भेजे जा सकते हैं। इनका उपयोग अधिक दूरियों के रेडार-संचार के लिए प्रवर्धक के रूप में भी किया जाता है। मेसरपुँज द्वारा जटिल ऑपरेशन सुगमता से किए जा सकते हैं। आँख में ट्यूमर के ऑपरेशन में मेसर बीम प्रयुक्त की जाती है। मेसर बीम बहुत थोड़े समय के लिये ही (लगभग 10^{-4} सेकण्ड तक) वांछित भाग पर डाली जाती है।

(ब) फाइबर ऑप्टिक्स (Fibre Optics)

§7.15 परिचय (Introduction)

सामाजिक व्यवस्था के समन्वयन तथा जीवन की प्रगतिशीलता के लिए आदि काल से ही मनुष्य अपनी भावनाओं/इच्छाओं को व्यक्त करने के लिए सूचनाओं का आदान-प्रदान करता रहा है।

सूचनाओं/सन्देशों के सफल आदान-प्रदान के लिए निम्न तीन तत्त्वों (three elements) का होना आवश्यक है—

1. **स्रोत** (Source)—जहाँ से सूचनायें उपजती हैं/भेजी जानी हैं।
2. **माध्यम** (Medium)—जिससे होकर या जिसके द्वारा सूचनाएँ भेजी जानी हैं।
3. **गन्तव्य** (Destination)—जहाँ सूचनाएँ भेजनी हैं/प्राप्त होनी हैं।

उपरोक्त में माध्यम की भूमिका अत्यधिक महत्वपूर्ण है।

पूर्वकाल में सूचना के सफल आदान-प्रदान में बड़ी कठिनाइयाँ थीं क्योंकि तत्समय कबूतर, बाज़ तथा धावक आदि माध्यम थे जिनका उपयोग असुरक्षित, समय-साध्य तथा अव्यावहारिक था। कालान्तर में विज्ञान की उन्नति के साथ डाकघर, तार इत्यादि माध्यम प्रचलन में आये तो स्रोत तथा गन्तव्य के बीच दूरियाँ समय के परिप्रेक्ष्य में घटने लगीं।

वर्तमान युग में टेलीविजन, टेलीफोन तथा मोबाइल के आविष्कार ने तो सूचना जगत में क्रांति ला दी, परन्तु अति गोपनीय, महत्वपूर्ण सूचनायें अभी भी सुरक्षित नहीं थीं तथा माध्यम का प्रभाव भी इसे विरूपित कर रहा था।

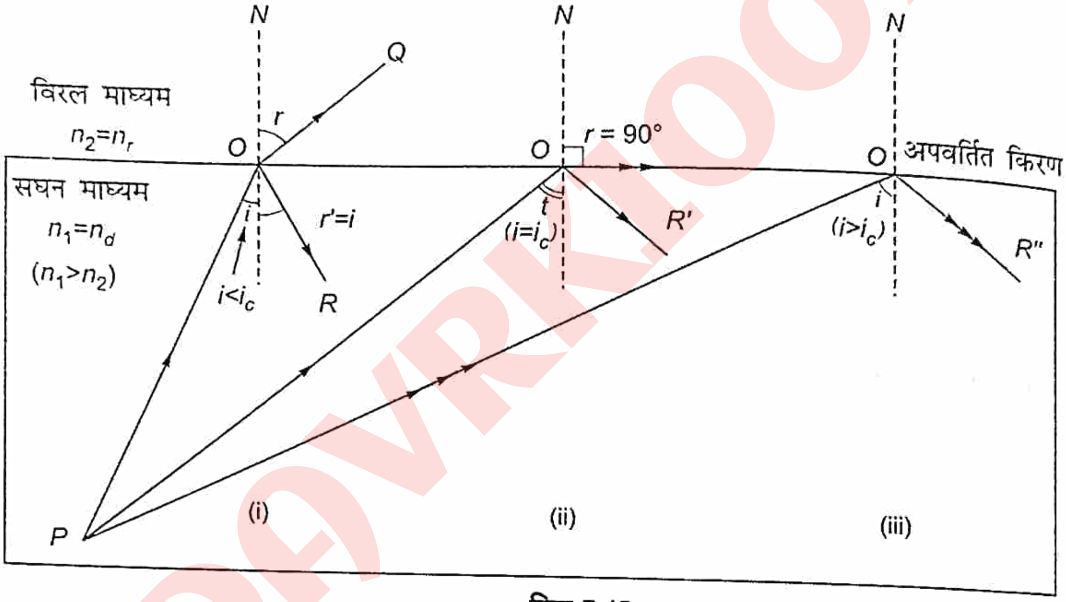
रेशा प्रकाशिकी (Fibre optics) के सिद्धान्त पर प्रकाशिकी रेशा (Optical fibre) के प्रयोग ने सूचनाओं को प्रकाश की गति प्रदान कर दी, माध्यम द्वारा ऊर्जा क्षय (सूचना का विरूपण) लगभग शून्य कर दिया। सूचनाओं की गोपनीयता और सुरक्षा भी बढ़ा दी।

§7.16 क्रान्तिक कोण तथा पूर्ण आन्तरिक परावर्तन (Critical angle and Total Internal Reflection)

जब कोई प्रकाश किरण PO छोटे आपतन कोण (i) पर सघन माध्यम (n_d) से विरल माध्यम (n_r) में जाती है, तो अपवर्तन कोण (r) का मान आपतन कोण (i) से बड़ा होने के कारण, विरल माध्यम में प्रकाश किरण OQ अभिलम्ब ON से दूर हट जाती है तथा आंशिक परावर्तन के कारण एक क्षीण आन्तरिक किरण OR भी सघन माध्यम में उपस्थित हो जाती है

[चित्र 7.15, किरण (i)]। आपतन कोण (i) का मान बढ़ाते जाने पर अपवर्तन कोण (r) का मान भी बढ़ता जाता है तथा एक निश्चित आपतन कोण i_c* जिसे क्रान्तिक कोण कहते हैं, पर अपवर्तन कोण (r) का मान 90° हो जाता है अर्थात् अपवर्तित किरण सघन माध्यम की सतह के अनुदिश चलती है [चित्र 7.15, किरण (ii)]। इस स्थिति में भी आन्तरिक परावर्तित किरण OR' क्षीण होती है। परन्तु आपतन कोण का मान i_c से अधिक होने पर यह परावर्तित किरण अचानक तीव्र (चमकीली-bright) हो जाती है तथा अपवर्तित किरण अदृश्य (disappear) हो जाती है [चित्र 7.15, किरण (iii)]।

इस स्थिति में सघन माध्यम में आपतित सम्पूर्ण प्रकाश, दोनों माध्यमों के अन्तरापृष्ठ (सघन माध्यम की सीमा) से परावर्तित (परावर्तन के नियम के अनुसार) होकर सघन माध्यम में ही वापस लौट आती है। (चित्र 7.15 किरण (iii)) इस घटना को प्रकाश का पूर्ण आन्तरिक परावर्तन कहते हैं। **इस स्थिति में अपवर्तन नहीं होता है।**



चित्र 7.15

"The total reflection of a beam of light at the interface of one medium and another medium of lower refractive index, when the angle of incidence to the second medium exceeds a specific critical angle."

$$_dn_r = \frac{\sin i_c}{\sin 90°} = \sin i_c$$ ($\because\ _1n_2 = {}_dn_r$-denser सघन)
(r-rarer विरल)

अथवा $$\frac{1}{_rn_d} = \sin i_c$$ $\left(\because\ _1n_2 = \frac{1}{_2n_1}\right)$

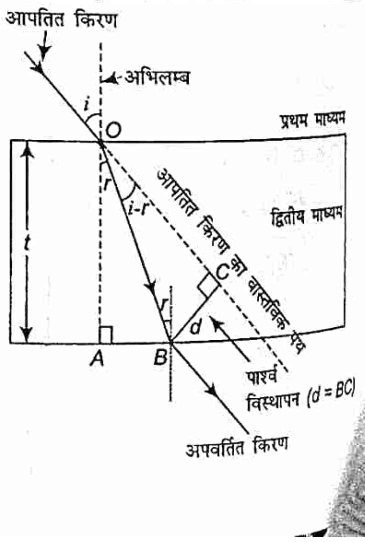
* क्रान्तिक कोण i_c को C अथवा θ_c द्वारा भी प्रदर्शित किया जाता है।

- **पार्श्व विस्थापन** (Lateral Displacement)—यदि आपतित किरण को आगे बढ़ाया जाये तो यह सदैव अपवर्तित किरण के समानान्तर होती है, परन्तु दोनों किरणों के बीच कुछ विस्थापन होता है। दोनों किरणों के मध्य यह लम्बवत् विस्थापन पार्श्व विस्थापन कहलाता है।

चित्र में पार्श्व विस्थापन (d), बिन्दुओं B तथा C के बीच की दूरी है। प्रयोगों द्वारा माना गया है कि पार्श्व विस्थापन

(i) द्वितीय माध्यम की मोटाई (t) के समानुपाती होता है।
(ii) द्वितीय माध्यम के अपवर्तनांक ($_1n_2$) के समानुपाती होता है।
(iii) आपतित किरण के समानुपाती होता है।
(iv) आपतित किरण के तरंगदैर्घ्य के व्युत्क्रमानुपाती होता है।

चित्रानुसार, $d = \frac{t \sin (i-r)}{\cos r}$



YADAVRK100%

$${}_r n_d = \frac{1}{\sin i_c} = \operatorname{cosec} i_c$$

अथवा

$$i_c = \sin^{-1}\left(\frac{1}{{}_r n_d}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{n_r}{n_d}\right) \quad \ldots (6)$$

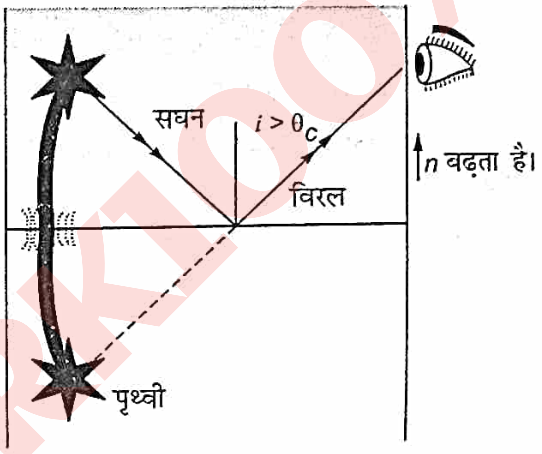
अथवा

क्रान्तिक कोण का मान दोनों माध्यमों की प्रकृति तथा प्रकाश के रंग पर निर्भर करता है।

पूर्ण आन्तरिक परावर्तन में ऊर्जा का कोई ह्रास नहीं होता है, अतः सम्पूर्ण (100%) ऊर्जा परावर्तित होती है। इस कारण पूर्ण आन्तरिक परावर्तन द्वारा बना प्रतिबिम्ब अपेक्षाकृत अधिक चमकीला होता है।

7.16.1 पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के कुछ उदाहरण (Examples of Total Internal Reflection)

1. **मरीचिका** (Mirage)—गर्मी के दिनों में पृथ्वी की सतह के गर्म हो जाने के कारण सतह के समीप की गर्म वायु का अपवर्तनांक इसके ऊपर वाली वायु की अपेक्षा कम हो जाता है अर्थात् पृथ्वी सतह से ऊपर जाने पर वायु का अपवर्तनांक बढ़ता जाता है। किसी प्रेक्षक से दूर स्थित वस्तु (जैसे पेड़ आदि) से चलने वाली प्रकाश किरण का पृथ्वी के समीप वाली वायु की परत पर आपतन कोण जब क्रान्तिक कोण से बड़ा ($i > i_c$) हो जाता है तब इस किरण का पूर्ण आन्तरिक परावर्तन हो जाने के कारण वस्तु का उल्टा प्रतिबिम्ब प्रेक्षक को दिखाई देता है, चित्र (7.16)। तब प्रेक्षक को ऐसा आभास होता है कि सामने पास में जल है जिसके कारण यह उल्टा प्रतिबिम्ब बना है, परन्तु वास्तव में वहाँ जल नहीं होता है। इसी घटना को मरीचिका कहते हैं।



चित्र 7.16

2. इसी प्रकार ठंडे प्रदेशों में **उन्मरीचिका** (looming) की घटना होती है। हीरे का चमकना, जल के अंदर वायु के बुलबुले का चमकना आदि पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की घटनाएँ हैं।

3. प्रकाशीय तन्तु (optical fibre) में पूर्ण आन्तरिक परावर्तन क्रिया द्वारा सूचना संदेशों को एक स्थान से दूसरे स्थान तक अति तीव्र गति से तथा बिना किसी डेटा (data) हानि के प्रेषित किया जाता है।

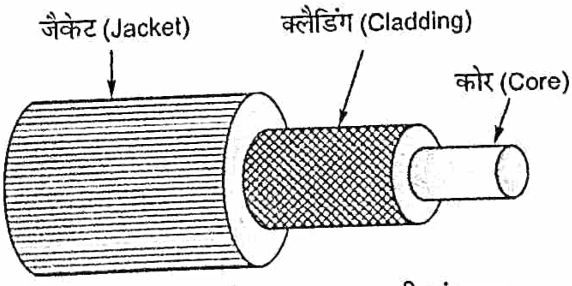
§ 7.17 फाइबर ऑप्टिक्स (Fibre Optics)

फाइबर ऑप्टिक्स संचार प्रौद्योगिकी (Communication Technology) का वह सिद्धान्त है जिसमें संकेत (signal) भेजने के लिए काँच अथवा प्लास्टिक फाइबर प्रयुक्त किये जाते हैं। सन् 1976 में सर्वप्रथम अमेरिका में संकेत भेजने के लिए फाइबर का प्रयोग किया गया था। फाइबर ऑप्टिक्स पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के सिद्धान्त पर आधारित है।

"A waveguide through which light can be transmitted with very little leakage through the sidewalls. The propagation of waveguide is based on the principle of total internal reflection."

§ 7.18 ऑप्टिकल फाइबर (Optical Fibre)

यह एक ऐसा रेशा (Fibre) होता है जिसके द्वारा सूचना संकेत को एक स्थान से दूसरे स्थान तक बिना किसी डेटा (data) हानि के भेजा जा सकता है। आजकल ऑप्टिकल फाइबर का प्रयोग सूचना प्रौद्योगिकी के कई भागों में बहुतायत से किया जा रहा है।



चित्र 7.17 : आप्टिकल फाइबर की संरचना

चित्र 7.17 के अनुसार ऑप्टिकल फाइबर के प्रमुख भागों का विवरण निम्नवत् हैं—

1. कोर (Core)
2. क्लैडिंग (Cladding)
3. जैकेट (Jacket)

1. कोर (Core)—यह ऑप्टिकल फाइबर का सबसे भीतरी भाग होता है। स्टेप इण्डेक्स फाइबर में काँच का यह बेलनाकार भाग सिर के बाल के बराबर मोटा होता है। इसका व्यास लगभग 6 से 250 माइक्रोमीटर तक होता है। कोर के अपवर्तनांक n_1 का मान क्लैडिंग के अपवर्तनांक n_2 से ज्यादा होता है।

कोर बनाने के लिए काँच अथवा प्लास्टिक का इस्तेमाल किया जाता है।

2. क्लैडिंग (Cladding)—यह कोर के बाहर स्थित बेलनाकार भाग है। इसका व्यास लगभग 10 से 450 माइक्रोमीटर तक होता है।

क्लैडिंग के अपवर्तनांक n_2 का मान n_1 से कम होता है परन्तु n_2 व n_1 का अन्तर अत्यन्त कम होता है। यह भी प्लास्टिक अथवा काँच का बना होता है।

"In the (step index) fibre a pure glass core, is surrounded by a coaxial glass or plastic cladding of lower refractive index."

3. जैकेट (Jacket)—ऑप्टिकल फाइबर में कोर एवं क्लैडिंग की सुरक्षा के लिए प्लास्टिक का बाह्य मजबूत आवरण होता है।

(a) आप्टिकल फाइबर का अनुप्रस्थ काट   **(b)** आप्टिकल फाइबर का लम्बाई के अनुदिश काट

चित्र 7.18 : ग्लास फाइबर का क्रॉस-सैक्शन

§ 7.19 ऑप्टिकल फाइबर का सिद्धान्त (Principle of Optical Fibre)

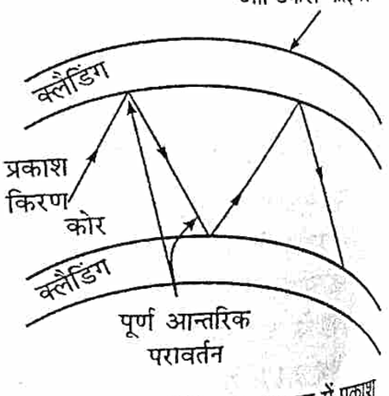
ऑप्टिकल फाइबर के सिद्धान्त के अनुसार—**"यदि प्रकाश का कोई पुंज एक पतले ग्लास के रेशे में एक सिरे पर आपतित किया जाये तब पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के कारण प्रकाशपुंज रेशे के अन्दर ही रहता है बाहर नहीं निकल पाता है। इस क्रिया को फाइबर ऑप्टिक्स कहते हैं।"**

सूचनाओं को ऑप्टिकल फाइबर में इलेक्ट्रिक सिग्नल के रूप में पूर्ण आन्तरिक परावर्तन द्वारा दूर तक भेजने के लिए दृश्य व इन्फ्रारेड तरंगों (Infrared Rays) का प्रयोग किया जाता है।

प्लास्टिक ऑप्टिकल फाइबर द्वारा कम दूरी तक सिग्नल भेजने के लिए दृश्य तरंगों (visible rays) का उपयोग किया जाता है, चित्र (7.19)।

ऑप्टिकल फाइबर जितना पतला होता है उसकी दक्षता (efficiency) उतनी ही अधिक होती है।

पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के कारण यदि ऑप्टिकल फाइबर को मोड़ भी दिया जाय तो भी प्रकाश दीवारों (side walls) से बाहर नहीं आता है।



चित्र 7.19 : ऑप्टिकल फाइबर में प्रकाश संचरण

YADAVRK100%

"The interface between core and cladding acts as a cylindrical mirror at which total internal reflection takes place. This structure enables a beam of light to travel through many kilometres of fibre."

वस्तुतः फाइबर, प्रकाश के लिए एक तरंग पथक (Wave guide) की भाँति कार्य करता है।

§ 7.20 पूर्ण आन्तरिक परावर्तन की शर्तें (Conditions for Total Internal Reflection)

ऑप्टिक फाइबर में पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होने के लिए निम्न दो स्थितियों का होना आवश्यक है—

1. कोर के अपवर्तनांक (n_1) का मान क्लैडिंग के अपवर्तनांक n_2 से ज्यादा होना चाहिए, अर्थात्—

$$n_1 > n_2$$

Refractive index of the core material should be much more than refractive index of the cladding material.

2. कोर-क्लैडिंग अन्तर्पृष्ठ पर आपतन कोण ϕ का मान क्रान्तिक कोण C से ज्यादा होना चाहिए, अर्थात्—

$$\phi \geq C$$

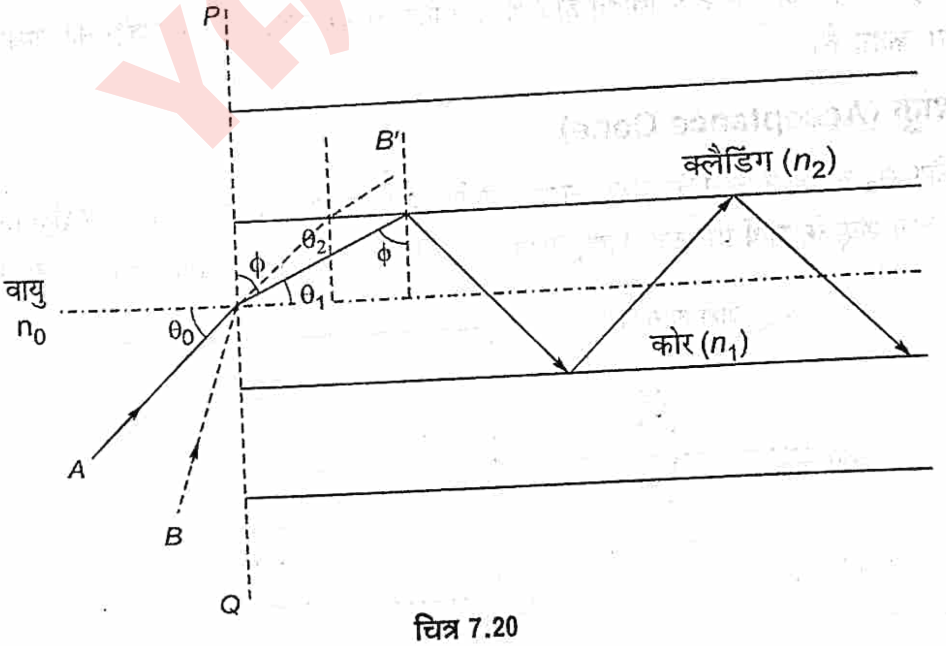
Angle of incidence at core-cladding interface should be much more than critical angle.

§ 7.21 ग्राह्य कोण (Acceptance Angle)

चित्र 7.20 के अनुसार दो प्रकाश किरणें A तथा B फाइबर में बायीं तरफ से प्रवेश कर रही हैं। किरण B कोर क्लैडिंग सीमा पर क्रान्तिक कोण से कम कोण पर टकराती है, अतः उसका सीमा पर अपवर्तन हो जाता है तथा वह अपवर्तित होकर क्लैडिंग में चली जाती है। किरण A कोर में इस प्रकार प्रवेश करती है कि वह क्रान्तिक कोण से अधिक ($\phi > \phi_c$) पर आपतित होती है। अतः उसका पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होता है। इसे फाइबर के दूसरे सिरे पर प्राप्त कर सकते हैं।

इस किरण की सम्पूर्ण ऊर्जा कोर की लम्बाई के अनुदिश अन्दर ही रहती है तथा उसका कोई भी अंश किसी भी परावर्तन पर बाहर नहीं जाता है।

माना किरण A, वायु एवं कोर बाउन्ड्री पर, कोर अक्ष से θ_0 कोण पर आपतित होती है। चूँकि कोर का अपवर्तनांक n_1, वायु के अपवर्तनांक n_0 से अधिक है, अतः यह अभिलम्ब की ओर झुकती हुई, कोर क्लैडिंग बाउन्ड्री पर नार्मल से ϕ कोण पर आपतित होती है। अतः चित्र (7.20) से—



चित्र 7.20

स्नैल के नियमानुसार,

$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1$$

या
$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \sin (90° - \phi)$$

या
$$n_0 \sin \theta_0 = n_1 \cos \phi \qquad \text{... (i)}$$

पूर्ण आंतरिक परावर्तन के लिए कोण ϕ का मान क्रान्तिक कोण ϕ_c से अधिक होना आवश्यक है। चूँकि कोण ϕ_c, कोर (अपवर्तनांक n_1) तथा क्लैडिंग (अपवर्तनांक n_2) बाउन्ड्री के लिए क्रान्तिक कोण है, अत:

$$n_1 \sin \phi_c = n_2 \sin 90°$$

$$\sin \phi_c = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\because \quad \cos \phi_c = \sqrt{1 - \sin^2 \phi_c}$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

$$\cos \phi_c = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1} \qquad \text{... (ii)}$$

अत: समीकरण (i) से क्रान्तिक कोण पर आपतन के लिए—

$$n_0 \sin \theta_{0(max)} = n_1 \cos \phi_c$$

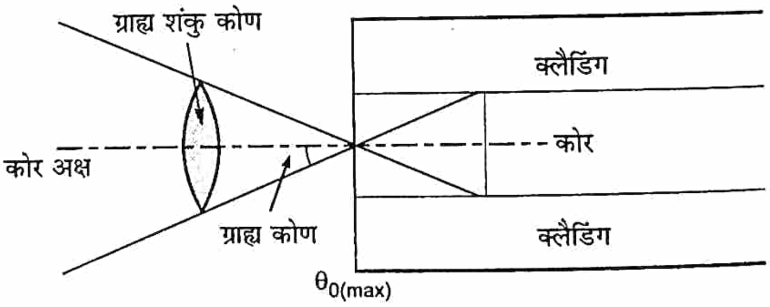
समीकरण (ii) से मान रखने पर,
$$\sin \theta_{0\,(max)} = \frac{n_1}{n_0} \times \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1}$$

$$\boldsymbol{\theta_0(\text{max}) = \sin^{-1} \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}} \qquad \text{... (7)}$$

आपतन कोण θ_0 का यह अधिकतम मान है अर्थात् जो तरंगें कोर पर इस कोण से कम पर आपतित होती हैं वे कोर–क्लैडिंग बाउन्ड्री पर पूर्ण आन्तरिक परावर्तित होती हैं तथा निरन्तर परावर्तन के कारण कोर की लम्बाई के अनुदिश चलती हैं, इसे **ग्राह्य कोण** कहते हैं।

§ 7.22 ग्राह्य शंकु (Acceptance Cone)

यदि ग्राह्य कोण θ_0 को कोर अक्ष के परित: घुमाया जाये तब चित्र (7.21) के अनुसार एक शंकु (cone) बनता है। इसे ग्राह्य शंकु कहते हैं तथा शंकु के शीर्ष पर बना कोण, ग्राह्य शंकु कोण (angle of acceptance cone - θ_A) कहलाता है।



चित्र 7.21

VEDAVRK100%

स्पष्टतः ग्राह्य शंकु कोण, θ_0 का दो गुना होता है अर्थात्

ग्राह्य शंकु कोण, $\theta_A = 2\theta_0$

$$\theta_A = 2\sin^{-1}\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} \quad \ldots (8)$$

ग्राह्य कोण θ_0 को "Acceptance cone half angle" भी कहते हैं।

चूँकि आपतित किरण वायु माध्यम से आती है, जिसके लिए $n_0 = 1$ तथा माना $\sin\theta_{0\ max} = \theta_0$ तब समीकरण (7) से

ग्राह्य कोण, $$\theta_0 = \sin^{-1}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \ldots (9)$$

एवं समीकरण (8) से ग्राह्य शंकु कोण,

$$\theta_A = 2\sin^{-1}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \ldots (10)$$

§ 7.23 भिन्नात्मक अपवर्तनांक परिवर्तन (Fractional Refractive index change – Δ)

कोर तथा क्लैडिंग के अपवर्तनांकों के भिन्नात्मक अन्तर (Δ) को भिन्नात्मक अपवर्तनांक परिवर्तन कहते हैं। इसे निम्न प्रकार व्यक्त करते हैं—

$$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad \ldots (11)$$

इसका मान सदैव धनात्मक होता है। पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के लिए n_1, n_2 से बड़ा होता है। प्रकाशिक किरणों को रेशे में आगे बढ़ाने के लिए $\Delta << 1$ होना चाहिए।

यद्यपि व्यवहार में Δ का मान लगभग 0·01 होता है।

§ 7.24 आंकिक छिद्र (Numerical Aperture - NA)

ग्राह्य कोण के ज्या (sin) मान को आंकिक छिद्र कहते हैं। इसे NA से प्रदर्शित करते हैं।

"Sin value of acceptance angle is known as numerical aperture."

अतः
$$\text{NA} = \sin\theta_0$$

$$\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{(समीकरण (9) से)} \quad \ldots (12)$$

∵
$$n_1^2 - n_2^2 = (n_1 + n_2)(n_1 - n_2)$$

या
$$n_1^2 - n_2^2 = \left(\frac{n_1 + n_2}{2}\right)\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1}\right) 2\, n_1$$

∵
$$\frac{n_1 + n_2}{2} \approx n_1 \quad \text{तथा} \quad \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \Delta$$

अतः
$$n_1^2 - n_2^2 = 2\, n_1^2\, \Delta$$

समीकरण (12) से
$$\text{NA} = n_1\sqrt{2\Delta} \quad \ldots (13)$$

NA द्वारा रेशे की प्रकाश ग्रहण शक्ति की गणना की जाती है। यह प्रकाश की उस मात्रा का मात्रक है जो कि रेशा ग्रहण करता है। यदि NA का मान अधिक है तो इसका अर्थ है स्रोत से रेशा अधिक प्रकाश ग्रहण कर रहा है।

§ 7.25 *V*-संख्या (*V*-number)

किसी प्रकाशिक रेशे से गुजरने वाले प्रकाश पथ के मोड्स (N_m) की संख्या *V*-संख्या के आधार पर निम्न सूत्र द्वारा दी जाती है—

$$N_m = \frac{2\pi^2 r^2}{\lambda^2}(n_1^2 - n_2^2) \quad \text{...(14)}$$

यहाँ

λ = प्रकाश की तरंगदैर्घ्य (मीटर में)

r = कोर का अर्द्धव्यास (मीटर में)

n_1, n_2 = कोर तथा क्लैडिंग के अपवर्तनांक

ऑप्टिकल फाइबर में प्रकाश तरंग का संचरण सिंगल मोड (single mode) अथवा मल्टीमोड्स (multi modes) में हो सकता है।

प्रकाशीय रेशे की विवेचना में प्रमुख पैरामीटर को *V*-संख्या कहते हैं। साधारणतया इसे रेशे की आवृत्ति कहते हैं।

$$V = \frac{2\pi r}{\lambda}\sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad \text{...(15)}$$

$\because$

$$\text{NA} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \text{ तथा } \text{NA} = n_1\sqrt{2\Delta}$$

अत:

$$V = \frac{2\pi r}{\lambda}\text{NA}$$

या

$$V = \frac{2\pi r}{\lambda} n_1 \sqrt{2\Delta} \quad \text{...(16)}$$

अत: प्रकाशिक रेशे के लिए अधिकतम मोड की संख्या

$$N_m = \frac{1}{2}V^2 \quad \text{...(17)}$$

अत: $V = 10$ के लिए $N_m = 50$

$V < 2{\cdot}405$ के लिए प्रकाशिक रेशा सिंगल मोड फाइबर (single mode fibre) तथा $V > 2{\cdot}405$ के लिए रेशा मल्टी मोड फाइबर (multimode fibre) होता है। $V = 2{\cdot}405$ के संगत तरंगदैर्घ्य को स्तब्ध तरंगदैर्घ्य (cut-off wavelength) λ_c कहते हैं।

$$\lambda_c = \frac{\lambda V}{2{\cdot}405} \quad \text{...(18)}$$

§ 7.26 ऑप्टिकल फाइबर्स का वर्गीकरण (Classification of Optical Fibres)

ऑप्टिकल फाइबर को दो प्रकार से वर्गीकृत किया जाता है—

1. उस पदार्थ के आधार पर जिनके द्वारा वे निर्मित हैं—ऑप्टिकल फाइबर के निर्माण में प्रयुक्त विभिन्न पदार्थों के विभिन्न संयोजन इस प्रकार हैं—

(i) ग्लास कोर तथा ग्लास क्लैडिंग (Glass core and Glass cladding)

(ii) ग्लास कोर तथा प्लास्टिक क्लैडिंग (Glass core and Plastic cladding)

(iii) प्लास्टिक कोर तथा प्लास्टिक क्लैडिंग (Plastic core and Plastic cladding)

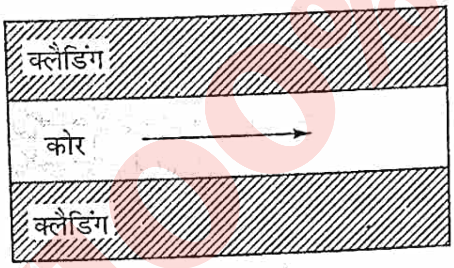
2. प्रकाश संचरण के मोड तथा अपवर्तनांक के आधार पर—प्रकाश संचरण के मोड के आधार पर फाइबर को दो प्रकार से वर्गीकृत किया जाता है—

(i) सिंगल मोड फाइबर (एकांक प्रकार के रेशे) (Single mode fibre or SMF)
(ii) मल्टी-मोड फाइबर (बहु-प्रकार के रेशे) (Multi-mode fibre or MMF)

अपवर्तनांक के आधार पर यह रेशे दो प्रकार के होते हैं—

(a) स्टैप-इन्डैक्स फाइबर (Step-Index fibre)
(b) ग्रेडेड-इन्डैक्स फाइबर (Graded-Index fibre)

§ 7.27 सिंगल मोड फाइबर (Single Mode Fibre - SMF)

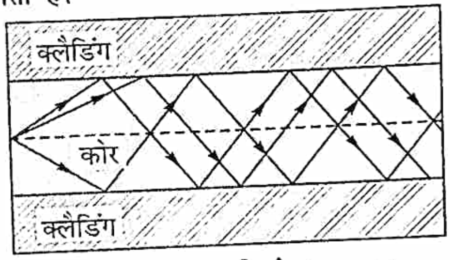


चित्र 7.22 : सिंगल मोड फाइबर

ऑप्टिकल सेन्सर्स के लिए सिंगल मोड फाइबर्स का उपयोग किया जाता है। सिंगल मोड का अर्थ है कि इन फाइबर्स में प्रकाश तरंग एक सीधी रेखा में चलती है चित्र (7.22)। यह पथ फाइबर के अनुदैर्घ्य अक्ष (longitudinal axis) के अनुदिश होता है। सिंगल मोड फाइबर को इस प्रकार निर्मित किया जाता है कि प्रकाश तरंगों को इसमें संचरण के लिए केवल एक ही पथ मिलता है। इसके लिए फाइबर कोर के व्यास को बहुत कम (5 से 10 μm) तक रखा जाता है जो कि संचरित होने वाली प्रकाश तरंग की तरंगदैर्घ्य के लगभग बराबर होता है।

§ 7.28 मल्टीमोड फाइबर (Multimode Fibre - MMF)

टेलीकम्यूनिकेशन नेटवर्किंग के लिए मल्टीमोड फाइबर्स का उपयोग किया जाता है। चूँकि प्रकाश तरंगों का फाइबर के कोर में पथ उस आपतन कोण पर निर्भर करता है, जिस पर कोर-क्लैडिंग बाउन्ड्री से टकराता है, अतः **विभिन्न आपतन कोण के आधार पर कोर में प्रकाश के अनेक पथ हो सकते हैं।**



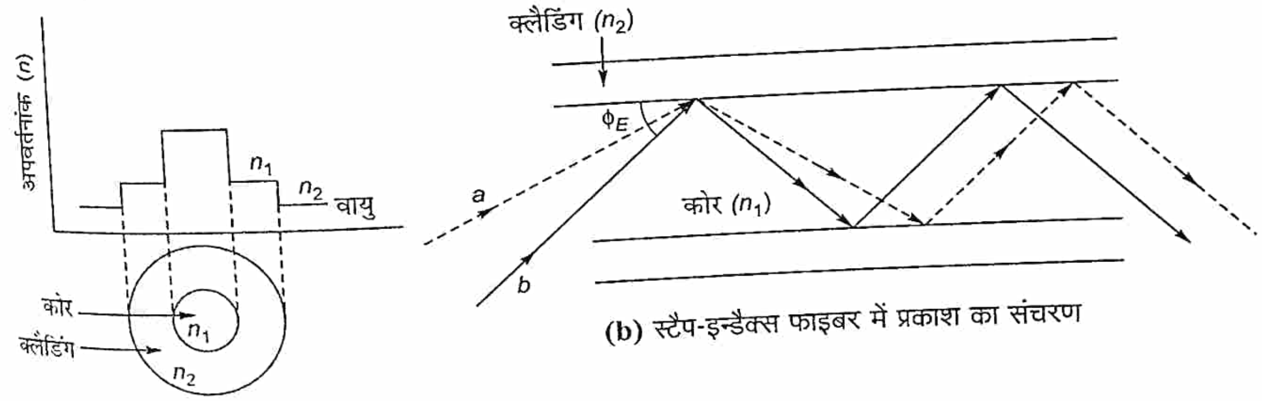
चित्र 7.23. : मल्टी मोड फाइबर

मोड वह पथ है जिस पर प्रकाश, प्रकाशीय रेशे के अन्दर चलता है। प्रकाशीय रेशे के लिए मोड्स (N_m) की संख्या 1 से लेकर 1,00,000 तक या अधिक हो सकती है चित्र 7.23।

अपवर्तनांक के आधार पर यह फाइबर (रेशा) दो प्रकार का होता है।

7.28.1 स्टैप-इन्डैक्स फाइबर (Step-Index Fibre)

जब फाइबर में कोर पदार्थ के अपवर्तनांक तथा क्लैडिंग पदार्थ के अपवर्तनांक के मध्य में अचानक (abrupt) परिवर्तन होता है, तो इस प्रकार के फाइबर को स्टेप इण्डेक्स फाइबर कहते हैं चित्र 7.24 (a)। चित्र 7.24 (b) में एक स्टैप-इन्डैक्स फाइबर में प्रकाश तरंग 'a' तथा 'b' का विसरण (Dispersion) दिखाया गया है।



(a) स्टैप इन्डैक्स फाइबर

(b) स्टैप-इन्डैक्स फाइबर में प्रकाश का संचरण

चित्र 7.24

प्रकाश संचरण (Transmission), पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के सिद्धान्त पर ही होता है। यदि कोर का अपवर्तनांक n_1 तथा क्लैडिंग का अपवर्तनांक n_2 है तब पूर्ण परावर्तन के लिए आवश्यक है कि—

$$n_1 > n_2$$

तथा

$$\phi_c = \cos^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

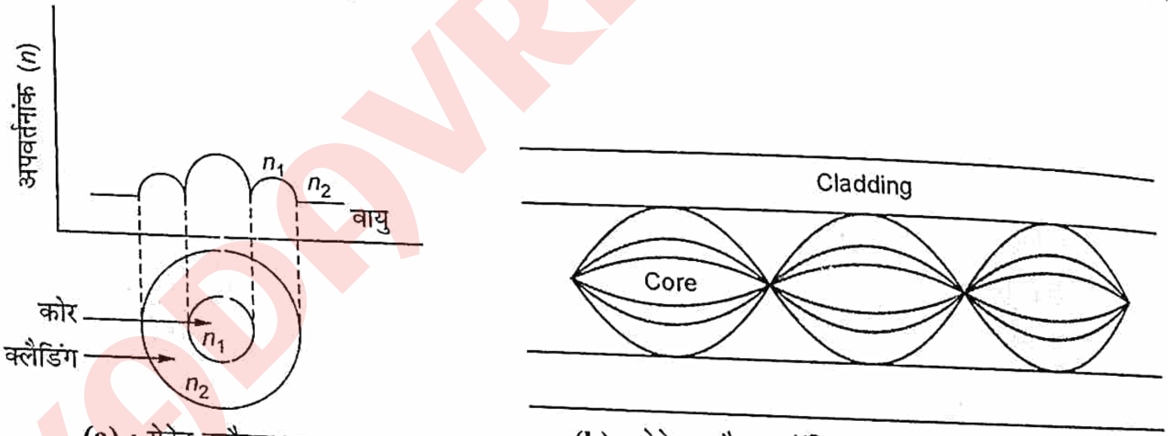
उपरोक्त समीकरण में ϕ_c, आपतित किरण एवं कोर बाउन्ड्री के मध्य क्रान्तिक कोण है।

प्रकाश तरंग 'a', तरंग 'b' की तुलना में अधिक लम्बा पथ तय करता है जिससे कुछ विरूपित हो जाता है।

7.28.2 ग्रेडेड-इन्डैक्स फाइबर (Graded-Index Fibre)

जब ऑप्टिकल फाइबर में कोर का अपवर्तनांक केन्द्रीय अक्ष (central axis) से किनारे तक धीरे-धीरे घटता जाता है तो इस प्रकार के फाइबर को ग्रेडेड इण्डेक्स फाइबर कहते हैं चित्र 7.25 (a)। कोर से किनारे तक अपवर्तनांक में यह अन्तर लगभग 1% होता है।

ग्रेडेड-इन्डैक्स फाइबर के प्रयोग से सिग्नल में विरूपण (distortion) कम हो जाता है। इस फाइबर को अनेक परतों की एक श्रेणी के समान समझा जा सकता है जिसमें प्रत्येक परत की बाउन्ड्री पर अपवर्तनांक में, कोर से क्लैडिंग की तरफ घटते क्रम का परिवर्तन होता है। जब प्रकाश विभिन्न बाउन्ड्री स्रोत से गुजरता है तब उसका प्रत्येक बाउन्ड्री पर अपवर्तन होता है तथा अन्त में प्रकाशपुंज का पूर्ण आन्तरिक परावर्तन हो जाता है। इससे प्रकाश गमन के लिए एक पैराबोलिक पथ प्राप्त होता है जैसा कि चित्र 7.25 (b) में दिखाया गया है।



(a) : ग्रेडेड इन्डैक्स फाइबर (b) : ग्रेडेड-इन्डैक्स ऑप्टिकल फाइबर में प्रकाश का संचरण

चित्र 7.25

फाइबर के बाहर भाग में चलने वाली तरंगों के पथ में अपेक्षाकृत कम अपवर्तनांक का पदार्थ होने के कारण ये तरंगें कोर के मध्य की तुलना में बाहरी भाग में तीव्र गति से चलती हैं। इससे आंशिक रूप से उस लम्बे पथ में चलने के समय में देरी का समायोजन हो जाता है जिस पर बाहरी तरंगों को चलना पड़ता है। इसके साथ ही संचरित तरंगों में विरूपण भी नगण्य हो जाता है।

§ 7.29 ऑप्टिकल सैन्सर्स (Optical Sensors)

"ऑप्टिकल सेन्सर वह युक्ति है जो प्रकाश तरंगों को इलेक्ट्रॉनिक सिग्नल में बदल देता है।" ऑप्टिकल सेन्सर में सिंगल मोड फाइबल का उपयोग किया जाता है। इसमें हानियाँ बहुत कम होती हैं। इसके कोर का व्यास बहुत कम होता है। अतः इसके लिए 'Angle of Acceptance' भी बहुत छोटा होता है।

फाइबर ऑप्टिक सेन्सर दो प्रकार के होते हैं—

1. शुद्ध फाइबर सैन्सर्स (Pure Fibre Sensor)—इनकी कार्य-प्रणाली प्रकाश संचरण के समय उन परिवर्तनों पर निर्भर करती है जो वातावरण द्वारा उस समय उत्पन्न होते हैं।

YADAVRK100%

2. **रिमोट ऑप्टिक सैन्सर्स** (Remote Optic Sensor)—इन सैन्सर में ऑप्टिकल फाइबर का उपयोग, प्रकाश को किसी अन्य युक्ति तक ले जाने के लिए किया जाता है, जो प्रकाश के उद्दीप्त होने पर कार्य करती है।

अधिकांश शुद्ध ऑप्टिक्स सैन्सर्स में किसी बाहरी प्रभाव के कारण संचरित प्रकाश में इन दो में से कोई एक परिवर्तन हो सकता है—

(1) प्रकाश का कोर से क्लैडिंग में संचरण होने पर इसका क्षरण (leakage) हो सकता है।

(2) प्रकाश किरण किसी ऑप्टिकल पथ में तय की गयी दूरी के स्थान पर कोई भिन्न दूरी तय कर सकती है जिससे दो तरंगों के मध्य कलान्तर उत्पन्न हो जाता है जिसे अध्यारोपण द्वारा परिणामी दीप्त तथा अदीप्त पैटर्न देखकर जाना जा सकता है।

फाइबर ऑप्टिक्स सैन्सरों के लाभ (Advantages of Fibre Optic Sensors)

(1) इन्हें फाइबर ऑप्टिक कम्यूनिकेशन प्रणालियों के साथ प्रयुक्त किया जाता है।

(2) इसमें विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती है, अतः यह विस्फोटक वातावरण में एवं उच्च वोल्टेज उपकरणों के लिए बहुत उपयोगी है।

(3) इन पर बाहरी विद्युत-चुम्बकीय परिवर्तन का प्रभाव नहीं पड़ता है। अतः फाइबर ऑप्टिक सैन्सर का आउटपुट किसी भी प्रकार के शोर (noise) से मुक्त रहता है।

(4) अनेक भौतिक राशियों (दाब, ताप, विस्थापन आदि) के मापन में यह उपयोगी है।

§ 7.30 ऑप्टिकल फाइबर के उपयोग (Use of Optical fibre)

(1) इसका प्रयोग गुणता नियंत्रण, चिकित्सीय नियंत्रण, मिट्रियोलॉजी तथा रिमोट सैन्सिग में किया जाता है।

(2) इसका प्रयोग विद्युत धारा, वोल्टेज, विद्युत तथा चुम्बकीय क्षेत्र आदि के मापन तथा प्रकाश से सम्बन्धित मापनों में किया जाता है।

(3) **चिकित्सीय क्षेत्र में**—इसका उपयोग समान्यतया पेट की लैप्रोस्कोपिक सर्जरी में किया जाता है। इसमें ऑप्टिकल फाइबर को पेट में डालकर अन्दर के हिस्सों को देख सकते हैं। पथरी के इलाज के लिए भी लेजर बीम को इनकी सहायता से शरीर के अन्दर प्रवेश कराते हैं।

(4) **सैन्सर में**—इसकी सहायता से ऑप्टिकल सैन्सर बनाया जाता है।

(5) **नेटवर्किंग में**—इसका प्रयोग कई कम्प्यूटर सिस्टम को जोड़ने तथा सूचना का ट्रान्समिशन करने में किया जाता है।

(6) **टेलीकम्यूनिकेशन में**—टेलीफोन आदि के ताँबे के तारों के स्थान पर ऑप्टिकल फाइबर्स का उपयोग किया जाने लगा है।

साधित आंकिक उदाहरण

उदाहरण 1. एक पारदर्शी माध्यम का वायु के सापेक्ष क्रान्तिक कोण 45° है। इस माध्यम में प्रकाश की चाल की गणना कीजिए। ($c = 3 \times 10^8$ मी/से) **(UPBTE 2008)**

हल—माना पारदर्शी माध्यम का वायु के सापेक्ष अपवर्तनांक ${}_a n_m$ है, तो क्रान्तिक कोण के लिए

$$ {}_a n_m = \frac{1}{\sin i_c} = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \sqrt{2} $$

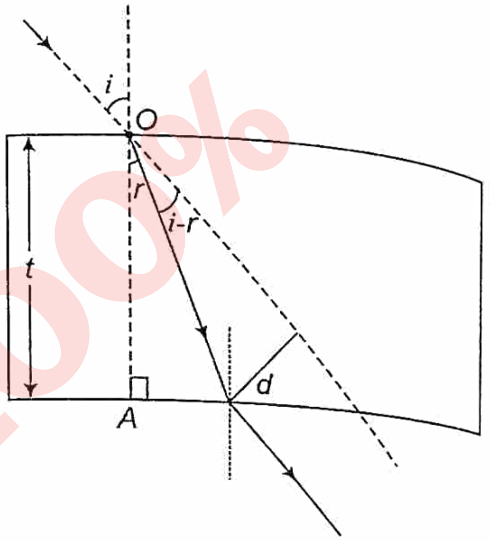
चूँकि

$$ {}_a n_m = \frac{c}{v_m} = \frac{3 \times 10^8}{v_m} $$

अतः

$$ v_m = \frac{3 \times 10^8}{{}_a n_m} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{2}} = 2 \cdot 12 \times 10^8 \text{ मी/से} $$

उदाहरण 2. $\sqrt{3}$ अपवर्तनांक के एक आयताकार गुटके में 60° के आपतन कोण पर प्रकाश की एक किरण प्रवेश करती है। गुटके के अन्दर यह किरण 5 सेमी की दूरी तक चलकर यह किरण निर्गत होती है। आपतित एवं निर्गत किरणों के बीच लम्बवत् दूरी क्या है?



हल—प्रश्नानुसार, दिया है—

$$n = \sqrt{3}, i = 60°$$

चित्रानुसार

$$d = \frac{t \sin (i - r)}{\cos r} \quad .... (1)$$

जहाँ $$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin 60°}{\sin r}$$

या $$\sqrt{3} = \frac{(\sqrt{3}/2)}{\sin r}$$

$\therefore$ $$\sin r = \frac{1}{2} \quad \text{या} \quad r = 30° \quad .... (2)$$

पुन: $$\frac{t}{5} = \cos r$$

या $$\frac{t}{\cos r} = 5 \quad .... (3)$$

समीकरण (2) से r तथा समीकरण (3) से $t/\cos r$ के मान समीकरण (1) में रखने पर

$$d = 5 \sin (60° - 30°)$$
$$= 5 \sin 30°$$
$$= 5/2$$
$$\mathbf{d = 2 \cdot 5 \text{ सेमी}}$$

उदाहरण 3 : यदि किसी ऑप्टिकल फाइबर के कोर तथा क्लैडिंग के अपवर्तनांक क्रमश: 1·52 तथा 1·48 हो, तो इसके न्यूमेरिकल अपरचर का मान ज्ञात कीजिए।

हल—NA (न्यूमेरिकल अपरचर) $= \sin \theta_0$

$$= \sin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$
$$= \sin \sqrt{(1 \cdot 52)^2 - (1 \cdot 48)^2}$$
$$= \mathbf{0 \cdot 3464}$$

उदाहरण 4 : एक काँच क्लैड तंतु है जिसकी क्रोड 1·5 अपवर्तनांक के काँच से बनी है तथा क्लैडिंग मिलाने से भिन्नात्मक अपवर्तनांक परिवर्तन 0·0005 हो जाता है। ज्ञात कीजिए—

(a) क्लैडिंग सूची **(b) क्रांतिक आन्तरिक परावर्तन कोण**

(c) बाह्य क्रांतिक ग्राह्य कोण **(d) आंकिक छिद्र (numerical aperture)**

हल—(a) दिया है $$n_1 = 1 \cdot 5 \text{ तथा}$$
$$\Delta = 0 \cdot 0005$$

माना क्लैडिंग का अपवर्तनांक n_2 है, तब

सूत्र $$\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \text{ से,}$$

YADAVRK100%

$$0.0005 = \frac{1.5 - n_2}{1.5}$$

अतः

$$n_2 = 1.5 - (1.5 \times 0.0005)$$

$$= \mathbf{1.49925}$$

(b) माना, क्रांतिक आन्तरिक परावर्तन कोण ϕ_c है, तब

सूत्र $\sin \phi_c = \frac{n_2}{n_1}$ से

$$\phi_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{1.49925}{1.5}\right]$$

$$= \sin^{-1}(0.9995)$$

$$= \mathbf{88.2^\circ}$$

(c) माना, बाह्य क्रांतिक ग्राह्य कोण θ_0 है, तब

सूत्र

$$\sin \theta_0 = \frac{\sqrt{(n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$$ [जहाँ $n_0 = 1$]

$$\theta_0 = \sin^{-1}\left[\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left[(1.5)^2 - (1.49925)^2\right]^{1/2}$$

$$= \sin^{-1}(2.25 - 2.24775)^{1/2}$$

$$= \sin^{-1}(0.0474)$$

$$= \mathbf{2.72^\circ}$$

(d) आंकिक छिद्र

$$NA = n_1\sqrt{2\Delta}$$

$$= 1.5 \times \sqrt{2 \times 0.0005}$$

$$= 1.5 \times (0.63162)$$

$$= \mathbf{0.0474}$$

उदाहरण 5 : यदि किसी प्रकाशिकी रेशा के कोर तथा क्लैडिंग के अपवर्तनांक क्रमशः 1 तथा 0·92 हो, तो ग्राह्य कोण (acceptance angle) का मान ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$n_1 = 1.0$$

$$n_2 = 0.92$$

ग्राही कोण के सूत्र,

$$2\theta_0 = \frac{2\sin^{-1}\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}}{n_0}$$ से

या

$$= 2\sin^{-1}\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$$ ($\because$ हवा के लिए $n_0 = 1$)

$$= 2\sin^{-1}\sqrt{(1.0)^2 - (0.92)^2}$$

$$= 2\sin^{-1}(0.3919)$$

$$= 2 \times 23 \cdot 074$$

या $\quad$ ग्राही कोण $= 46 \cdot 15°$

उदाहरण 6 : एक पग सूची रेशे (step index fibre) का हवा में आंकिक छिद्र मान $0 \cdot 16$, कोर अपवर्तनांक $1 \cdot 45$ तथा कोर व्यास 60 सेमी है। जब $0 \cdot 9 \, \mu m$ तरंगदैर्घ्य का प्रकाश पारगमित होता है तब तंतु की सामान्य आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

$$NA = 0 \cdot 16$$

$$n_1 = 1 \cdot 45$$

$$\text{कोर व्यास} = 60 \text{ सेमी} = 0 \cdot 6 \text{ मीटर}$$

$$\lambda_0 = 0 \cdot 9 \, \mu m = 9 \times 10^{-7} \text{ मीटर}$$

हम जानते हैं कि

$$V = \frac{\pi d}{\lambda_0} \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$$

$$= \frac{3 \cdot 14 \times 0 \cdot 6}{9 \times 10^{-7}} \times 0 \cdot 16$$

$$= 335103 \cdot 22$$

$$= \mathbf{3 \cdot 35 \times 10^5}$$

उदाहरण 7 : यदि किसी ऑप्टिकल फाइबर के कोर का अपवर्तनांक $1 \cdot 50$ तथा कोर के ऊपर वाली परत के पदार्थ का अपवर्तनांक $1 \cdot 48$ है, तो कोर तथा कोर के ऊपर वाली परत के मध्य क्रांतिक कोण का मान ज्ञात कीजिए।

हल—दिया है :

कोर का अपवर्तनांक $(n_1) = 1 \cdot 50$

तथा, कोर के ऊपर वाली पर्त अर्थात् क्लैडिंग का

अपवर्तनांक $(n_2) = 1 \cdot 48$

अत: क्रांतिक कोण के सूत्र से,

$$\theta_c = \sin^{-1}\left[\frac{n_2}{n_1}\right]$$

$$= \sin^{-1}\left[\frac{1 \cdot 48}{1 \cdot 50}\right]$$

$$\theta_c = \mathbf{80 \cdot 6°}$$

(स) नैनोतकनीक (Nano technology)

Syllabus

Introduction to nanotechnology, nanoparticles and nanomaterials.

§ 7.31 परिचय (Introduction)

वास्तव में नैनोटैक्नोलॉजी अनिवार्य रूप से आवश्यक कुछ तकनीकों का एक समुच्चय (set) है जो अत्यन्त सूक्ष्म कणों के विशिष्ट गुणों को क्रियाशील कर विभिन्न अनुप्रयोगों के द्वारा उपयोग में लाया जाता है।

अनुप्रयोगों का क्षेत्र चिकित्सा, उत्पाद एवं विनिर्माण, पर्यावरण, ऊर्जा एवं इलेक्ट्रॉनिक्स, वैज्ञानिक शोध आदि हो सकता है।

YADAVRK100%

आकार में 1 नैनोमीटर से 100 नैनोमीटर के बीच संरचनाओं के आकार एवं उपयोग के अध्ययन को नैनोटैक्नोलॉजी के रूप में परिभाषित किया जाता है।

Nanotechnology is defined as the study and use of structures between 1 nanometre and 100 nanometres is size.

§7.32 नैनोकण (Nanoparticles)

नैनोकण की संरचना एक आयामी (one dimensional) तथा इसका आकार 100 नैनोमीटर या उससे कम होता है। नैनोकणों से निर्मित सामग्रियों का सामान्य गुण बदल जाता है क्योंकि नैनोकणों में बड़े कणों की तुलना में प्रतिवजन अधिक सतह क्षेत्रफल होता है जो उन्हें कुछ अन्य अणुओं के प्रति अधिक प्रतिक्रियाशील बनाता है।

Nanoparticles have one dimension that measures 100 nanometres or less. The properties of many conventional materials change when formed from nanoparticles. This is typically because nanoparticles have a greater surface area per weight than larger particles which causes them to be more reactive to some other molecules.

§7.33 नैनोसामग्री (Nanomaterials)

सैद्धान्तिक रूप से ऐसे सामग्री जिनकी इकाई संरचना का कम से कम एक आयाम में आकार 1 से 1000 नैनोमीटर के मध्य होता है, उन्हें नैनो सामग्री कहते हैं।

नैनो स्केल में संरचना वाले सामग्रियों में अक्सर अद्वितीय ऑप्टिकल, इलेक्ट्रॉनिक या यांत्रिक गुण होते हैं।

Materials with structure at the nanoscale often have unique optical, electronic or mechanical properties.

नैनोतकनीक का अनुप्रयोग (Application of nanotechnology)

1. कैंसर की चिकित्सा में प्रभावशाली कीमोथेरेपी के माध्यम से।
2. प्लास्टिक पैकेजिंग के क्षेत्र में—खाद्य सुरक्षा हेतु।
3. प्लास्टिक एवं लकड़ी के बने सामग्रियों के लेमिनेशन में।
4. नैनोट्यूब के उपयोग से बुलेट प्रूफ जैकेट बनाने में।
5. खेल उपकरणों के निर्माण में जोड़ों के मज़बूती हेतु फिलर के रूप में प्रयोग कर।
6. भूगर्भ जल के शुद्धिकरण में लौह नैनोकणों का प्रयोग कर।
7. वायु शुद्धिकरण में।
8. कपड़ों में जीवाणुओं को खत्म करने में, आदि।

स्मरणीय बिन्दु (Point to be Remembered)

1. प्रत्येक पदार्थ परमाणुओं से मिलकर बना होता है तथा परमाणु में धनावेशित नाभिक होता है। इस नाभिक के चारों ओर निश्चित कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन चक्कर लगाते रहते हैं।
2. फ्रैंक व हर्ट्ज ने सिद्ध किया था कि मरकरी परमाणु में विविक्त ऊर्जा स्तर होते हैं।
3. जब किसी पारदर्शी पदार्थ में से श्वेत प्रकाश गुजारा जाता है तो पदार्थ के परमाणु कुछ निश्चित ऊर्जा के फोटॉनों का अवशोषण कर लेते हैं।

VKDEVRK100%

4. जब कोई उत्तेजित परमाणु निचले ऊर्जा स्तर में आता है तो वह परमाणु दोनों ऊर्जा स्तरों की ऊर्जा के अन्तर के संगत फोटॉन विकिरण करता है। विकिरित फोटॉन की आवृत्ति यदि ν हो, तो

$$\Delta E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$$

$(\because c = \nu\lambda)$

5. स्वत: उत्सर्जन द्वारा प्राप्त प्रकाश कला सम्बद्ध नहीं होता है। उत्तेजित परमाणु का 10^{-8} सेकेण्ड में निचले ऊर्जा स्तर में स्वत: वापस आना तथा ऊर्जा स्तर के अंतर के संगत फोटॉन का उत्सर्जन करना, स्वत: उत्सर्जन की प्रक्रिया है।

6. उद्दीप्त उत्सर्जन द्वारा उत्सर्जित प्रकाश कला सम्बद्ध होता है। उच्च ऊर्जा स्तर के परमाणु को निश्चित ऊर्जा के फोटॉन द्वारा टक्कर मार कर निकालना तथा यह क्रिया बार-बार दोहराना जिसके फलस्वरूप फोटॉनों की संख्या की गुणोत्तर वृद्धि होती है, उद्दीप्त उत्सर्जन की प्रक्रिया है।

7. लेसर का पूर्ण रूप है—Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation. लेसरपुँज अत्यन्त तीव्र, कला सम्बद्ध, एकवर्णी तथा समान्तर होती है।

8. निम्न ऊर्जा स्तर के परमाणुओं को लगातार उच्च ऊर्जा स्तर में भेजते रहने की क्रिया को पम्पिंग कहते हैं।

9. अतिरिक्त ऊर्जा प्रदान कर परमाणु को उच्च ऊर्जा स्तर में पहुँचाना जिससे कि उच्च ऊर्जा स्तर में परमाणुओं की संख्या निम्न ऊर्जा स्तर की तुलना में अधिक हो जाए।

10. ऐसा ऊर्जा स्तर जिसका माध्य जीवन काल 10^{-3} सेकेण्ड (10^{-8} सेकेण्ड से 10^5 गुना) होता है मितस्थायी अवस्था कहलाता है। इस अवस्था में परमाणु अधिक देर तक रुकते हैं।

11. रूबी लेसर सॉलिड स्टेट लेसर है। इसे सर्वप्रथम टी०एच० मेनन ने बनाया था।

12. He-Ne लेसर, गैस लेसर है। इसमें He-Ne गैस का मिश्रण एक्टिव मीडियम के रूप में लेते हैं।

13. MASER का पूर्ण रूप है—Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation.

14. लेसर तथा मेसर प्रकाश का उपयोग मेडिकल क्षेत्र, इंजीनियरिंग, लम्बी दूरी नापने में, अनुसन्धान कार्यों में किया जाता है।

15. परावर्तन में आपतित किरण, परावर्तित किरण व अभिलम्ब तीनों एक ही तल में स्थित होते हैं व आपतन कोण, परावर्तन कोण के बराबर होता है।

16. अपवर्तन में आपतित किरण, अपवर्तित किरण व अभिलम्ब तीनों एक ही तल में स्थित होते हैं व किन्हीं दो माध्यमों के लिए आपतन कोण की ज्या (sin) व अपवर्तन कोण की ज्या (sin) का अनुपात स्थिरांक होता है।

17. सघन माध्यम में वह आपतन कोण जिसके लिए विरल माध्यम में अपवर्तन कोण का मान 90° हो, क्रान्तिक कोण कहलाता है।

18. सघन माध्यम में जब आपतन कोण का मान क्रान्तिक कोण से अधिक होता है तो प्रकाश पूर्ण आन्तरिक परावर्तित हो जाता है।

19. संचार प्रौद्योगिक फाइबर का विविध उद्देश्यों से उपयोग किया जाने वाला है।

20. ऑप्टिकल फाइबर के मुख्यत: तीन भाग होते हैं—(i) कोर, (ii) क्लैडिंग तथा (iii) प्लास्टिक जैकेट।

21. एक्सेप्टैन्स कोण $\theta_{0(\max)} = \sin^{-1}\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$

22. एक्सेप्टैंस शंकु का मान $\theta = 2 \times \theta_0$

23. न्यूमेरिकल एपरचर $NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
24. ऑप्टिकल फाइबर तीन प्रकार, स्टेप इण्डेक्स सिंगल मोड फाइबर, स्टेप इण्डेक्स मल्टीमोड फाइबर तथा ग्रेडेड इण्डेक्स मल्टीमोड फाइबर के होते हैं।
25. ऑप्टिकल फाइबर का उपयोग मेडिकल, टेलीकम्यूनिकेशन नेटवर्किंग आदि में किया जाता है।

अभ्यास (Exercise)

1. परमाणु के सम्बन्ध में मूल अवस्था तथा उत्तेजित अवस्था से क्या समझते हैं?
2. परमाणु द्वारा विकिरण उत्सर्जन तथा विकिरण अवशोषण को समझाइए।
3. संक्रमण से आप क्या समझते हैं? किसी संक्रमण से उत्सर्जित विकिरण की तरंगदैर्घ्य का सूत्र क्या होता है?
4. परमाणु की मूल अवस्था, उत्तेजित अवस्था व आयनित अवस्था को समझाइए।
5. प्रकाश ऊर्जा के अवशोषण व उत्सर्जन को उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।
6. रूबी लेसर (Ruby Laser) पर टिप्पणी लिखिए।
7. स्वत: उत्सर्जन व उद्दीप्त उत्सर्जन को उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।
8. स्वभाविक एवं प्रेरित उत्सर्जन (Spontaneous and stimulated emission) पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए। **(UPBTE 2000, 02, 08)**
9. उद्दीप्त उत्सर्जन, जनसंख्या उत्क्रमण (Population inversion) तथा पम्पिग (pumping) की परिभाषा दीजिए। **(UP BTE 2008)** **(UP BTE 2001, 04)**
10. लेजर और इसके उपयोग पर टिप्पणी लिखिए।
11. मेसर (Maser) पर टिप्पणी लिखिए।
12. हीलियम-नियॉन लेसर की कार्य-पद्धति समझाइए।
13. लेसर से आप क्या समझते हैं? रूबी लेसर की कार्यविधि समझाइये।
14. (a) अर्द्धचालक लेसर की कार्य-पद्धति की व्याख्या कीजिए।
    (b) लेसर के दो यांत्रिक उपयोग बताइए।
15. लेसर (Laser) से क्या अभिप्राय है? निम्न शब्दों की व्याख्या कीजिए—
    (i) उद्दीप्त उत्सर्जन (Stimulated Emission)
    (ii) संख्या उत्क्रमण (Population Inversion)
    (iii) पम्पिग (Pumping)
16. निम्न पदों की व्याख्या कीजिए—
    (i) स्व:उत्सर्जन
    (ii) उद्दीप्त उत्सर्जन
    (iii) MASER क्या है?
17. प्रकाशीय रेशा (optical fibre) की संरचना बताइये।
18. ग्राह्य कोण के लिए व्यंजक स्थापित कीजिए।
19. ग्राह्य शंकु को संक्षेप में समझाइए।
20. भिन्नात्मक अपवर्तनांक परिवर्तन क्या है?
21. आंकिक छिद्र से आप क्या समझते हैं?
22. प्रकाशिक रेशा के गुणों का वर्णन कीजिए।
23. प्रकाशिक रेशा के प्रमुख उपयोग बताइए।

24. 850 μm पर SI तंतु में एकांक प्रकार की क्रियाविधि के लिए क्रोड की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। दिया है $n_1 = 1 \cdot 48$ तथा $n_2 = 1 \cdot 47$, इस तंतु का आंकिक छिद्र तथा अधिकतम ग्राह्य कोण भी ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $r = 1 \cdot 11\,\mu m$, NA $= 0 \cdot 1717$, $\theta_0 = 9° 53' 12''$)

25. यदि किसी ऑप्टिकल फाइबर के कोर का अपवर्तनांक $1 \cdot 64$ तथा क्लैडिंग का अपवर्तनांक $1 \cdot 32$ है तो कोर तथा क्लैडिंग के मध्य क्रांतिक कोण θ_c का मान ज्ञात कीजिए।

(उत्तर : $\theta_c = 53.59°$)

आंकिक प्रश्नों के संक्षिप्त हल

(24) दिया है : $n_1 = 1 \cdot 48, n_2 = 1 \cdot 47, \lambda = 850\,\mu m = 850 \times 10^{-6}$ m, Nm = 1

ज्ञात करना है $\gamma = ?$, $NA = ?$, $80 = ?$

प्रश्नानुसार (i) $N_m = \dfrac{2\pi^2 r^2}{\lambda^2}(n_1^{\ 2} - n_2^{\ 2})$

या
$$r = \sqrt{\frac{N_m \times \lambda^2}{2\pi^2 (n^2 - n_2^{\ 2})}}$$

मान रखने पर,
$$r = \sqrt{\frac{1 \times (850 \times 10^{-6})^2}{2 \times (3 \cdot 14)^2 [(1 \cdot 48)^2 - (1 \cdot 47)^2]}}$$

या
$$r = \sqrt{\frac{7 \cdot 225 \times 10^{-7}}{0 \cdot 581929443}}$$

$$\mathbf{r = 1 \cdot 11\,\mu m}$$

(ii) प्रश्नानुसार $\text{NA} = \sqrt{n_1^{\ 2} - n_2^{\ 2}}$

मान रखने पर $\text{NA} = \sqrt{(1 \cdot 48)^2 - (1 \cdot 47)^2}$

$$\mathbf{NA = 0 \cdot 1717}$$

(iii) प्रश्नानुसार
$$\theta_0 = \frac{\sin^{-1}\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}}{n_0} \quad [\text{जहाँ } n_0 = 1]$$

मान रखने पर
$$\theta_0 = \sin^{-1}\sqrt{(1 \cdot 48)^2 - (1 \cdot 47)^2}$$
$$= 9 \cdot 886675°$$

$\therefore$
$$\mathbf{\theta_0 = 9° 53' 20''}$$

(25) दिया है, $n_1 = 1 \cdot 64, n_2 = 1 \cdot 32$, ज्ञात करना $\theta_c = ?$

प्रश्नानुसार, $\sin \phi_c = \dfrac{n_2}{n_1}$ से

$$\phi_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1}$$

मान रखने पर, $\phi_c = \sin^{-1}\left(\dfrac{1 \cdot 32}{1 \cdot 64}\right)$

या
$$\mathbf{\phi_c = 53 \cdot 59°}$$

YADAVRK100%